Подписано цифровой подписью: Кольцова О.С.
DN: cn=Кольцова О.С., email=soiro-smolensk@mail.ru, o=ГАУ ДПО СОИРО, l=Смоленск, ул. Октябрьской рев,д.20а
Дата: 2022.01.31 11:11:50 +03'00'

Государственное автономное учреждение
дополнительного профессионального образования
«Смоленский областной институт развития образования»
(ГАУ ДПО СОИРО)

РАССМОТРЕНО
на заседании Учёного совета
ГАУ ДПО СОИРО
Протокол № 1
от «31» января 2022 г.

УТВЕРЖДЕНО
Приказом ректора
ГАУ ДПО СОИРО
от «31» января 2022 г.
№ 10-од

Дополнительная профессиональная программа повышения квалификации «ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ИЗ МАТЕРИАЛОВ ЕГЭ 2022 ПО МАТЕМАТИКЕ»

(объем 16 часов)

Автор-составитель:
Карамулина И.В., методист
кафедры методики преподавания
предметов естественно-математического
цикла ГАУ ДПО СОИРО

Смоленск
2022

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящая программа призвана реализовать следующую функцию: развить профессиональную компетентность учителей математики в направлении умений решать задачи разных типов из материалов ЕГЭ 2022. Программа разработана в соответствии со следующими нормативно-правовыми документами:

– Федеральный закон Российской Федерации от 29 декабря 2012 года № 273- ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (с изменениями и дополнениями);

– Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413 (с изменениями и дополнениями);

– Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по основным общеобразовательным программам – образовательным программам начального общего, основного общего и среднего общего образования, утвержденным приказом Минобрнауки России от 30.08.2013 года № 1015 (с изменениями и дополнениями);

Программа разработана с учетом содержания: примерной программы по математике на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования; кодификатора КИМ ЕГЭ по математике. Программа является естественным дополнением программы изучения математики в части решения различных математических задач. Изучение данной программы позволит слушателям ознакомиться с различными методами и приёмами решения математических задач, приобрести умения использования этих приёмов в профессиональной деятельности.

Программа содействует сохранению единого образовательного пространства, не сковывая творческой инициативы учителей, предоставляет широкие возможности для реализации различных подходов к построению обучения школьников решению математических задач. Решение задач при обучении математике является обязательным элементом учебного процесса, позволяющим надежно усвоить и закрепить изучаемый материал. Нестандартное решение задач позволяет обучающимся развиваться, требует глубоких знаний по математике. Через решение задач осуществляется связь теории с практикой, развивается самостоятельность и целеустремленность, а также рациональные приемы мышления. Решение и анализ задачи позволяют формировать «умение моделировать реальные ситуации на языке математики, исследовать построенные модели, интерпретировать полученные результаты, применять изученные поня-

тия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин. Умение решать задачи является лучшим критерием оценки глубины изучения программного материала и его усвоения.

Практическая направленность данной программы позволяет более глубоко освоить приемы и методы решения математических задач, в том числе задач повышенной сложности. При проведении занятий предпочтение отдается использованию технологий деятельностного обучения, побуждающих слушателей к самостоятельному поиску знаний; применению информационно-коммуникационных технологий, построение образовательной деятельности с учетом индивидуальных, психологических особенностей слушателей.

Курс реализуется через систему практических занятий и самостоятельную работу слушателей.

Целевая аудитория: учителя и преподаватели математики образовательных организаций.

Цель реализации программы: совершенствование профессиональных компетенций педагогов в области методики решения задач по математике из материалов ЕГЭ 2022 года.

Реализация программы направлена на совершенствование следующих трудовых функций педагога:

№ п/п	Совершенствуемые трудовые функции		
	Наименование	**Код**	**Уровень (подуровень) квалификации**
1	Общепедагогическая функция. Обучение	A/01.6	6
2	Воспитательная деятельность	A/02.6	6
3	Развивающая деятельность	A/03.6	6
4	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования Предмет «Математика»	B/03.6	6

Планируемые результаты обучения

Слушатель, освоивший программу, должен:

Обладать профессиональными компетенциями, включающими в себя способность и готовность:

- ✓ к решению задач различного типа и уровня сложности по математике;
- ✓ к выбору оптимального способа их решения;
- ✓ к оцениванию правильности решения задач по математике.

