

**Государственное автономное учреждение
дополнительного профессионального образования
«Смоленский областной институт развития образования»
(ГАУ ДПО СОИРО)**

РАССМОТРЕНО

на заседании Учёного совета
ГАУ ДПО СОИРО
Протокол № 1
от 22 января 2021 г.



УТВЕРЖДЕНО

Приказом ректора
ГАУ ДПО СОИРО
от 22 января 2021 г.
№ 4-осн/д

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА
ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ**

**«ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАНИЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПО МАТЕМАТИКЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕХНОЛОГИЙ
ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ»**

(объем 16 часов)

Автор-составитель:

Карамулина И.В., методист кафедры
методики преподавания предметов
естественно-математического цикла
ГАУ ДПО СОИРО

**Смоленск
2021**

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящая программа призвана реализовать следующую функцию: развить профессиональную компетентность учителей математики в направлении умения решать сложные математические задачи разных типов. Программа разработана в соответствии со следующими нормативно-правовыми документами:

- Федеральный закон Российской Федерации от 29 декабря 2012 года № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (с изменениями и дополнениями);

- Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413 (с изменениями и дополнениями);

- Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по основным общеобразовательным программам – образовательным программам начального общего, основного общего и среднего общего образования, утвержденный приказом Минобрнауки России от 30.08.2013 года № 1015 (с изменениями и дополнениями);

Программа разработана с учетом содержания: примерной программы по математике на профильном уровне на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования; программ Всероссийских олимпиад школьников по математике (регионального и заключительного этапов), а также кодификатора КИМ ЕГЭ по математике. Программа является естественным дополнением программы изучения математики на профильном уровне в части решения различных математических задач. Изучение данной программы позволит слушателям ознакомиться с различными методами и приёмами решения математических задач, приобрести умения использования этих приёмов в профессиональной деятельности.

Программа содействует сохранению единого образовательного пространства, не сковывая творческой инициативы учителей, предоставляет широкие возможности для реализации различных подходов к построению обучения школьников решению математических задач. Решение задач при обучении математике является обязательным элементом учебного процесса, позволяющим надёжно усвоить и закрепить изучаемый материал. Нестандартное решение задач позволяет обучающимся развиваться, требует глубоких знаний по математике. Через решение задач осуществляется связь теории с практикой, развивается самостоятельность и целеустремленность, а также рациональные приемы мышления. Решение и анализ задачи позволяют формировать «умение модели-

ровать реальные ситуации на языке математики, исследовать построенные модели, интерпретировать полученные результаты, применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин. Умение решать задачи является лучшим критерием оценки глубины изучения программного материала и его усвоения.

Практическая направленность данной программы позволяет более глубоко освоить приемы и методы решения математических задач повышенной сложности. При проведении занятий предпочтение отдается использованию технологий деятельностного обучения, побуждающих слушателей к самостоятельному поиску знаний; применению информационно-коммуникационных технологий, построение образовательной деятельности с учетом индивидуальных, психологических особенностей слушателей.

Курс реализуется через систему практических занятий и самостоятельную работу слушателей.

Целевая аудитория: учителя и преподаватели математики образовательных организаций.

Цель реализации данной программы: совершенствование профессиональных компетенций педагогов в области методики решения задач по математике.

Реализация программы направлена на совершенствование следующих трудовых функций педагога:

№ п/п	Совершенствуемые трудовые функции		
	Наименование	Код	Уровень (подуровень) квалификации
1	Общепедагогическая функция. Обучение	A/01.6	6
2	Воспитательная деятельность	A/02.6	6
3	Развивающая деятельность	A/03.6	6
4	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования. Предмет «Математика»	B/03.6	6

Планируемые результаты обучения

Слушатель, освоивший программу, должен:

обладать профессиональными компетенциями, включающими в себя способность и готовность:

- ✓ к решению задач различного типа и уровня сложности по математике;
- ✓ к выбору оптимального способа их решения;

- ✓ к оцениванию правильности решения задач по математике.

владеть:

- ✓ современными педагогическими технологиями, необходимыми для преподавания математики в условиях введения ФГОС;
- ✓ навыками решения задач по математике;
- ✓ методическими приёмами решения задач разных типов.

