Государственное автономное учреждение
дополнительного профессионального образования
«Смоленский областной институт развития образования»

Центр непрерывного повышения профессионального мастерства
педагогических работников

Методические рекомендации по подготовке обучающихся к государственной итоговой аттестации по математике в 2021/2022 учебном году

Смоленск
2022

Автор(ы)-составитель(и):

Шпунтова О.Н., учитель математики, методист МБОУ «СШ № 26 им. А.С. Пушкина» г. Смоленска, региональный методист

Данные методические рекомендации предназначены для оказания помощи педагогам в ходе подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации по математике. Рекомендации состоят из трёх разделов. Первый раздел посвящен особенностям подготовки к ОГЭ и ГВЭ (на уровне основного общего образования); второй – подготовка к ЕГЭ (уровень среднего общего образования); третий раздел включил в себя разбор решений некоторых заданий из КИМ ОГЭ и ЕГЭ по математике.

Оглавление

Введение *4*

Раздел 1. Аналитическая информация для планирования подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации на уровне основного общего образования *4*

1.1. Структура и характеристика КИМ ОГЭ по математике в 2022 году 4

1.2. Оценивание результатов ОГЭ и ГВЭ по математике в 2022 году 6

1.3. Результаты государственной итоговой аттестации по математике в 2017 – 2021 годах 9

1.4. Характеристика заданий модуля «Алгебра» и рекомендации к их выполнению 10

1.5. Характеристика заданий модуля «Геометрия» и рекомендации к их выполнению 14

Раздел 2. Аналитическая информация для планирования подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации на уровне среднего общего образования *17*

2.1. Структура и характеристика КИМ ЕГЭ по математике в 2022 году 17

2.2. Оценивание результатов ЕГЭ по математике в 2022 году 20

2.3. Результаты ЕГЭ по математике профильного уровня в 2021 году 22

Раздел 3. Система работы учителя при подготовке выпускников к государственной итоговой аттестации по математике *24*

Раздел 4. Примеры решения некоторых задач, которые могут быть использованы при подготовке выпускников к государственной итоговой аттестации по математике *32*

Раздел 5. Ресурсы, которые могут быть использованы учителем и учеником при подготовке выпускников к государственной итоговой аттестации по математике *35*

Заключение *38*

Источники *38*

Приложения *39*

Введение

Проведение итоговой государственной аттестации на уровне основного общего и уровне среднего общего образования регламентируется статьей 59 Федерального закона от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

«Итоговая аттестация представляет собой форму оценки степени и уровня освоения обучающимися образовательной программы. Итоговая аттестация проводится на основе принципов объективности и независимости оценки качества подготовки обучающихся.» [1]

Раздел 1. Аналитическая информация для планирования подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации на уровне основного общего образования

1.1. Структура и характеристика КИМ ОГЭ по математике в 2022 году

ОГЭ проводится в соответствии с Федеральным законом «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ и Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования, утверждённым приказом Минпросвещения России N 190, Рособрнадзора N 1512 от 07.11.2018 (с изм. от 16.03.2021) "Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования".[2]

В 2021/2022 учебном году структура предлагаемых КИМ ОГЭ и ГВЭ по математике не отличается от материалов прошлого года. Содержание КИМ основного государственного экзамена и государственного выпускного экзамена по математике определяется Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования[3], с учётом Примерной основной образовательной программы основного общего образования[4].

---

[1] ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЗАКОН от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ "ОБ ОБРАЗОВАНИИ В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ"(в редакции от 16.04.2022 № 108-ФЗ)

[2] Приказ Минпросвещения России № 190, Рособрнадзора № 1512 от 07.11.2018 (с изм. от 16.03.2021) "Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования" (Зарегистрировано в Минюсте России 10.12.2018 № 52952)

[3] Приказ Минобрнауки России от 17.12.2010 N 1897 (ред. от 11.12.2020) "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования"

[4] Примерная основная образовательная программа основного общего образования решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. № 1/15, в редакции протокола № 1/20 от 04.02.2020 федерального учебно-методического объединения по общему образованию)

В структуре КИМ ОГЭ учтены принципы дифференцированного обучения математике в современной школе, направленного на решение двух задач: формирования у всех обучающихся базовой математической подготовки, составляющей функциональную основу общего образования, и одновременного создания условий, способствующих получению частью обучающихся подготовки повышенного уровня, достаточной для активного использования математики во время дальнейшего обучения, прежде всего при изучении её в средней школе на профильном уровне.