владеть:

- ✓ современными педагогическими технологиями, необходимыми для преподавания математики в условиях введения ФГОС;
- ✓ навыками решения задач по математике;
- ✓ методическими приёмами решения задач разных типов;

уметь:

- ✓ решать задачи, в том числе задач повышенной сложности разными способами;
- ✓ отбирать наиболее оптимальный способ их решения;
- ✓ использовать приёмы и методы решения задач по математике в профессиональной деятельности;

знать:

- ✓ алгоритмы решения задач по математике;
- ✓ методы и приёмы решения различных задач по математике.

Организационно-педагогические условия образовательного процесса:
кадровые: наличие у слушателей высшего или среднего профессионального педагогического образования без предъявления дополнительных требований к педагогическому стажу и квалификационной категории;
материально-технические: наличие специальной аудитории для занятий с возможностью организации групповой работы слушателей; наличие автоматизированного рабочего места преподавателя в аудитории, школьная доска, мел;
информационно-методические: наличие необходимого количества учебно-методической литературы, раздаточного материала.

УЧЕБНЫЙ ПЛАН

семинара

«Практикум по решению задач из материалов ЕГЭ 2022 по математике»

Цель обучения: совершенствование профессиональных компетенций учителей математики в области методики решения задач по математике из материалов ЕГЭ 2022 года.

Категория слушателей: учителя и преподаватели математики образовательных организаций Смоленской области.

Календарный учебный график:

Объём программы: 16 академических часов.

Продолжительность обучения: 2 учебных дня.

Срок обучения: с … по … 2022 г.

Форма обучения: очная с применением дистанционных образовательных технологий и электронного обучения.

Режим занятий: 8 академических часов в день.

Количество учебных групп: 1, ***подгрупп:*** … .

№ п/п	Названия образовательных модулей	Количество часов					Формы промежуточной и итоговой аттестации
		Всего	Аудиторных занятий		ДОТ и ЭО		
			Лекц.	Практ.	Лекц.	Практ.	
1.	Диагностический	2	0	0	0	2	
2.	Методические аспекты обучения решению задач, в том числе задач повышенной сложности по математике из материалов государственной итоговой аттестации 11 класса	4	1	0	3	0	Тестирование
3.	Практикум по решению задач, в том числе задач повышенной сложности из материалов государственной итоговой аттестации 11 класса	9	0	0	0	9	Тестирование
4.	Итоговая аттестация	1	0	0	0	1	Зачет
	Итого:	16	1	0	3	12	

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

семинара

«Практикум по решению задач из материалов ЕГЭ 2022 по математике»

Цель обучения: совершенствование профессиональных компетенций учителей математики в области методики решения задач по математике из материалов ЕГЭ 2022 года.

Категория слушателей: учителя и преподаватели математики образовательных организаций Смоленской области.

Календарный учебный график:

Объём программы: 16 академических часов.

Продолжительность обучения: 2 учебных дня.

Срок обучения: с … по … 2022 г.

Форма обучения: очная с применением дистанционных образовательных технологий и электронного обучения.

Режим занятий: 8 академических часов в день.

Количество учебных групп: 1, ***подгрупп:*** … .

№ п/п	Названия образовательных модулей	Количество часов					Формы промежуточной и итоговой аттестации
		Всего	Аудиторных занятий		ДОТ и ЭО		
			Лекц.	Практ.	Лекц.	Практ.	
1.	**Диагностический**	**2**	**0**	**0**	**0**	**2**	
1.1	Входная диагностика	1	0	0	0	1	
1.2	Итоговая диагностика	1	0	0	0	1	
2.	**Методические аспекты обучения решению задач, в том числе задач повышенной сложности по математике из материалов государственной итоговой аттестации 11 класса**	**4**	**1**	**0**	**3**	**0**	
2.1	Методы решения задач повышенной сложности по теории вероятностей	2	0	0	2	0	
2.2	Методические приемы чтения графиков	1	0	0	1	0	