уметь:

- ✓ решать задачи повышенной сложности разными способами;
- ✓ отбирать наиболее оптимальный способ их решения;
- ✓ использовать приёмы и методы решения задач по математике в профессиональной деятельности.

знать:

- ✓ алгоритмы решения задач по математике;
- ✓ методы и приёмы решения различных задач по математике.

Организационно-педагогические условия образовательного процесса:

- *кадровые*: наличие у слушателей высшего или среднего профессионального педагогического образования без предъявления дополнительных требований к педагогическому стажу и квалификационной категории;
- *материально-технические*: наличие специальной аудитории для занятий с возможностью организации групповой работы слушателей; наличие автоматизированного рабочего места преподавателя в аудитории, школьная доска, мел;
- *информационно-методические*: наличие необходимого количества учебно-методической литературы, раздаточного материала.

УЧЕБНЫЙ ПЛАН

семинара по теме:

«Практикум по решению заданий итоговой аттестации по математике с применением технологий электронного обучения»

Цель обучения: совершенствование профессиональных компетенций учителей математики в области методики решения задач по математике.

Категория слушателей: учителя и преподаватели математики образовательных организаций Смоленской области.

Календарный учебный график:

Объём программы: 16 академических часов.

Продолжительность обучения: 2 учебных дня.

Срок обучения: с ... по ... 20... г.

Форма обучения: очная.

Режим занятий: 8 академических часов в день.

Количество учебных групп: 1, подгрупп:

№ п/п	Названия образовательных модулей	Количество часов					Формы промежуточной и итоговой аттестации
		Всего	Аудиторных занятий		ДОТ и ЭО		
			Лекц.	Прак.	Лекц.	Прак..	
1.	Диагностический модуль	2	0	2	0	0	
2.	Методические аспекты обучения решению задач повышенной сложности по математике из материалов итоговой аттестации	5	1	4	0	0	Тестирование
3.	Практикум по решению задач повышенной сложности в материалах итоговой аттестации по математике с применением ЭОР	8	0	8	0	0	Тестирование
4.	Итоговая аттестация	1	0	1	0	0	Зачет
	Итого:	16	1	15	0	0	

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

семинара по теме:

«Практикум по решению заданий итоговой аттестации по математике с применением технологий электронного обучения»

Цель обучения: совершенствование профессиональных компетенций учителей математики в области методики решения задач по математике.

Категория слушателей: учителя и преподаватели математики образовательных организаций Смоленской области.

Календарный учебный график:

Объём программы: 16 академических часов.

Продолжительность обучения: 2 учебных дня.

Срок обучения: с ... по ... 2021 г.

Форма обучения: очная.

Режим занятий: 8 академических часов в день.

Количество учебных групп: 1, подгрупп:

№ п/п	Названия образовательных модулей	Количество часов					Формы промежуточной и итоговой аттестации
		Всего	Аудиторных за- нятий		ДОТ и ЭО		
			Лекц.	Практ.	Лекц.	Практ.	
1.	Диагностический	2	0	2	0	0	
1.1	Входная диагностика	1	0	1	0	0	
1.2	Итоговая диагностика	1	0	1	0	0	
2.	Методические аспек- ты обучения реше- нию задач повышен- ной сложности по ма- тематике из материа- лов итоговой атте- стации	5	1	4	0	0	
2.1	Особенности решения геометрических задач повышенной сложно- сти из материалов ито- говой аттестации	2	0	2	0	0	
2.2	Практика подготовки обучающихся к реше- нию трудных заданий	2	0	2	0	0	

№ п/п	Названия образовательных модулей	Количество часов					Формы промежуточной и итоговой аттестации
		Всего	Аудиторных за- нятий		ДОТ и ЭО		
			Лекц.	Практ.	Лекц.	Практ.	
	итоговой аттестации						
2.3	Использование элек- тронных образова- тельных ресурсов при решении задач по ма- тематике	1	1	0	0	0	
3.	Практикум по реше- нию задач повышен- ной сложности в ма- териалах итоговой аттестации по мате- матике с применени- ем ЭОР	8	0	8	0	0	
3.1	Решение геометриче- ских задач	2	0	2	0	0	
3.2	Решение задач с пара- метрами	2	0	2	0	0	
3.3	Решение экономиче- ских задач	2	0	2	0	0	
3.4	Решение задач по дис- кретной математике (№ 19 из материалов ЕГЭ)	2	0	2	0	0	
4.	Зачет	1	0	1	0	0	
	ИТОГО	16	1	15	0	0	

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Рабочая программа модуля 1 «Диагностический»

Входная и итоговая диагностика профессиональных компетенций учителя в направлении умений решать сложные математические задачи разных типов.

