

**Государственное автономное учреждение
дополнительного профессионального образования
«Смоленский областной институт развития образования»
(ГАУ ДПО СОИРО)**

РАССМОТРЕНО

на заседании Учёного совета
ГАУ ДПО СОИРО
Протокол № 1
от 31 января 2022 г.

УТВЕРЖДЕНО

Приказом ректора
ГАУ ДПО СОИРО
от 31 января 2022 г. № 10-од



**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА
ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ
«Экспертиза экзаменационных работ ЕГЭ 2022 года
обучающихся по математике»**

(объем 24 ч)

Автор-составитель:

Карамулина И.В.,
старший преподаватель кафедры
методики преподавания предметов
основного и среднего образования
ГАУ ДПО СОИРО

**Смоленск
2022**

Пояснительная записка

Настоящая программа предназначена для повышения квалификации педагогических работников общеобразовательных организаций для подготовки экспертов по оцениванию заданий с развернутым ответом, которые являются частью контрольных измерительных материалов (КИМ) для проведения государственной итоговой аттестации в форме ЕГЭ по математике.

При разработке программы были учтены требования Закона РФ «Об образовании в Российской Федерации» к проведению итоговой аттестации обучающихся, требования Федерального государственного образовательного стандарта, ведомственных нормативных документов, определяющих структуру и содержание КИМ по математике.

Курс реализуется через систему лекционных и практических занятий слушателей как в очной форме, так и с применением ЭО и ДОТ.

Целевая аудитория: учителя и преподаватели математики, эксперты предметных комиссий по проверке работ ЕГЭ по математике.

Цель обучения: повышение профессиональной компетенции педагогов по экспертизе экзаменационных работ ЕГЭ обучающихся по математике.

Реализация программы направлена на совершенствование следующих трудовых функций педагога:

№ п/п	Совершенствуемые трудовые функции		
	наименование	код	Уровень (подуровень) квалификации
1	Общепедагогическая функция. Обучение	A/01.6	6
2	Воспитательная деятельность	A/02.6	6
3	Развивающая деятельность	A/03.6	6
4	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования	B/03.6	6
5	Предмет «Математика»	B/06.6	6

Планируемые результаты обучения

Слушатель, освоивший программу, должен:

Обладать профессиональными компетенциями, включающими в себя способность и готовность:

- к организации и проведению итоговой аттестации ЕГЭ по математике
- к оцениванию правильности ответов выпускников в строгом соответствии с установленными критериями

владеть:

- современными педагогическими технологиями, необходимыми для

преподавания математики в условиях введения ФГОС;

- навыками контрольно-оценочной деятельности, проведения мониторинга, проектирования контрольно-измерительных материалов для отслеживания достижения планируемых результатов обучения (предметных, метапредметных) и компетенций обучающихся в процессе освоения программы по математике; современными технологиями организации учебно-воспитательного процесса;

- методическими приёмами достижения планируемых результатов обучения, подготовки учащихся к итоговой аттестации;

уметь:

- использовать систему проектирования и оценки уровня достижения планируемых результатов обучения и компетенций обучающихся в процессе освоения программы по математике;

- проектировать самостоятельную работу обучающихся, организовывать внеурочную деятельность по предмету в процессе подготовки к ГИА;

- применять полученные умения в преподавании предмета;

- работать с инструкциями, регламентирующими процедуру проверки и оценки ответов выпускников, определяемыми Рособрнадзором;

- проверять и объективно оценивать ответы выпускников 11 классов на задания ГИА;

- выделять типичные ошибки учащихся при выполнении заданий;

- минимизировать типичные расхождения при оценивании заданий;

- оформлять результаты проверки, соблюдая установленные технические требования.

знать:

- требования Закона РФ «Об образовании в Российской Федерации», Федерального государственного образовательного стандарта, ведомственных нормативных документов, определяющих структуру и содержание КИМ по математике;

- нормативно-правовые основы проведения ЕГЭ;

- структуру и содержание КИМ по предмету;

- методику проверки и оценки выполнения заданий с развернутым ответом.

Условия освоения программы:

- Кадровые: наличие у слушателей высшего профессионального педагогического образования;

- Материально-технические: наличие специальной аудитории для

занятий с возможностью организации групповой работы слушателей; наличие автоматизированного рабочего места преподавателя в аудитории, школьная доска, мел;

– Информационно-методические: наличие необходимого количества учебно-методической литературы, раздаточного материала.