№ п/п	Названия образовательных модулей	Количество часов					Формы промежуточной и итоговой аттестации
		Всего	Аудиторных занятий		ДОТ и ЭО		
			Лекц.	Практ.	Лекц.	Практ.	
	функций (прототипы задания № 9)						
2.3	Метод перебора при решении заданий ЕГЭ	1	1	0	0	0	
3.	**Практикум по решению задач, в том числе задач повышенной сложности из материалов государственной итоговой аттестации 11 класса**	**9**	**0**	**0**	**0**	**9**	
3.1	Решение задач по теории вероятностей	1	0	0	0	1	
3.2	Решение задач «Чтение графиков функций (прототипы задания № 9)	2	0	0	0	2	
3.3	Метод перебора при решении задании ЕГЭ по математике	2	0	0	0	2	
3.4	Новые требования к оформлению решений неравенств из материалов ЕГЭ по математике	2	0	0	0	2	
3.5	Решение заданий с параметром	2	0	0	0	2	
4.	Зачет	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	
	ИТОГО	16	1	0	3	12	

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Рабочая программа модуля 1
«Диагностический»

Входная и итоговая диагностика профессиональных компетенций учителя в направлении умений решать математические задачи разных типов.

Рабочая программа модуля 2
«Методические аспекты обучения решению задач, в том числе задач повышенной сложности по математике из материалов государственной итоговой аттестации 11 класса»

1. Методы решения задач повышенной сложности по теории вероятностей

Основные методы и приёмы решения задач по теории вероятностей. Виды и типы задач.

Математический аппарат, применяемый при решении задач по теории вероятностей.

2. Методические приемы чтения графиков функций (прототипы задания № 9)

Основные методы и приёмы чтения графиков функций. Виды и типы задач (прототипы задания № 9 ЕГЭ 2020). Составление уравнения линии, отражая особенности расположения графика.

3. *Метод перебора при решении заданий ЕГЭ*

Использование метода перебора при:

– отыскании благоприятных исходов по теории вероятностей;

– исследовании расположения линий на координатной плоскости при выполнении заданий с параметром;

– подсчете общего количества объектов (задание №18 ЕГЭ 2022).

Вопросы и задания для промежуточной аттестации

1. Установите соответствие

Формулы	Название
Pn = n!	А. Нахождение числа размещений
$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$	Б. Нахождение числа сочетаний
$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	В. Нахождение числа перестановок
Pn = 1·2· …· (n – 1)· n!	

Ответ: 1 – В; 2 – Б; 3 – А.

2. Какое правило (из предложенных) применимо для решения задачи.

Есть пять бочек и пять пробок - № 1, № 2, № 3, № 4, № 5. Сколькими способами можно разместить для закупорки:

А) пробку №1 в одну из бочек?;

Б) пробки № 1, 2, 3 поочередно в три бочки;

В) все пробки поочередно по всем бочкам?

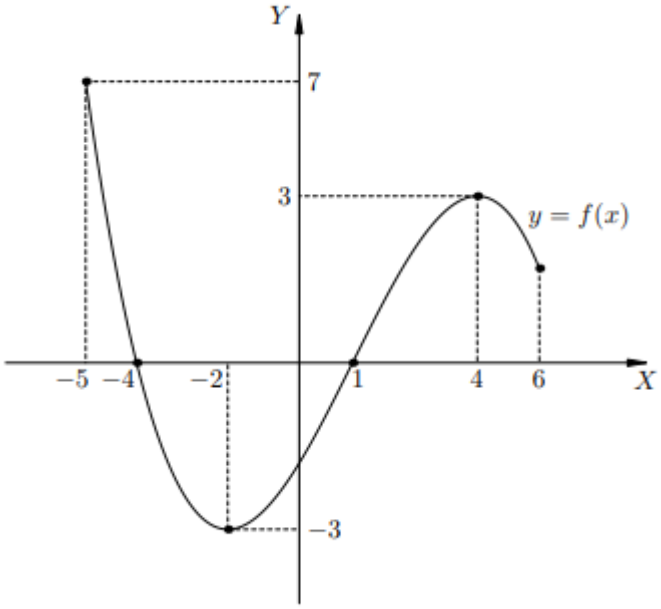
1. Правило умножения

2. Правило сложения

3. По формуле числа сочетаний

Ответ. А

3.



Можно ли на данном графике показать обучающимся, что наибольшее и наименьшее значения функции не всегда совпадают с экстремумами?