Рабочая программа модуля 2 «Методические аспекты обучения решению задач повышенной сложности по математике из материалов итоговой аттестации»

2.1. Особенности решения геометрических задач повышенной сложности из материалов итоговой аттестации

Основные методы и приёмы решения задач по геометрии. Виды и типы задач. Практика решения.

2.2. Практика подготовки обучающихся к решению трудных заданий итоговой аттестации

Методические аспекты подготовки обучающихся. Нестандартные приёмы подготовки к итоговой аттестации.

2.3. Использование электронных образовательных ресурсов при решении задач по математике

Обзор ЭОР, используемых для формирования навыка решения задач и тренинга решения. Ресурсы, используемые при подготовке обучающихся к итоговой аттестации по математике. Методические приёмы и формы организации деятельности обучающихся с использованием ЭОР.

Вопросы и задания для промежуточной аттестации

1. Доказывая утверждение (решая задачу), ученик сформулировал верное умозаключение, но при этом указал не все причины, позволяющие его сформулировать. Вы видите в этом ... (укажите правильный ответ).

А) Неполное обоснование;

Б) Ошибочность суждения.

2. Какую теорему следует применить при решении задачи, в которой появляются два треугольника, причём 2 стороны одного треугольника будут равны 2 сторонам другого, 2 угла одного треугольника будут равны 2 углам

другого, а расположение углов не позволит применить ни один из признаков равенства треугольников.

Ответ. Признак подобия треугольников по двум углам.

3. Восстановите последовательность этапов и шагов математического моделирования:

1) Составление математической модели;

2) Выполнение работы с математической моделью;

3) Интерпретация полученного результата при работе с моделью;

4) Ответ на вопрос задачи.

1. Установите соответствие баллов с выполненной работой, если:

А. Получен верный ответ, но модель составлена без обоснования или с недостаточными обоснованиями	2 балла
Б. Получен верный ответ, ход решения задачи верный, все шаги присутствуют, но в решении есть неточность (ТОЛЬКО ОДНА!!!), которую можно расценить как опisku	1 балл
В. Решение задачи завершено, ход решения верный, все его шаги присутствуют, но получен неверный ответ из-за ОДНОЙ вычислительной ошибки	0 баллов

Ответ.

А	Б	В
0	1	1

2. Решите задачу.

ЗАДАЧА НА ДВИЖЕНИЕ ПРОТЯЖЁННЫХ ТЕЛ

По двум железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 60 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 900 метрам. Найдите длину пассажирского поезда (в метрах), если время, за которое он проходит мимо товарного поезда, равно 3 минутам.

Решение.

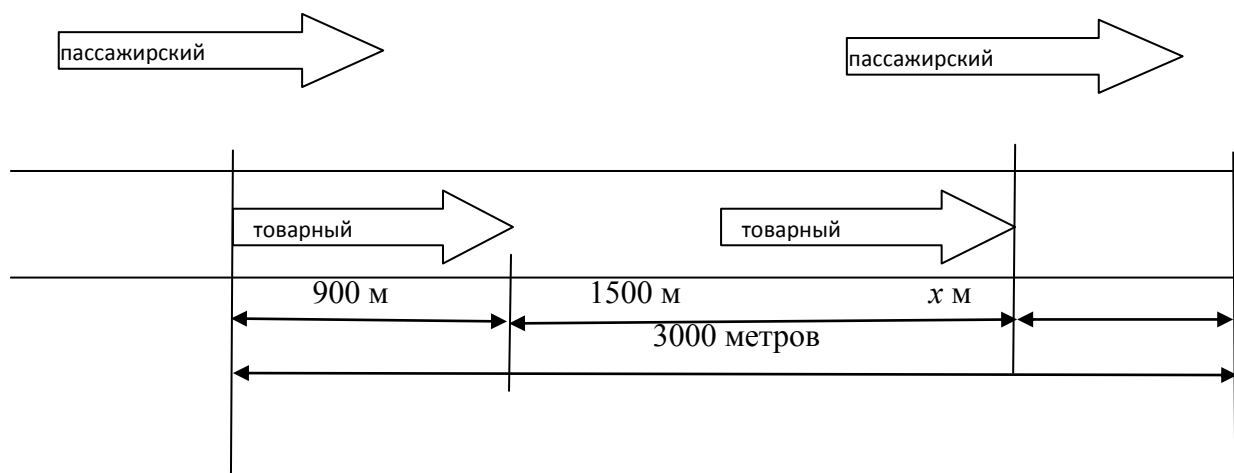
$$60 \text{ км/ч} = \frac{60 \text{ км}}{1 \text{ ч}} = \frac{60 \cdot 1000 \text{ м}}{60 \text{ мин.}} = 1000 \text{ м/мин.}$$