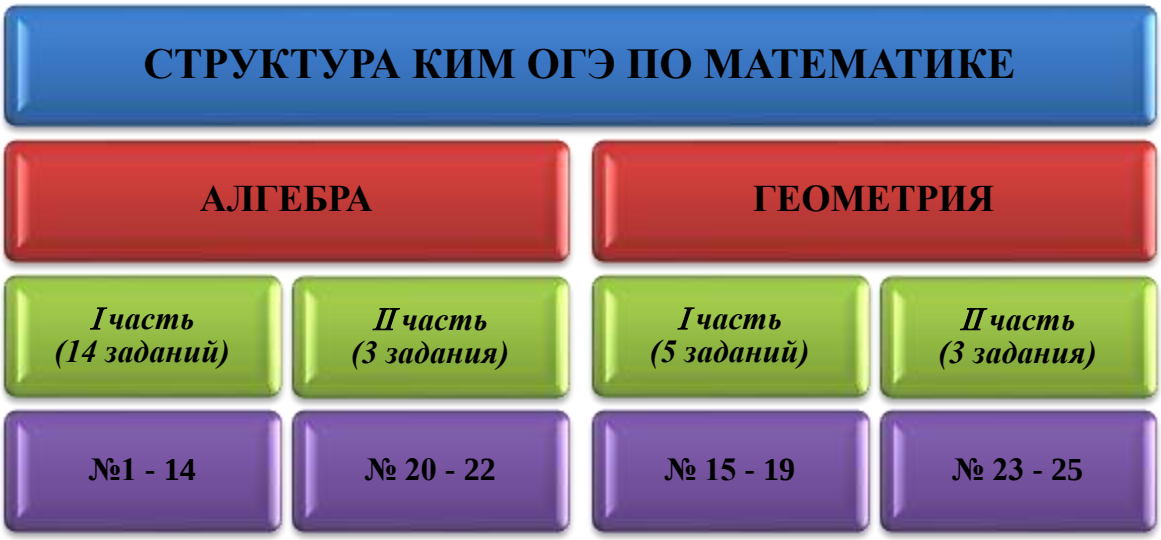


Рисунок 1. Структура КИМ ОГЭ 2022

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». В каждом модуле две части, соответствующие проверке на базовом, повышенном и высоком уровнях.

При проверке базовой математической компетентности, обучающиеся должны продемонстрировать: владение основными алгоритмами, знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приемов решения задач и пр.), умение пользоваться математической записью, применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Задания *части* 2 направлены на проверку владения материалом на повышенном уровне. Их назначение – дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленную часть выпускников, составляющую потенциальный контингент профильных классов.

Эти части содержат задания повышенного уровня сложности из различных разделов курса математики. Все задания требуют записи решений и ответа. Задания расположены по нарастанию трудности – от относительно

более простых до сложных, предполагающих свободное владение материалом курса и хороший уровень математической культуры.[5]

Тематическая принадлежность заданий второй части осталась в основном неизменной. А именно, в 2022 году, задание №20 – упрощение алгебраических выражений, решение уравнений, решение систем уравнений, №21 – решение текстовой задачи, №22 – построение графика функции, №23 – геометрическая задача на вычисление, №24 – задача по геометрии на доказательство, №25 – геометрическая задача высокого уровня сложности.

Рассчитаны эти задачи на обучающихся, изучавших математику более основательно, например, в рамках углубленного курса математики, элективных курсов в ходе предпрофильной подготовки, математических кружков и пр. Хотя эти задания не выходят за рамки содержания, предусмотренного стандартом основной школы, при их выполнении ученик должен продемонстрировать владение довольно широким набором некоторых специальных приемов (выполнения преобразований, решения уравнений, систем уравнений), проявить некоторые элементарные умения исследовательского характера, которые помогут успешно продолжать образование в 10–11 класса в классах углубленного или профильного изучения математики, информатики, физики.[5]

1.2. Оценивание результатов ОГЭ и ГВЭ по математике в 2022 году

Оценивание результатов выполнения работ обучающимися в 2022 г., как и в предыдущие годы, будет осуществляться с помощью двух количественных показателей: традиционной отметки и первичного балла, назначение которого – расширение диапазона традиционных отметок, расширение диапазона отметок «4» и «5» и более детальная их дифференциация[6].