УЧЕБНЫЙ ПЛАН
семинара по теме «Экспертиза экзаменационных работ ЕГЭ 2022 года
обучающихся по математике»

Цель обучения: повышение профессиональной компетенции педагогов по экспертизе экзаменационных работ ЕГЭ 2022 года обучающихся по математике.

Категория слушателей: эксперты предметных комиссий по проверке работ ЕГЭ по математике.

Календарный учебный график:

Объём программы: 24 академических часа

Продолжительность обучения: 4 учебных дня

Срок обучения: с ... по ... 2022 год

Форма обучения: очная с применением дистанционных образовательных технологий и электронного обучения

Режим занятий: 6 академических часов в день

Количество учебных групп: 1

№ п/п	Название образовательных модулей	Количество часов					Формы промежуточной и итоговой аттестации
		Всего	Аудиторных занятий		ДОТ и ЭО		
			Лекц.	Практ.	Лекц.	Практ.	
1.	Диагностический	1	0	0	0	1	
2.	Нормативно-правовые основы проведения ЕГЭ	1	1	0	0	0	Собеседование
3.	Структура и содержание КИМ по математике	1	1	0	0	0	Собеседование
4.	Методика проведения экспертизы экзаменационных работ ЕГЭ учащихся по математике в 2021 году	1	0	1	0	0	Собеседование
5.	Методика оценки выполнения экзаменационных заданий с развёрнутым ответом по математике	1	0	1	0	0	Собеседование
6.	Практикум по теме «Экспертиза экзаменационных работ ЕГЭ учащихся по математике»	18	0	0	0	18	Собеседование
7.	Итоговая аттестация	1	0	0	0	1	Зачет
	Итого:	24	2	2	0	20	

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН
семинара по теме «Экспертиза экзаменационных работ ЕГЭ 2022 года
обучающихся по математике»

Цель обучения: повышение профессиональной компетенции педагогов по экспертизе экзаменационных работ ЕГЭ 2022 года обучающихся по математике.

Категория слушателей: эксперты предметных комиссий по проверке работ ЕГЭ по математике.

Календарный учебный график:

Объём программы: 24 академических часа

Продолжительность обучения: 4 учебных дня

Срок обучения: с ... по ... 2022 год

Форма обучения: очная с применением дистанционных образовательных технологий и электронного обучения

Режим занятий: 6 академических часов в день

Количество учебных групп: 1

№ п/п	Название образовательных модулей	Количество часов					ФИО преподавателя, степень (звание), должность
		Всего	Аудиторных занятий		ДОТ и ЭО		
			Лекц.	Практ.	Лекц.	Практ.	
1.	Диагностический	1	0	0	0	1	
1.1	Входная диагностика	0,5	0	0	0	0,5	
1.2	Итоговая диагностика	0,5	0	0	0	0,5	
2.	Нормативно-правовые основы проведения ЕГЭ	1	1	0	0	0	
3.	Структура и содержание КИМ по математике	1	1	0	0	0	
4.	Методика проведения экспертизы экзаменационных работ ЕГЭ учащихся по математике в 2021 году	1	0	1	0	0	
5.	Методика оценки выполнения экзаменационных заданий с развёрнутым ответом по математике	1	0	1	0	0	
6.	Практикум по теме «Экспертиза экзаменационных работ ЕГЭ учащихся по математике»	18	0	0	0	18	
7.	Зачет	1	0	0	0	1	
	Итого:	24	2	2	0	20	

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Рабочая программа модуля 1. «Диагностический»

Входная и итоговая диагностика профессиональных компетенций учителя при подготовке к экспертизе экзаменационных работ ЕГЭ-2022 обучающихся по математике (приложение 1-2)

1.1. Входная диагностика образовательных потребностей слушателей

Целью проведения входной диагностики слушателей является определение имеющегося у педагога уровня владения методикой оценки заданий по математике. Анализ потребностей слушателей семинара по обозначенной проблеме, корректировка содержания предложенных тем образовательных модулей.

1.2. Диагностика результатов обучения слушателей по ДПП

Целью проведения диагностической работы по окончании курсовой подготовки является определение уровня владения педагогом содержанием и методикой оценивания заданий по математике. Результаты итоговой диагностики позволяют увидеть прогресс или регресс в знаниях и умениях педагогов, освоивших дополнительную профессиональную программу семинара. Достижение ожидаемого результата обучения по ДПП.