$$30 \text{ км/ч} = \frac{1000 \text{ м/мин.}}{2} = 500 \text{ м/мин.}$$

Пусть x метров – длина пассажирского поезда. Тогда:

$3 \cdot 1000$, то есть 3000 метров проехал пассажирский поезд за 3 минуты,
 $3 \cdot 500$, то есть 1500 метров проехал товарный поезд за 3 минуты.

По условию задачи пассажирский поезд, обгоняя товарный состав, проходит мимо него за 3 минуты.



Составим и решим уравнение:

$$900 + 1500 + x = 3000;$$

$$2400 + x = 3000;$$

$$x = 3000 - 2400;$$

$$x = 600.$$

600 метров – длина пассажирского поезда.

Ответ. 600 метров – длина пассажирского поезда.

3. Отметьте положительные стороны образовательного интернет-ресурса ЯКласс для школьников, учителей и их родителей:

- самостоятельная регистрация;
- **проведение диагностических, проверочных, тестовых и контрольных работ;**
- д/з в электронном виде;
- **база электронных рабочих тетрадей;**
- **тренажер по школьной программе;**
- **работа с информационными технологиями;**
- **индивидуальная траектория обучения;**
- **мониторинг успеваемости;**
- **отчеты;**

- доступность правильных решений и ответов;
- **проблема списывания.**

Рабочая программа модуля 3
«Практикум по решению задач повышенной сложности
в материалах итоговой аттестации по математике
с применением ЭОР»

3.1. Решение экономических задач

Методические подходы к решению экономических задач: по формуле, применение свойств степеней, с помощью математического анализа, задачи на сравнение.

3.2. Решение задач с параметрами

Основные этапы решения задач с параметрами. Решение задач с параметрами методом исследовательского анализа. Геометрические приемы решения задач с параметрами. Разбор основных ошибок в решениях школьников.

3.3. Решение задач по геометрии

Базовые схемы, на которых строятся решения задач из части 2 профильного ЕГЭ. Решение задач по планиметрии. Решение задач по стереометрии. Оформление решения.

3.4. Решение задач по дискретной математике
(№ 19 из материалов ЕГЭ)

Уравнения в целых числах с несколькими неизвестными. Действия в неопределенной ситуации. Метод «Оценка плюс пример». Культура математических рассуждений. Оформление решения.

Вопросы и задания для промежуточной аттестации

1. Выберите формулу, позволяющую найти число, увеличенное на $a\%$

А) Если M – это $a\%$ от числа S , то $M = \frac{a}{100}S$ и $S = M : \frac{a}{100}$

Б) $S(1 + \frac{a}{100})$
 В) $S(1 - \frac{a}{100})$

2. Аннуитетная система погашения кредита – это:

А) погашение кредита равными платежами;

Б) погашение кредита разными уменьшающимися платежами.

3. Оцените задание (в баллах), используя критерии оценивания задания.

Задача.

19 На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 2, или на цифру 6. Сумма написанных чисел равна 2454.

а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 2 и на 6?

б) Может ли ровно одно число на доске оканчиваться на 6?

в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 6, может быть на доске?

Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение пункта а; — обоснованное решение пункта б; — искомая оценка в пункте в; — пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19 а) Разобьем все числа на пары, в каждой из которых число оканчивается на одну цифру.
 Последняя цифра их суммы всегда 8.
 Цифра на конце суммы 15 чисел, заканчивающихся на 8, может быть равна только 0, т.к. $8 \cdot 15 = 120$.
 Значит, случай а) невозможен.
 б) Выпишем минимальную сумму чисел в таком случае:

$$S = 6 + \frac{2 \cdot 2 + 10(29-1)}{2} \cdot 29 = 6 + (2 + 140) \cdot 29 = 6 + 4118 = 4124 > 2454$$
 - сумма слишком большая, такой случай невозможен.

Ответ. 2 балла

Комментарий: обоснованно решены пункты а и б, получены верные результаты.

4. Выберите, что должен знать ученик, при решении задачи. «Площадь треугольника ABC с внутренними углами $\angle C = 90^\circ$ и $\angle B = 60^\circ$ равна $32\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC»:

– **центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит в середине гипотенузы;**

– **гипотенуза является диаметром окружности;**

– **если один из острых углов прямоугольного треугольника равен 60° , то другой острый угол равен 30° ;**

– **катет, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы;**

– **теорему Пифагора;**

– **формулу вычисления площади прямоугольного треугольника;**

– формулу для вычисления длины окружности;

– формулу площади круга.

5. Выберите задание, которое решается методом оценки:

А) $2^{(\sqrt{3}-\cos 10\pi x)(\sqrt{3}+\cos 10\pi x)} = 8 + (20x + 3)^2$

Б) $7^{-|x-3|} \cdot \log_2(6x - x^2 - 7) \geq 1$

В) При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2+a^2-4a}{x-a} = 0$, имеет ровно 2 различных решения?

Г) При каких значениях параметра a система имеет единственное решение?

$$\begin{cases} 2^{\ln y} = 4^{|x|} \\ \log_2(x^4 y^2 + 2a^2) = \log_2(1 - ax^2 y^2) + 1 \end{cases}$$

3. Отметьте виды заданий, которые можно отнести к заданиям № 19 ЕГЭ по математике:

– **числа и их свойства;**

– **числовые наборы на карточках и досках;**

– **последовательности и прогрессии;**

– **сюжетные задачи;**

– **логарифмические уравнения.**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Вопросы и задания для промежуточной аттестации приведены в рабочих программах модулей

Итоговая аттестация проводится в форме зачета.

Зачет *проводится* в два этапа.

Первый этап – теоретический.

Примерные вопросы:

1. Перечислите некоторые приёмы решения экономических задач.
2. В каких случаях используются геометрические приемы решения задач с параметрами? Приведите примеры.
3. В каких случаях используется метод математического анализа при решении задач с параметрами? Приведите примеры.
4. Назовите основные этапы решения задач с параметрами.
5. На какие аспекты решения геометрических задач необходимо обратить внимание обучающихся?
6. Перечислите некоторые приемы и методы решения текстовых задач.
7. Назовите ЭОР, используемые при подготовке к итоговой аттестации в 9 классе.
8. Назовите ЭОР, используемые при подготовке к итоговой аттестации в 11 классе.
9. Назовите основные трудности, с которыми сталкиваются обучающиеся при использовании ЭОР.

Второй этап – практический.

На этом этапе обучающиеся выполняют работы по решению заданий итоговой аттестации повышенной сложности, проверке и оцениванию ответов выпускников на задания с развернутым ответом тестов ЕГЭ на основе разработанных критериев.

На зачете определяется уровень профессиональных компетенций учителей математики в области методики решения задач по математике (Приложение).

ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ЛИТЕРАТУРА

ЕГЭ: 4000 задач с ответами по математике. Все задания «Закрытый сегмент». Базовый и профильный уровни / И.В. Ященко, И.Р. Высоцкий, А.В. Забелин и др. / Под ред. И.В. Ященко. – М.: Экзамен, 2018. – 703 с. – (Серия «ЕГЭ. Банк заданий»).

Я сдам ЕГЭ! Математика. Модульный курс. Практика и диагностика. Профильный уровень / И.В. Ященко, С.А. Шестаков. – М.: Просвещение, 2017. – 304 с.