Таблица 1.
Перевод первичных баллов, набранных на ОГЭ по математике, в пятибалльную отметку

Отметка	«2»	«3»[7]	«4»[7]	«5»[7]
Интервал первичных баллов	0 – 7	8 – 14	15 – 21	22 – 31

[5] Методические материалы для предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ОГЭ 2022 года (Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений»)
[6] Письмо Рособрнадзора № 04−36 от 14.02.2022 о рекомендациях по шкале перевода первичных баллов ОГЭ и ГВЭ-9 в пятибалльную оценку и по определению минимальных первичных баллов в 2022 году
[7] При этом должно быть получено не менее 2 первичных баллов за выполнение заданий модуля «Геометрия»

Таблица 2.

Перевод первичных баллов, набранных на ГВЭ по математике в письменной форме для обучающихся без ОВЗ и с ОВЗ (за исключением участников с задержкой психического развития, в пятибалльную отметку

Отметка	«2»	«3»	«4»	«5»
Интервал первичных баллов	0–3	4–6	7–9	10–14

Подходы к начислению баллов за выполнение заданий *части 1* и *части 2* также остались без изменения: максимальный балл за выполнение каждого задания первой части работы – 1; каждого задания второй части – 2. Максимальный первичный балл за выполнение всей работы составляет – 31.

Задания, оцениваемые 1 баллом, считаются выполненными верно, если указан номер верного ответа (в заданиях с выбором ответа), или вписан верный ответ (в заданиях с кратким ответом), или правильно соотнесены объекты двух множеств и записана соответствующая последовательность цифр (в заданиях на установление соответствия).

Минимальное количество первичных баллов, свидетельствующее об овладении выпускником федерального государственного образовательного стандарта в предметной области «Математика», составит 8 баллов (соответствует отметке «3» по пятибалльной шкале), набранных в сумме за выполнение заданий двух модулей, при условии, что из них не менее 2-х баллов набрано по модулю «Геометрия».

Таблица 3.

Система формирования общего первичного балла за выполненную работу.

МОДУЛЬ«АЛГЕБРА»				
возможное количество баллов за одно задание		***максимально возможное количество баллов***		
I часть	*II часть*	*I часть*	*II часть*	*весь модуль*
№ 1 – 14	№ 20 – 22			
1	**2**	**14**	**6**	**20**
МОДУЛЬ «ГЕОМЕТРИЯ»				
возможное количество баллов за одно задание		***максимально возможное количество баллов***		
I часть	*II часть*	*I часть*	*II часть*	*весь модуль*
№ 15 – 19	№ 23 – 25			
1	**2**	**5**	**6**	**11**

Требования к выполнению заданий с развернутым ответом заключаются в следующем: решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений обучающегося. Оформление

решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным. Не следует требовать от учащихся слишком подробных комментариев (например, описания алгоритмов). Лаконичное решение, не содержащее неверных утверждений, все выкладки которого правильны, следует рассматривать как решение без недочетов. Если решение заданий 20–25 удовлетворяет этим требованиям, то выставляется полный балл – 2 балла за каждое задание. Если в решении допущена ошибка непринципиального характера (вычислительная, погрешность в терминологии или символике и др.), не влияющая на правильность общего хода решения (даже при неверном ответе) и позволяющая, несмотря на ее наличие, сделать вывод о владении материалом, то учащемуся засчитывается балл, на 1 меньший указанного, что и отражено в критериях оценивания заданий с развернутым ответом.[8]

В критериях оценивания по каждому конкретному заданию второй части экзаменационной работы общие позиции конкретизируются и дополняются с учетом содержания задания. Критерии разработаны применительно к одному из возможных решений, а именно к тому, которое описано в рекомендациях.

Решения учащихся могут содержать недочёты, не отраженные в критериях, но позволяющие оценить результат выполнения задания положительно (со снятием одного балла). В подобных случаях решение о том, как квалифицировать такой недочёт, принимает предметная комиссия.

Основные принципы оценивания заданий с развернутым ответом можно сформулировать следующим образом:

1) Возможны различные способы и записи развернутого решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочеты по сравнению с «эталонным» решением.
2) При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок на математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.
3) Тексты заданий экзаменационной работы в целом соответствуют

[8] Методические материалы для предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ОГЭ 2022 года(Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений»)

формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включенным в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых Министерством просвещения РФ к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования.

Рисунок 2. Основные принципы оценивания заданий с развернутым ответом.

Экзаменационные материалы по математике для ГВЭ-9 в письменной форме разрабатываются для обучающихся без ОВЗ и разных категорий обучающихся с ОВЗ.