Рабочая программа темы

«Нормативно-правовые основы проведения ЕГЭ»

Нормативно-правовые документы федерального и регионального уровня регламентирующие организацию, процедуру проведения и апелляцию ЕГЭ.

Обзор федеральных информационных порталов: Сайт ФИПИ: <http://fipi.ru>, Федеральный центр тестирования: www.rustest.ru.

Вопросы и задания для промежуточной аттестации:

1. Перечислите основные федеральные документы, регламентирующие проведение ЕГЭ в 2022 г.
2. Какими документами регламентируется структура и содержание КИМов по предмету?

Рабочая программа темы

«Структура и содержание КИМ по математике»

Перечень элементов содержания, проверяемых на экзамене. Перечень требований к уровню подготовки выпускников, достижение которого проверяется на ЕГЭ по математике.

Структура контрольно-измерительных материалов ЕГЭ по математике. Подходы к отбору содержания, разработке структуры КИМ ЕГЭ. Распределение заданий КИМ по содержанию, видам умений, способам

действий и уровню сложности заданий КИМ.

Вопросы и задания для промежуточной аттестации:

1. Какова структура КИМ?
2. Какой документ содержит описание основных особенностей проведения экзамена?
3. В каком документе содержится перечень элементов содержания, выносимых на итоговую аттестацию?

Рабочая программа темы

«Методика проведения экспертизы экзаменационных работ ЕГЭ учащихся по математике в 2022 году»

Экспертиза работ ЕГЭ по математике. Основные критерии оформления и выполнения заданий ЕГЭ. Структура и содержание материалов для эксперта: возможное решение, критерии оценивания.

Критерии оценивания выполнения заданий ЕГЭ по математике. Типы заданий и критерии оценивания. Трудные случаи оценки, их разбор.

Вопросы и задания для промежуточной аттестации:

1. Перечислите критерии оценки заданий одного из типов (по выбору слушателя).
2. Назовите последовательность действий эксперта при проведении оценки работы учащегося.

Рабочая программа темы

«Методика оценки выполнения экзаменационных заданий с развёрнутым ответом по математике»

Методика проверки выполнения заданий с развернутым ответом. Практикум по решению задач повышенной сложности.

Обзор проблемных ситуаций при оценивании заданий с развернутым ответом. Оценивание заданий с развернутым ответом, их разбор и обсуждение.

Вопросы и задания для промежуточной аттестации:

1. Проведите экспертизу заданий разных типов. Прокомментируйте Ваши действия.
2. Оформите протокол проверки.

Рабочая программа темы

«Экспертиза экзаменационных работ ЕГЭ учащихся по математике»

Форма проведения: практикум.

Цель: совершенствование умения проводить экспертизу экзаменационных работ учащихся основного государственного экзамена по математике.

Экспертиза заданий части 2 с развернутым ответом.

Критерии проверки и оценки выполнения задания с развернутым ответом.

Вопросы и задания для промежуточной аттестации:

1. Выполните экспертизу работ обучающихся.
2. Обозначьте критерии, по которым Вы оцениваете каждое задание.
3. Оформите протокол проверки.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации представлены в рабочих программах тем.

Итоговая аттестация слушателей проводится в форме зачета.

Зачет проводится в два этапа.

Первый этап – теоретический.

На этом этапе проходит зачёт по вопросам организации и технологии проверки заданий с развернутым ответом.

Вопросы для зачета:

1. Основные нормативные документы, определяющие структуру и содержание КИМ.
2. Этапы работы эксперта по оцениванию ответов учащихся на задания с развернутым ответом.
3. Права и обязанности экспертов предметной комиссии.
4. Основные правила заполнения экспертом бланка – протокола проверки заданий с развернутым ответом.
5. Основные правила соблюдения конфиденциальности и режима информационной безопасности при проверке ответов на задания с развернутым ответом.
6. Общие подходы к разрешению проблемных нестандартных ситуаций.
7. Процедура апелляции на результаты ЕГЭ.
8. Кодификатор элементов содержания для составления контрольных измерительных материалов в 2022 г. (назначение, структура, содержание).
9. Спецификация экзаменационной работы по математике экзамена текущего года (назначение, структура, содержание).
10. Демонстрационный вариант КИМ текущего года (основные особенности).
11. Особенности выполнения заданий с развернутым ответом.
12. Критерии проверки и оценки выполнения заданий с развернутым ответом.