Я сдам ЕГЭ! Математика. Модульный курс. Методика подготовки. Ключи и ответы: Учеб. пособие для общеобразоват. организаций: профил. уровень / И.В. Ященко, С.А. Шестаков. – М.: Просвещение, 2017. – 384 с.

ЕГЭ 2019. Математика. Профильный уровень. Задачи с параметром / Ю.В. Садовничий. – М.: Учпедгиз, 2018. – 126 с. – (Серия «ЕГЭ. 100 баллов»).

ЕГЭ 2021. Математика. Серия ФИПИ – школе. Профильный уровень: Типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / Под ред. И.В. Ященко.

ОГЭ 2021. Математика. Серия ФИПИ – школе. Типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / Под ред. И.В. Ященко.

Интернет-ресурсы

1. <http://fipi.ru/> – Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «Федеральный институт педагогических измерений».

2. <http://school-collection.edu.ru/> – Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.

3. <http://fcior.edu.ru/o-proekte> – Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов.

4. <http://window.edu.ru/> – Единое Окно доступа к информационным образовательным ресурсам.

5. https://elibrary.ru/title_about.asp?id=9209 – научная электронная библиотека журнала «Математика в школе».

Задания для практической части зачета

№ 1. Решите задачу (задание 17, ЕГЭ).

15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

Решение:

Пусть планируется взять в кредит S тысяч рублей.

Введём обозначение: 30 тыс. рублей = a тыс. рублей, $3\% = 3/100 = k$.

В соответствии с условием задачи имеем:

Месяц	Банк увеличит долг на ... тыс. рублей	Клиент выплатит ... тыс. рублей	Остаток долга на конец месяца, тыс. рублей
0-й	-	-	S
1-й	kS	$kS+a$	$S-a$
2-й	$k(S-a)$	$k(S-a)+a$	$S-2a$
3-й	$k(S-2a)$	$k(S-2a)+a$	$S-3a$
...	...	...	...
20-й	$k(S-19a)$	$k(S-19a)+a$	$S-20a$
21-й	$k(S-20a)$	$k(S-20a)+(S-20a)$	0

Общая сумма выплат составит (тысяч рублей):

$$(kS + a) + (k(S - a) + a) + (k(S - 2a) + a) + \dots + (k(S - 19a) + a) + (k(S - 20a) + (S - 20a)) =$$

20 слагаемых

$$= 20kS + 20a - ka(1 + 2 + 3 + \dots + 19) + (k(S - 20a) + (S - 20a)) =$$

$$= 20kS + 20a - ka \cdot \frac{(1+19) \cdot 19}{2} + kS - 20ka + S - 20a = 21kS - 190ka - 20ka =$$

$$= 21kS - 210ka + S$$

Так как $a = 30$, $k = 0,03$, то общая сумма выплат составит (тысяч рублей):

$$21kS - 210ka + S = 21 \cdot 0,03S - 210 \cdot 0,03 \cdot 30 + S = 1,63S - 189.$$

По условию задачи это 1604 тысяч рублей.

$$1,63S - 189 = 1604 \Leftrightarrow 1,63S = 189 + 1604 \Leftrightarrow 1,63S = 1793$$

$$\Leftrightarrow S = 1100$$

1100 тысяч рублей, то есть 1 100 000 рублей планируется взять в кредит.

Ответ: 1 100 000 рублей планируется взять в кредит.

2. Оцените задания (в баллах), выполненные учениками 9 и 11 классов, используя критерии оценивания задания.

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 36 км/ч, а вторую — со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{36}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{99}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{36} + \frac{s}{99}} = 52,8.$$

Ответ: 52,8 км/ч.

№

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

522
x - все путь (км)

	s	v	t
I	$\frac{x}{2}$ км	36 км/ч	$\frac{x}{72}$ ч
II	$\frac{x}{2}$ км	99 км/ч	$\frac{x}{198}$ ч

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{вс}}}{t_{\text{вс}}} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{72} + \frac{x}{198}} = \frac{72 \cdot 99}{158} \approx 48,6 \text{ км/ч}$$

Ответ 48,6 км/ч

Ответ. 1 балл

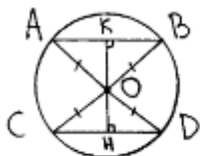
№ 2.1

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB=14$, $CD=48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

24



Дано: окр; AB и CD - хорды; $AB = 14$, $CD = 48$, $OK = 24$
Найти: OH .