1.3. Результаты государственной итоговой аттестации по математике в 2017 – 2021 годах

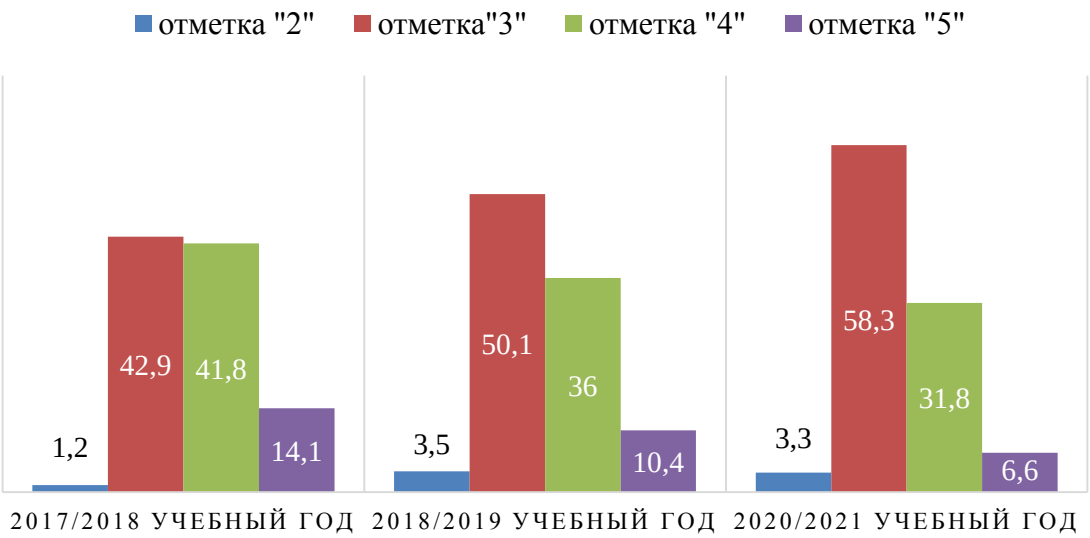


Рисунок 3. Динамика результатов ОГЭ по математике (%) в Смоленской области в 2017 – 2021 г.г. (в пятибалльной системе оценивания)

Можно отметить, что в течение последних лет результаты, показываемые по области в целом, являются стабильными, но следует заметить, что при уменьшении доли выпускников, получивших отметки «5» и «4», растет доля тех, кто показал результаты оцененные отметкой «3», а также, почти в 3 раза возросла доля выпускников, получивших отметку «2».

Как показывает анализ результатов государственной итоговой аттестации за курс основного общего образования по математике в Смоленской области, основные трудности, с которыми сталкиваются выпускники уровня основной школы, на протяжении последних нескольких лет остаются неизменными:

- Недостаточно сформированный навык выполнения элементарных вычислений, чаще всего, арифметических. Эта проблема не только обучающихся со средними и низкими показателями уровней обученности, но и тех, кто показывает достаточно высокие результаты.
- Недостаточно отработанный, а иногда и плохо сформированный навык смыслового чтения (анализ текста, вычленение необходимой информации, понимание условия и вопроса задания, соотнесение прочитанного текста и схемы, таблицы или диаграмм, графиков применительно к контексту задания; умение формулировать конкретный ответ на конкретный вопрос).

Чаще всего, с указанными выше проблемами, ученик встречается при выполнении заданий первой части, а это означает, что при правильно проведенных логических рассуждениях, он получает неверный ответ, тем самым, обнуляя свой возможный результат.

Уровень выполнения заданий второй части оценивается предметными комиссиями согласно заданным критериям оценивания.

1.4. Характеристика заданий модуля «Алгебра» и рекомендации к их выполнению

Анализ выполняемости заданий первой части модуля «Алгебра» государственной итоговой аттестации по программам основного общего образования, позволяет выделить задания, на подготовку к выполнению которых следует обратить особое внимание.