Второй этап – практический.

На этом этапе эксперты выполняют работы по проверке и оцениванию ответов выпускников на задания с развернутым ответом тестов ЕГЭ на основе разработанных критериев. В процессе зачета проходит моделирование хода работы экспертной комиссии по оцениванию заданий с развернутым ответом, таким образом, обеспечивается идентичность реальной процедуре проверки.

На зачете определяется уровень оценивания экспертом ответов на задания с развернутым ответом в строгом соответствии с установленными инструкциями. (Приложение 3)

Учебно-методическое обеспечение (задания, вопросы, пособия и др.)

Пакет материалов Федерального института педагогических измерений, 2014–2022 гг.: <http://www.fipi.ru/oge-i-gve-9/dlya-predmetnyh-komissiy-subektov-rf>.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» №273 от 29 декабря 2012 г.
2. Приказ Минобрнауки России от 5 августа 2014 г. № 923 «О внесении изменений в Порядок проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования»
3. Приказ Минобрнауки России №1394 от 25.12.2013 «Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования».
4. Демонстрационные версии КИМ по математике за 2010–2021 г.
5. Официальный сайт Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки. [Электронный ресурс] – URL: <http://www.obrnadzor.gov.ru>
6. Сайт ФИПИ. [Электронный ресурс] – URL: <http://fipi.ru>
7. Федеральный центр тестирования. [Электронный ресурс] – URL: www.rustest.ru

**ВХОДНАЯ ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА
НА СЕМИНАРЕ ДЛЯ ЭКСПЕРТОВ ЕГЭ-2021**

1. Решите задачу (задание 17, ЕГЭ)

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

Решение:

Пусть планируется взять в кредит S тысяч рублей.

Введём обозначение: 30 тыс. рублей = a тыс. рублей, $3\% = 3/100 = k$.

В соответствии с условием задачи имеем:

Месяц	Банк увеличит долг на ... тыс. рублей	Клиент выплатит ... тыс. рублей	Остаток долга на конец месяца, тыс. рублей
0-й	-	-	S
1-й	kS	$kS+a$	$S - a$
2-й	$k(S-a)$	$k(S-a)+a$	$S - 2a$
3-й	$k(S-2a)$	$k(S-2a)+a$	$S - 3a$
...
20-й	$k(S-19a)$	$k(S-19a)+a$	$S - 20a$
21-й	$k(S-20a)$	$k(S-20a)+ (S-20a)$	0

Общая сумма выплат составит (тысяч рублей):

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{(kS + a) + (k(S - a) + a) + (k(S - 2a) + a) + \dots + (k(S - 19a) + a)}_{20 \text{ слагаемых}} + (k(S - 20a) + (S - 20a)) = \\
 & = 20kS + 20a - ka(1 + 2 + 3 + \dots + 19) + (k(S - 20a) + (S - 20a)) = \\
 & = 20kS + 20a - ka \frac{(1+19) \cdot 19}{2} + kS - 20ka + S - 20a = 21kS - 190ka - 20ka = \\
 & = 21kS - 210ka + S
 \end{aligned}$$

Так как $a = 30$, $k = 0,03$, то общая сумма выплат составит (тысяч рублей):

$$21kS - 210ka + S = 21 \cdot 0,03S - 210 \cdot 0,03 \cdot 30 + S = 1,63S - 189.$$

По условию задачи это 1604 тысяч рублей.

$$1,63S - 189 = 1604 \Leftrightarrow 1,63S = 189 + 1604 \Leftrightarrow 1,63S = 1793$$

$$\Leftrightarrow S = 1100$$

1100 тысяч рублей, то есть 1 100 000 рублей планируется взять в кредит.

Ответ: 1 100 000 рублей планируется взять в кредит.