Ответ. Да, наименьшее значение функции на отрезке [−5; 6] равно −3 и совпадает с минимумом функции. А вот наибольшее значение функции на этом отрезке равно 7; оно достигается на левом конце отрезка и не совпадает с максимумом функции.

4. Какие из предложенных задач можно решить, используя метод перебора.

А. Существует ли такое натуральное число n, не равное 1, при котором число 7n – 7 делится на 100?

Б. Найти множество всех пар натуральных чисел, которые являются решениями уравнения 49x + 51y = 602.

В. Решите уравнение в целых числах: x2 + 23 = y2

Ответ. А, Б.

Рабочая программа модуля 3
«Практикум по решению задач, в том числе задач повышенной сложности из материалов государственной итоговой аттестации 11 класса»

1. *Решение задач по теории вероятностей*

Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей.

2. Решение задач «Чтение графиков функций» (прототипы задания № 9)

Изучение строения графического образа и специфики его элементов. Особенности чтения графиков конкретных данных функций в соответствии с прототипами задания № 9 ЕГЭ 2022.

3. Метод перебора при решении заданий ЕГЭ по математике

Решение задач методом перебора из различных разделов математики: алгебра, теории чисел, геометрии, теории вероятностей. Базовые схемы, на которых строятся решения задач.

4. Новые требования к оформлению решений неравенств из материалов ЕГЭ по математике

Установление соответствия между промежуточными математическими объектами и исходным неравенством. Культура математических рассуждений. Оформление решения.

5. Решение задач с параметром

Основные этапы решения задач с параметром. Решение задач с параметром методом исследовательского анализа. Геометрические приемы решения задач с параметром. Разбор основных ошибок в решениях школьников.

Вопросы и задания для промежуточной аттестации

1. Решите задачу. В опросе было много вариантов ответа. Ответ «а» или ответ «б» назвал каждый из 50 участников опроса. Ответ «а» назвали 27 участников, ответ «б» назвали 39 участников. Какова веброятность того, что случайным образом выбранный участник назвал оба ответа «а» и «б»?

Решение. Вероятность равна $\frac{x}{50}$, где x – число участников, которые

назвали оба ответа. Тогда (27 – x) участников назвали ответ «*а*», но не «*б*» и (39 – *x*) участников назвали ответ «*б*», но не «*а*». Так как каждый из участников назвал ответ «*а*» или ответ «*б*», то общее число участников равно сумма (27 – *x*) + *x* + (39 – *x*). Поэтому (27 + 39) – *x* = 50, *x* = 16 и вероятность равна 0,32.

Ответ: 0,32

2. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$\begin{cases} x - a \\ x - 8a \end{cases} < 0 \qquad (1)$$

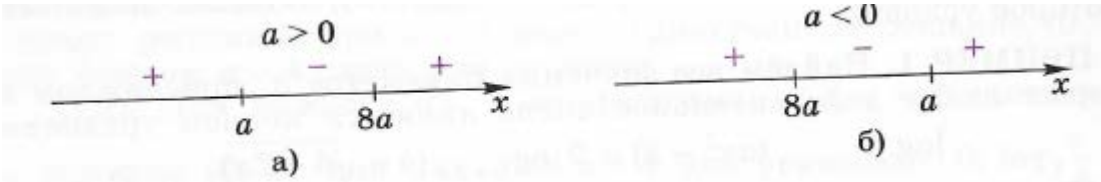
Выполняется для всех x, принадлежащих отрезку [2;4].

Решение. Задача заключается в нахождении таких значений a, при каждом из которых множество решений неравенства (1) содержит отрезок [2;4]. Решим данное неравенство методом интервалов. Для этого надо нанести на ось Ox точки x = a и x = 8a. В зависимости от того, каким может быть число a, эти точки будут по-разному располагаться на оси Ox, а в зависимости от этого будут по-разному записываться и решения неравенства (1) на рис.

Если a = 0, то неравенство (1) перепишется в виде $\frac{x}{x} < 0$ и оно не имеет решений.

Если a > 0, то множество решений неравенства (1) есть интервал a < x < 8a (рис. а)).

Если a < 0, то множество решений неравенства (1) есть интервал 8a < x < a (рис. б)).