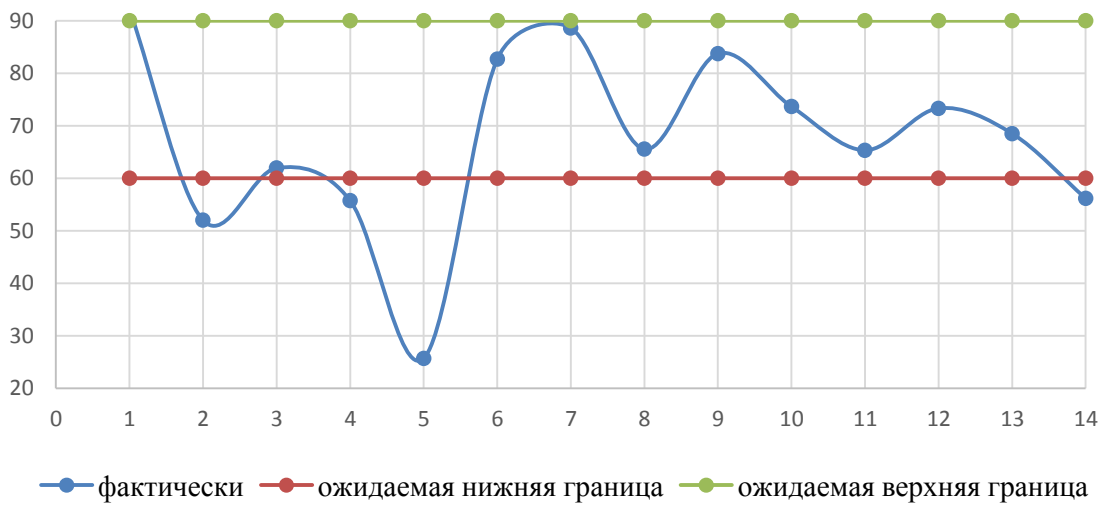


Рисунок 4. Уровень выполнения выпускниками региона заданий первой части модуля "Алгебра" в сравнении с предполагаемым составителями КИМ уровнем.

Очевидно, что такими заданиями являются № 2, 3, 4, 5, 8, 11, 13, 14 (см. рисунок 4). Чтобы понять какие именно это задания, обратимся к Кодификатору.

Таблица 4.

Характеристика заданий КИМ ОГЭ по математике, вызвавших наибольшие затруднения в 2021 году (в порядке возрастания процента выполняемости задания в регионе).

Номер задания в КИМ	**ПРОВЕРЯЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СОДЕРЖАНИЯ / УМЕНИЯ**	**Процент выполняемости в 2021**
5	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели.	25,69
2	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели.	52
4	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели.	55,74
14	Уметь строить и читать графики функций, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели.	56,16
3	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели.	61,95
11	Уметь строить и читать графики функций.	65,33

8	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь выполнять преобразования алгебраических выражений.	65,64

Очевидно, что наибольшую тревогу вызывает уровень выполнения заданий 2 – 5, проверяющих сформированнность универсальных учебных действий и навыков смыслового чтения в соответствии с ФГОС. Задания 1 – 5 – это практико-ориентированные задания, объединенные единым сюжетом. Для их выполнения необходимо было ознакомиться с приведенной схемой дачного участка и вычленить из сопроводительного текста необходимые сведения.

Задание 14 – задание на прогрессию. Здесь следует отметить, что выпускники испытывают затруднения при определении вида прогрессии: они не могут отличить арифметическую и геометрическую прогрессии, имея полный набор необходимых формул в Справочных материалах КИМ; не находят ключевых слов, фраз позволяющих сделать верный вывод.

Задание 11 – задание, где требуется демонстрация знаний и навыков функциональной линии алгебры 7 – 9 классов. Нужно продемонстрировать умение читать график функции, переходить от графического способа ее задания – к аналитическому; установить соответствие между формулами, задающими функцию и их графиками.

Задание 8 – проверяет умение преобразовывать алгебраические выражения, используя различные методы, а затем находить их значения при заданных значениях переменных, входящих в выражение.