**ИТОГОВАЯ ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ РАБОТА
НА СЕМИНАРЕ ДЛЯ ЭКСПЕРТОВ ЕГЭ-2021**

Задание 1. Примите к сведению информацию и оцените ответ

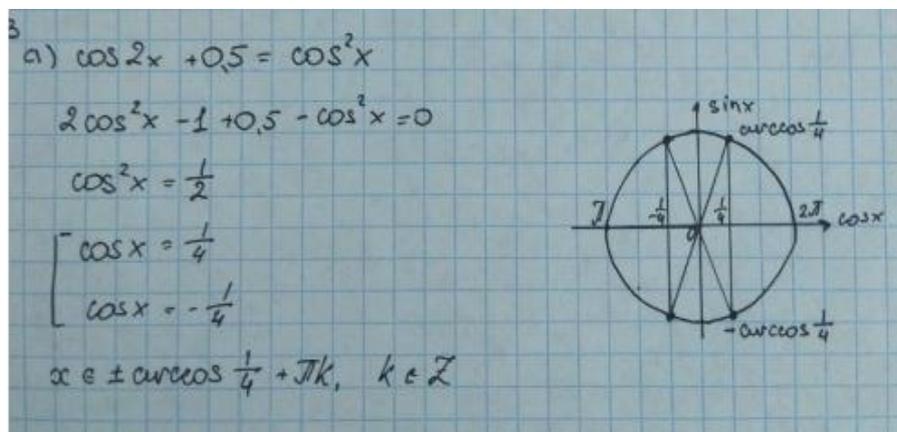
№ 13. а) Решите уравнение $\cos 2x + 0,5 = \cos^2 x$;

б) укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> , ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта <i>a</i> и пункта <i>б</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

PS Вычислительная ошибка – это ошибка, допущенная при выполнении арифметических действий: сложение, вычитание, умножение, деление



Ответ: 0 баллов

Комментарий: оценка 0. Причин 2. Во-первых, допущенная ошибка не является вычислительной. Во-вторых, отсутствует верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *a* и пункта *б*. Решение не соответствует ни одному из критериев на 1балл, на 2 балла.

Задание 2. Примите к сведению информацию и оцените ответ участника ЕГЭ

№ 15. Решите неравенство $x^2 \log_{625} (2 - x) \geq \log_5 (x^2 - 4x + 4)$.

Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек 1 и / или $-2\sqrt{2}$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

✓ 15

$$x^2 \log_{525} (2-x) \geq \log_5 (x^2 - 4x + 4)$$

$$\frac{1}{4} x^2 \log_5 (2-x) - \log_5 (x^2 - 4x + 4) \geq 0$$

$$\frac{x^2}{4} \log_5 (2-x) - \log_5 (x-2)^2 \geq 0$$

$$\frac{x^2}{4} \log_5 (2-x) - \log_5 (2-x)^2 \geq 0$$

$$\frac{x^2}{4} \log_5 (2-x) - 2 \log_5 (2-x) \geq 0$$

$$\left(\frac{x^2}{4} - 2\right) (\log_5 (2-x)) \geq 0$$

$$(x^2 - 8) (\log_5 (2-x)) \geq 0$$

$$(x - 2\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2}) (\log_5 (2-x)) \geq 0$$

О.О. 3:

- 1) $2 - x > 0$
 $x < 2$
- 2) $(x - 2)^2 > 0$
верно всегда

Ответ: $(-\infty, -2\sqrt{2}] \cup [1, 2)$.

Ответ. 0 баллов

Комментарий. Решение не является верным, не соответствует ни одному из критериев на 1балл, на 2 балла. Во-первых, оно содержит ошибочное утверждение относительно второго ограничения ОДЗ. Во-вторых, решая неравенство методом интервалов, в том числе определяются знаки и на тех промежутках, на которых третий множитель не имеет смысла.

Задание 3. Примите к сведению информацию и оцените ответ участника ЕГЭ

Задание 17. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с

концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: - неверный ответ из-за вычислительной ошибки; - верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Пусть S - сумма кредита; k в тысячах.
Взять на 21 месяц.
Месяц. Дан \rightarrow Выплата \rightarrow Осталось

1)	$1,03S$	$0,03S + 30$	$S - 30$
2)	$1,03(S - 30)$	$0,03(S - 30) + 30$	$S - 60$
3)	$1,03(S - 60)$	$0,03(S - 60) + 30$	$S - 90$
...			
21)	$1,03(S - 30 \cdot 20)$	$0,03(S - 30 \cdot 20) + 30$	0

V - сумма всех выплат.

$$V = (0,03S + 30) + (0,03(S - 30) + 30) + \dots + 0,03(S - 30 \cdot 20) + 30 =$$

$$= 21 \cdot (0,03S + 30) + \underbrace{- 30 \cdot 0,03 - 60 \cdot 0,03 - \dots}_X$$

$$X = \frac{0 + 0,03 \cdot 30 \cdot 20}{2} \cdot 21 = 21 \cdot 0,3 \cdot 30 = 21 \cdot 9 = 189 \text{ р.}$$

$$V = 0,63S + 630 - 189 ; V = 1604$$

$$0,63S = 1604 + 189 - 630 = 1163$$

$$S = \frac{1163 \cdot 100}{63} ;$$

$$S = 18,4603137 \cdot 100 \cdot 1000 \text{ рублей}$$

$$S = 1846031 \text{ рублей.}$$

Ответ: $S = 1846031$ рублей.