В случае a < 0 неравенству (1) удовлетворяют только отрицательные числа. Поэтому ни одно из этих a не удовлетворяет условию задачи. В случае a > 0 множество решений содержит отрезок $2 \le x \le 4$ только тогда, когда одновременно a < 2 и 8a > 4, т.е. если 0,5 < a < 2.

Ответ: $a \in (0{,}5;\ 2)$.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Вопросы и задания для промежуточной аттестации приведены в рабочих программах модулей.

Итоговая аттестация проводится в форме зачета.

Примерные вопросы и задания для зачета

1. Перечислите некоторые приёмы решения задач по теории вероятностей.

2. В каких случаях используются геометрические приемы решения задач с параметрами? Приведите примеры.

3. В каких случаях используется метод математического анализа при решении задач с параметрами? Приведите примеры.

4. Назовите основные этапы решения задач с параметрами.

5. На какие аспекты решения неравенств необходимо обратить внимание обучающихся?

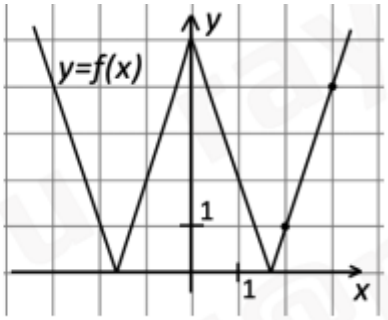
6. При решении каких типов задач используется метод перебора. Приведите 2-3 примера.

7.

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = |k|x| - m|$, где $k, m > 0$.

Найдите значения k и m. В ответ запишите их произведение.

Ответ: _____.



8. Найдите вероятность того, что наугад выбранная точка внутри квадрата окажется точкой вписанного в него круга. Ответ округлите до сотых.

9. Найдите все значения a, при каждом из которых решения неравенства $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$ образует отрезок длины 1.

10. На окружности некоторым способом расставили натуральные числа от 1 до 21 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

А) Могли ли все полученные разности быть не меньше 11?

Б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 10?

В) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k.

ЛИТЕРАТУРА

1. ЕГЭ: 4000 задач с ответами по математике: Все задания «Закрытый сегмент»: Базовый и профильный уровни / Под ред. И.В. Ященко. – М.: Экзамен, 2022.
2. Ященко И.В., Шестаков С.А. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2022 году: Профильный уровень. – М.: МЦНМО, 2022.
3. Ященко И.В., Шестаков С.А. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2022 году: Базовый уровень. – М.: МЦНМО, 2022.
4. ЕГЭ 2022: Математика: Рабочие тетради: Базовый и профильный уровни: Задачи с 1 по 19 / Под ред. И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2022.
5. Математика: Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности: Как получить максимальный балл на ЕГЭ: Учебное пособие. / А.В. Семенов, И.В. Ященко, И.Р. Высоцкий, А.С. Трепалин, Е.А. Кукса; Московский Центр непрерывного математического образования. – М.: Интеллект-Центр, 2021.
6. ЕГЭ 2022. ФИПИ: Математика: 14 вариантов: Профильный уровень. / Под ред. И.В. Ященко. – М.: Экзамен, 2022.
7. Иванов С.О., Ханин Д.И., Коннова Е.Г. ЕГЭ. Математика. Теория вероятностей.. – М.: Легион, 2022.

Интернет ресурсы

1. http://fipi.ru/ Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки. Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений».

2. http://school-collection.edu.ru/ – Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.

3. http://fcior.edu.ru/o-proekte – Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов.

4. http://window.edu.ru/ – Единое Окно доступа к информационным образовательным ресурсам.

5. https://elibrary.ru/title_about.asp?id=9209 – научная электронная библиотека журнала «Математика в школе».

6. https://alexlarin.net/ – сайт Ларина Александра Александровича.

7. https://ege.sdamgia.ru/ – Сдам ГИА. Решу ЕГЭ.

8. https://www.mathm.ru/ – Математический портал. Школьная математика. Помощь в подготовке к ОГЭ и ЕГЭ.

9. https://www.time4math.ru/ege – Распечатай и реши: Математика ЕГЭ 2022.

10. https://math100.ru/ - Подготовка к ЕГЭ и ОГЭ по математике.