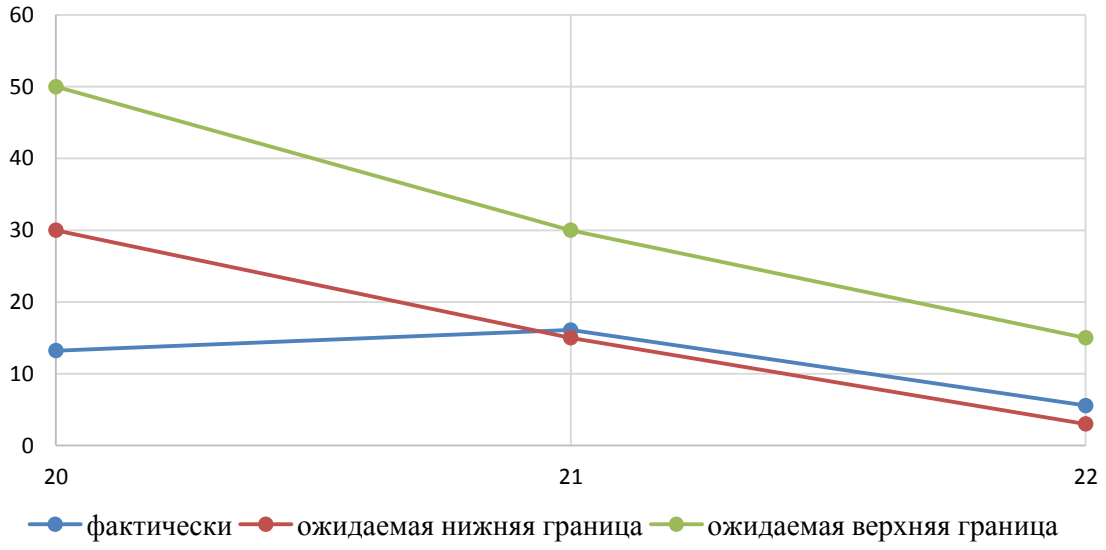


Рисунок 5. Уровень выполнения выпускниками региона заданий второй части модуля "Алгебра", в сравнении с предполагаемым составителями КИМ уровнем.

Во второй части работы представлены задания повышенного уровня сложности. С заданиями этой части в 2021 году не справились или не приступали в среднем 92, 1 % выпускников 9-х классов региона.

Номер задания в КИМ	ПРОВЕРЯЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СОДЕРЖАНИЯ / УМЕНИЯ	Процент выполняемости в 2021
20	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы.	13,22
21	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели.	16,09
22	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели.	5,57

Таблица 5. Характеристика заданий второй части КИМ ОГЭ по математике в 2021 году (в порядке убывания процента выполняемости задания в регионе).

Задание 20 проверяло умение выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения. При выполнении этого задания выпускники должны были продемонстрировать нестандартные подходы к преобразованию алгебраических выражений. Основные ошибки, которые продемонстрировали участники экзамена: вычислительные, в алгебраических преобразованиях, в записи ответа.

Задание 21 – текстовая задача – на движение по реке. Решение текстовых задач традиционно вызывает трудности даже у «сильных» обучающихся, хотя ее нельзя отнести к разряду сложных. Для составления уравнения не требовалось переформулировки или интерпретации условия, уравнение составляется «впрямую», по ходу чтения задачи.

Задание 22 требовало демонстрации умений строить графики функций и анализировать их свойства, задание требует свободного владения материалом и рассчитано на выпускников, изучавших математику более основательно (элективные курсы, факультативы, кружки). Как и в предыдущие годы, при выполнении задания была допущена типичная ошибка при построении графика функции – не учтена граничная точка в области определения рассматриваемой функции, что привело к ошибке в построении графика функции и неверному нахождению значения параметра.

В 2021 году средний результат выполняемости заданий с алгебраическим содержанием для всех групп выпускников составил 11,63%. Из трех, два задания достигли нижней планки планируемых результатов выполнения.

1.5. Характеристика заданий модуля «Геометрия» и рекомендации к их выполнению

Анализ выполняемости заданий первой части модуля «Геометрия» государственной итоговой аттестации по программам основного общего образования, позволяет выделить задания, на подготовку к выполнению которых следует обратить особое внимание.

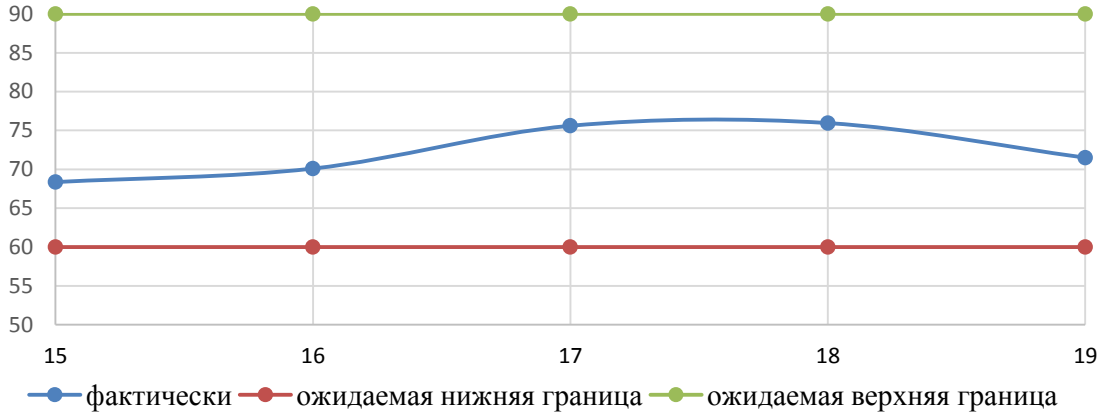


Рисунок 6. Уровень выполнения выпускниками региона заданий первой части модуля "Геометрия" в сравнении с предполагаемым составителями КИМ уровнем.