Ответ: 0 баллов

Комментарий. Математическая модель построена неверно. Решение не соответствует ни одному из критериев на 1 балл, на 2 балла, на 3 балла.

**ЗАЧЁТНАЯ РАБОТА
НА СЕМИНАРЕ ДЛЯ ЭКСПЕРТОВ ЕГЭ-2021**

**Задание 1. В соответствии с критериями оцените ответ участника
ЕГЭ**

№ 13. а) Решите уравнение $2\log^2(4\sin x) - 5\log(4\sin x) + 2 = 0$.

б) укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

№ 13 а)

$$2 \log_4^2(4 \sin x) - 5 \log_4(4 \sin x) + 2 = 0$$

$$\log_4(4 \sin x) = t$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$D = 25 - 16 = 9 = 3^2$$

$$t_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}; \quad t_2 = \frac{5+3}{4} = 2$$

$$\log_4(4 \sin x) = t_1 = \frac{1}{2} \qquad \log_4(4 \sin x) = t_2 = 2$$

$$\log_4(4 \sin x) = \log_4 2 \qquad 4 \sin x = 4$$

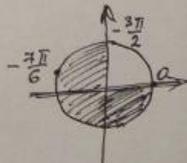
$$4 \sin x = 2 \qquad \sin x = 1$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \qquad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

б)



Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k,$
 $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
 б) $-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}$

Ответ. 1 балл

Комментарий: получены неверные ответы из-за вычислительной

ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б.

Задание 2. В соответствии с критериями оцените ответ участника ЕГЭ

№ 14. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ сторона основания AB равна 2, а боковое ребро SA равно 8. Точка M – середина ребра AB . Плоскость α перпендикулярна плоскости ABC и содержит точки M и D . Прямая SC пересекает плоскость α в точке K .

а) Докажите, что $KM = KD$.

б) Найдите объём пирамиды $CDKM$.

Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б, возможно с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

~14

Дано:
 $SABCDEF$ – правильная пирамида
 $AB=2$ $SA=8$
 M – середина AB
 $\alpha \perp (ABC)$

а) Док., что $KM=KD$

- 1) проведем перпендикуля $KH \perp (ABC)$, $H \in (ABC)$.
- 2) рассмотрим $\triangle MKD$
 1. т.к. $KH \perp (ABC)$ и $MD \subset (ABC) \Rightarrow \Rightarrow KH \perp MD$
2. т.к. $ABCDEF$ – правильный шестиугольник $\Rightarrow FC$ делит любой M отрезок, соединяющий точки, лежащие на AB и ED пополам, а т.к. H лежит на FC (т.к. это проекция прямой SC , а $K \in SC$) то H делит MD пополам $\Rightarrow MH=HD \Rightarrow KH$ – медиана
3. т.к. KH и медиана, и высота (т.к. $KH \perp MD$), то $\triangle MKD$ – равнобедренный $\Rightarrow KM=KD$ ч.т.д.

Ответ. 1 балл

Комментарий: имеется верное доказательств пункта а, пункт б отсутствует.

Задание 3. В соответствии с критериями оцените ответ участника ЕГЭ

№ 15. Решите неравенство $x^2 \log_{625} (2-x) \geq \log_5 (x^2 - 4x + 4)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек 1 и / или $-2\sqrt{2}$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

№ 15

$$x^2 \log_{625} (2-x) \geq \log_5 (x^2 - 4x + 4)$$

$$\frac{1}{4} x^2 \log_5 (2-x) \geq \log_5 (2-x)^2$$

$$\frac{1}{4} x^2 \log_5 (2-x) \geq 2 \log_5 (2-x)$$

$$x^2 \log_5 (2-x) - 8 \log_5 (2-x) \geq 0$$

$$\log_5 (2-x) \cdot (x^2 - 8) \geq 0$$

$$\log_5 (2-x) \cdot (x - \sqrt{8})(x + \sqrt{8}) \geq 0$$

$$\begin{cases} (2-x-1)(x-\sqrt{8})(x+\sqrt{8}) \geq 0 \\ 2-x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)(x-\sqrt{8})(x+\sqrt{8}) \leq 0 \\ x < 2 \end{cases}$$

$x \in (-\infty; -\sqrt{8}] \cup [1; 2)$
 Ответ: $x \in (-\infty; -\sqrt{8}] \cup [1; 2)$.