Решение:

$\triangle AOB$: Проведем $OK \perp AB$; $OK = 24$.

$\triangle AOB$ - равнобедренный; т.к. $AO = OB = R$ (радиусы) $\Rightarrow OK$ - высота, медиана, биссектриса; $AK = KB = 14 : 2 = 7$.

$$OB^2 = 7^2 + 24^2$$

$$OB^2 = 49 + 576$$

$$OB^2 = 625$$

$$OB = 25$$

Т.к. $AO = OB = CO = OD$, то $AO = OB = CO = OD = 25$.

$\triangle COD$. Проведем $OH \perp CD$.

$\triangle COD$ - равнобедренный, т.к. $CO = OD = R$ (радиусы) $\Rightarrow OH$ - высота, медиана, биссектриса; $CH = HD = 48 : 2 = 24$.

$$OH^2 = 25^2 - 24^2$$

$$OH^2 = 625 - 576$$

$$OH^2 = 49$$

$$OH = 7$$

Ответ: 7.

Ответ. 2 балла

№ 3. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ сторона

основания $AB = 2$, а боковое ребро SA равно 8. Точка M – середина ребра AB . Плоскость α перпендикулярна плоскости ABC и содержит точки M и D . Прямая SC пересекает плоскость α в точке K .

а) Докажите, что $KM = KD$.

б) Найдите объем пирамиды $CDKM$.

Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно по-	2

лучен верный ответ в пункте б	
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б, возможно с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

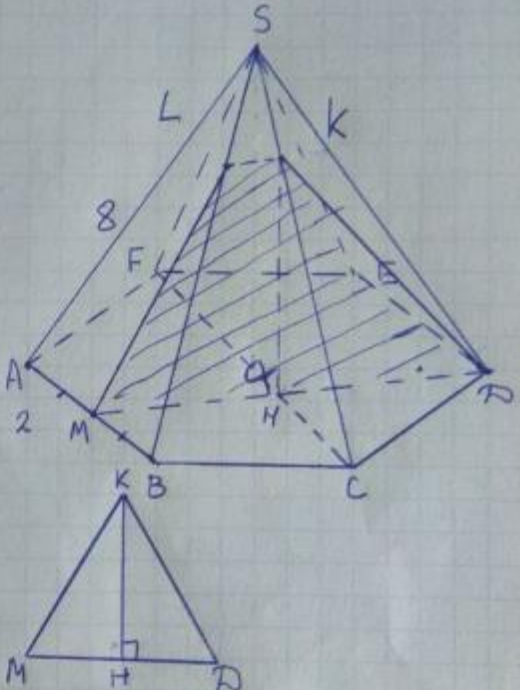
~14

Дано:

$SAB C D E F$ - правильная пирамида
 $AB = 2$ $SA = 8$
 M - середина AB
 $\alpha \perp (ABC)$

а) Док., что $KM = KD$

- 1) проведем перпендикуля
 $KH \perp (ABC)$, $H \in (ABC)$.
- 2) рассмотрим $\triangle MKD$
1.т.к. $KH \perp (ABC)$ и $MD \subset (ABC) \Rightarrow$
 $\Rightarrow KH \perp MD$
2.т.к. $AB C D E F$ - правильный шес-
тиугольник $\Rightarrow FC$ делит любой M
отрезок, соединяющий точки, лежащие на AB и ED пополам,
а т.к. H лежит на FC (т.к. это проекция прямой SC , а $K \in SC$),
то H делит MD пополам $\Rightarrow MH = HD \Rightarrow KH$ - медиана
3.т.к. KH и медиана, и высота (т.к. $KH \perp MD$),
то $\triangle MKD$ - равнобедренный $\Rightarrow KM = KD$ ч.т.д.



Ответ: 1 балл.

Комментарий: имеется верное доказательств пункта а, пункт б отсутству-
ет.