Номер задания в КИМ	ПРОВЕРЯЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СОДЕРЖАНИЯ / УМЕНИЯ	Процент выполняемости в 2021
15	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.	68,36
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.	70,10
17	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.	75,60
19	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения.	71,50

Таблица 6. Характеристика заданий КИМ ОГЭ по математике, вызвавших наибольшие затруднения в 2021 году (в порядке возрастания процента выполняемости задания в регионе).

Задания с геометрическим содержанием проверяли умения решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).

Задание 15 – найти катет прямоугольного треугольника, если

известна гипотенуза и косинус острого угла.

Задание 16 – найти угол *AOD*, если отрезки *AC* и *BD* диаметры окружности с центром в точке *O*. Угол *ACB* равен 59^0. Ответ дайте в градусах. Это задание не смогли выполнить 29,9 % выпускников.

В задании 17 надо было найти среднюю линию трапеции, если известны основания и высота.

Задание 18 – найти площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге, не решили 24,1 % обучающихся.

Как и в предыдущие годы в экзаменационной работе были сохранены задания на умение оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные рассуждения (задание 19). Выпускникам были даны три утверждения относительно геометрических фигур или геометрических величин, из которых надо было выбрать верные. Для успешного решения задания надо владеть определенными логическими приемами, знать аксиомы, теоремы и свойства геометрических фигур. Результаты показывают, что большая часть обучающихся или не приступает к решению этого задания, или способна лишь распознать известные свойства и определения, или распознать как неверное утверждение теорему, сформулированную с очевидной ошибкой. И даже хорошо успевающие учащиеся не справляются с простейшими логическими операциями.

Низкие результаты выполнения геометрических заданий можно объяснить недостатками в развитии пространственных представлений: недостаточные геометрические знания, низкая графическая культура, неумение применять полученные знания при решении задач, незнание свойств, теорем, неумение пользоваться справочным материалом и др. Предполагаемые ошибки: неумение проанализировать условие задачи и выявить неизвестные величины, нахождения которых вытекает прямо из условия задачи, незнание свойств, теорем, которые используются при решении задачи.

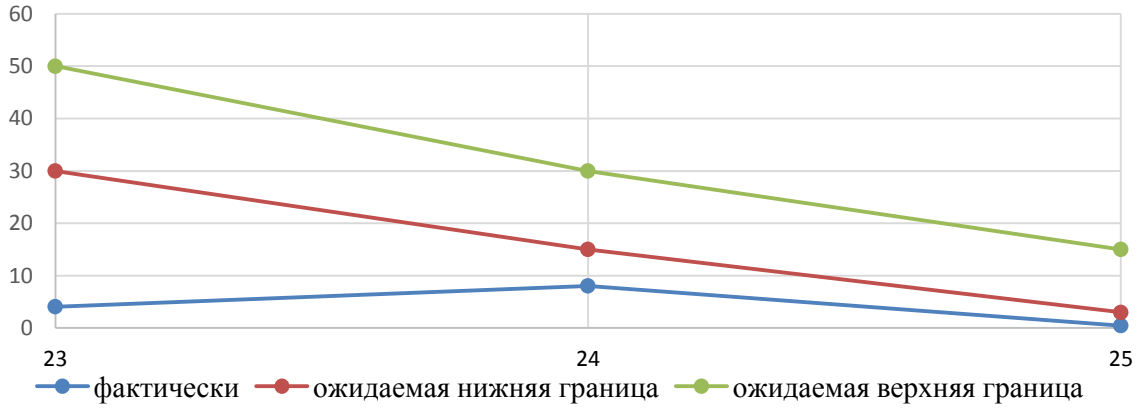


Рисунок 7. Уровень выполнения выпускниками региона заданий второй части модуля "Геометрии", в сравнении с предполагаемым составителями КИМ уровнем.

Во второй части модуля «Геометрия» КИМ представлены одно задание повышенного и два задания высокого уровней сложности.

Номер задания в КИМ	ПРОВЕРЯЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СОДЕРЖАНИЯ / УМЕНИЯ	Процент выполняемости в 2021
23	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.	4,07
24	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения.	8,03
25	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.	0,46

Таблица 7. Характеристика заданий модуля «Геометрия» второй части КИМ ОГЭ по математике в 2021 году (в порядке убывания процента выполняемости задания в регионе).

