Решение систем логических уравнений в задачах ЕГЭ

Никитин А.А., учитель МБОУ СОШ №1
г. Вязьмы Смоленской области

Решение системы рассмотрим на примере задания из демонстрационного варианта ЕГЭ по информатике 2017 года

Сколько существует различных наборов значений логических переменных x_1, x_2, … x_6, y_1, y_2, … y_6, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$(x_1 \rightarrow (x_2 \wedge y_1)) \wedge (y_1 \rightarrow y_2) = 1$
$(x_2 \rightarrow (x_3 \wedge y_2)) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) = 1$
…
$(x_5 \rightarrow (x_6 \wedge y_5)) \wedge (y_5 \rightarrow y_6) = 1$
$x_6 \rightarrow y_6 = 1$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных x_1, x_2, … x_6, y_1, y_2, … y_6, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Для решения будем строить битовые цепочки вначале для переменной x, а потом для переменной y. При построении надо учитывать тот факт, что импликация ложна тогда и только тогда, когда из истины следует ложь. Обозначим 1 истина, а 0 ложь. Для двух рядом стоящих переменных x1 и x2 высказывание ложно только тогда, когда x1=1,а x2=0 независимо от переменной y, так как у нас в первой скобке есть логическое умножение на y.

строим битовую цепочку для x.

x1`	1	0	0	0	0	0	0
x2	1	1	0	0	0	0	0
x3	1	1	1	0	0	0	0
x4	1	1	1	1	0	0	0
x5	1	1	1	1	1	0	0
x6	1	1	1	1	1	1	0

аналогично строим битовую цепочку для y

y1	1	0	0	0	0	0	0
y2	1	1	0	0	0	0	0
y3	1	1	1	0	0	0	0
y4	1	1	1	1	0	0	0
y5	1	1	1	1	1	0	0
y6	1	1	1	1	1	1	0

если x1 = 1, то нам подходят только 1 набор y (выбираем те столбцы в таблице истинности, где y1=1 одно решение)

y1	1	0	0	0	0	0	0
y2	1	1	0	0	0	0	0
y3	1	1	1	0	0	0	0
y4	1	1	1	1	0	0	0
y5	1	1	1	1	1	0	0
y6	1	1	1	1	1	1	0

если x2 = 1, то нам подходят только 2 набора y (выбираем те столбцы в таблице истинности, где y2=1 два решения)

y1	1	0	0	0	0	0	0
y2	1	1	0	0	0	0	0
y3	1	1	1	0	0	0	0
y4	1	1	1	1	0	0	0
y5	1	1	1	1	1	0	0
y6	1	1	1	1	1	1	0

если x3 = 1, то нам подходят только 3 набора y (выбираем те столбцы в таблице истинности, где y3=1 три решения)

y1	1	0	0	0	0	0	0
y2	1	1	0	0	0	0	0
y3	1	1	1	0	0	0	0
y4	1	1	1	1	0	0	0
y5	1	1	1	1	1	0	0
y6	1	1	1	1	1	1	0

Аналогично для x4=1, x5=1, x6=1. Получаем 4, 5, 6 наборов. Осталось рассмотреть случай, когда x6=0. В данном случае подходят все 7 наборов решений. Получаем 1+2+3+4+5+6+7=28

y1	1	0	0	0	0	0	0
y2	1	1	0	0	0	0	0
y3	1	1	1	0	0	0	0
y4	1	1	1	1	0	0	0
y5	1	1	1	1	1	0	0
y6	1	1	1	1	1	1	0

Спасибо за внимание