Ответ. 2 балла

Комментарий: обоснованно получен верный ответ.

Задание 4. В соответствии с критериями оцените ответ участника ЕГЭ

№ 16. Точка E – середина боковой стороны CD трапеции ABCD. На стороне AB взяли точку K так, что прямые СК и АЕ параллельны. Отрезки СК и ВЕ пересекаются в точке O.

а) Докажите, что CO = KO.

б) Найдите отношение оснований трапеции BC и AD , если площадь треугольника BCK составляет $\frac{9}{100}$ площади трапеции $ABCD$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

16

Доказано:
 $ABCD$ - трапеция
 $CE = ED$
 $K \in AB$
 $AE \parallel CK$
 $CK \cap BE = O$

а) Доказать, что $CO = KO$
 б) $\frac{BC}{AD} = ?$, $\frac{S_{\Delta BCK}}{S_{ABCD}} = \frac{9}{100}$

а) 1) $\Delta BKO \sim \Delta ABE$, т.к. $\angle B$ - общий
 $\angle BOK = \angle BEA$ (углы при параллельных прямых и секущей)

$$\frac{KO}{AE} = \frac{BO}{BE} = \frac{1}{2}$$

2) В ΔBOK и ΔCOE : $\angle BOK = \angle COE$ (или вертикальные) $\xrightarrow{1) \text{ и } 2)}$
 $\Delta BOK \sim \Delta COE$ и $\Delta BOK = \Delta COE = CO = OK$.

Ответ. 0 баллов

Комментарий: утверждение a не доказано, решение пункта b отсутствует.

Задание 5. В соответствии с критериями оцените ответ участника ЕГЭ

Задание 17. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть

долга;

– 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

Критерии оценивания.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: - неверный ответ из-за вычислительной ошибки; - верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

1) S - сумма кредита (млн. руб.)
2) $30 + 0,03S$ - выплата за 1-й месяц
 $30 + 0,03(S - 30)$ - выплата за 2-й месяц.
 $600 + 0,03(S + (S - 30) + (S - 60) + \dots + (S - 570))$ - выплата за 10 месяцев
 $600 + 0,03(20S + - 5700) = 0,6S + 429$
3) $S - (0,6S + 429)$ - задолженность за 11 мес.
 $1,03(S - (0,6S + 429))$ - выплата за 11 мес.
4) $1,03(0,4S - 429) + 0,6S + 429 = 1604$
5) $1,012S + 12,87 = 1604$
 $S = \frac{1604 + 12,87}{1,012} = 1577,15$ - тыс. руб.
Ответ: 1577,15 тыс. руб.

Ответ. 0 баллов

Комментарий: математическая модель построена неверно.

Задание 6. В соответствии с критериями оцените ответ участника ЕГЭ.

- 19 На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 2, или на цифру 6. Сумма написанных чисел равна 2454.
- а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 2 и на 6?
 б) Может ли ровно одно число на доске оканчиваться на 6?
 в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 6, может быть на доске?

Критерии оценивания.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение пункта а; — обоснованное решение пункта б; — искомая оценка в пункте в; — пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

19 а) Возьмем все числа на доске, в каждой из которых число оканчивается на одну цифру.
 Последняя цифра их суммы всегда 8.
 Цифра на доске может быть 15 чисел, заканчивающихся на 8, может быть ровно только 0, т.к. $8 \cdot 15 = 120$.
 Значит, случай а) невозможен.

б) Выпишем минимальную сумму чисел в таком случае:

$$S = 6 + \frac{2 \cdot 2 + 10(29-1)}{2} \cdot 29 = 6 + (2 + 140) \cdot 29 = 6 + 4118 = 4124 > 2454$$
 - сумма слишком большая, такой случай невозможен.

Ответ. 2 балла.

Комментарий: обоснованно решены пункты а и б, получены верные результаты.