Задание 23 – геометрическая задача на умение выполнять действия с геометрическими фигурами: хорда, расстояние от центра окружности до хорды, задача на доказательство. Типичные ошибки – неаккуратно или с ошибками выполненный чертеж, незнание свойств геометрических фигур.

Самым решаемым заданием модуля «Геометрия» стало задание 24, которое было направлено на проверку умения проводить несложные доказательства, которыми должны владеть все обучающиеся, претендующие на отметки «4» и «5».

Последнее, самое сложное задание 25 ориентировано на обучающихся, имеющих высокий уровень математической подготовки, учащихся школ с углублённым изучением математики. Это задание носит комплексный характер и требует от выпускников подробных объяснений, грамотно выполненного рисунка или чертежа и корректных математических записей.

С заданиями этой части в 2021 году не справились или не приступали в

среднем 92, 1 % выпускников 9-х классов региона. Главные причины низкого уровня выполнения заданий модуля «Геометрия»: недостаточные геометрические знания, неумение рассуждать, низкая графическая культура, отсутствие логических рассуждений. Выполнение заданий второй части требует от выпускников не только устойчивых предметных знаний, но и метапредметных универсальных учебных действий, позволяющих применять нестандартные подходы к решению задачи и прогнозировать получаемые реальные результаты.

Раздел 2. Аналитическая информация для планирования подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации на уровне среднего общего образования

2.1. Структура и характеристика КИМ ЕГЭ по математике в 2022 году

Изучение документации, представленной на сайте ФИПИ, позволяет сделать выводы о преемственности модели КИМ ЕГЭ по математики с КИМ прошлых лет, а именно:

- Сохранена и развита двухуровневая модель экзамена по математике (базовый и профильный уровни);
- Сохранена большая часть заданий.

Однако, в КИМ ЕГЭ 2022 года по базовой математике были внесены следующие изменения:

- Удалено задание 2, проверяющее умение выполнять вычисления и преобразования (данное требование внесено в позицию задачи 7 в новой нумерации).
- Добавлены задание 5, проверяющее умение выполнять действия с геометрическими фигурами, и задание 20, проверяющее умение строить и исследовать простейшие математические модели.
- Количество заданий увеличилось с 20 до 21, максимальный балл за выполнение всей работы стал равным 21.

За каждое из заданий экзаменуемый может получить 1 первичный балл. В зависимости от специфики все задания разделены на следующие группы:

- ответ указывается в виде целого числа или десятичной дроби;
- ответ представляет собой последовательность цифр.

Тематически программа государственного экзамена охватывает все разделы математики (алгебры и геометрии) с 5 по 11 классы:

Таблица 8. Основная тематика заданий КИМ ЕГЭ по математики базового уровня в 2022.

Тематика задания	Количество заданий в КИМ
Алгебра	10
Геометрия	5
Уравнения и неравенства	3
Функции	1
Комбинаторика, статистика, теория вероятностей	1
Математический анализ	1

В КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня в 2022 внесены более существенные изменения:

- Удалены задания 1 и 2, проверяющие умение использовать приобретённые знания и умения в практической и повседневной жизни, задание 3, проверяющее умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.
- Добавлены задание 9, проверяющее умение выполнять действия с функциями, и задание 10, проверяющее умение моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.
- Внесено изменение в систему оценивания: максимальный балл за выполнение задания повышенного уровня 13, проверяющего умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами, стал равен 3; максимальный балл за выполнение задания повышенного уровня 15, проверяющего умение использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, стал равен 2.

Если ЕГЭ по базовому уровню математики поменяется незначительно, профильный уровень в 2022 году исключает несложные вопросы. Первая часть стала сложнее несмотря на то, что заданий стало меньше.

Таблица 9. Распределение заданий по частям экзаменационной работы по математике профильного уровня.

Часть работы	Коли-чество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данной части от максимального первичного балла за всю работу, равного 31	Тип заданий
Часть 1	11	11	35	С кратким

				ответом
Часть 2	7	20	65	С развёрнутым ответом
Итого	18	31	100	

Таблица 10. Распределение заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса математики

Содержательные разделы	Коли-чество заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного раздела содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 31
Алгебра	6	13	41,9
Уравнения и неравенства	3	5	16,1
Функции	2	2	6,5
Начала математического анализа	1	1	3,2
Геометрия	4	8	25,8
Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	2	2	6,5
Итого	18	31	100

Если говорить о распределении заданий КИМ по математике профильного уровня по группам сложности, то оно может быть представлено следующей диаграммой.

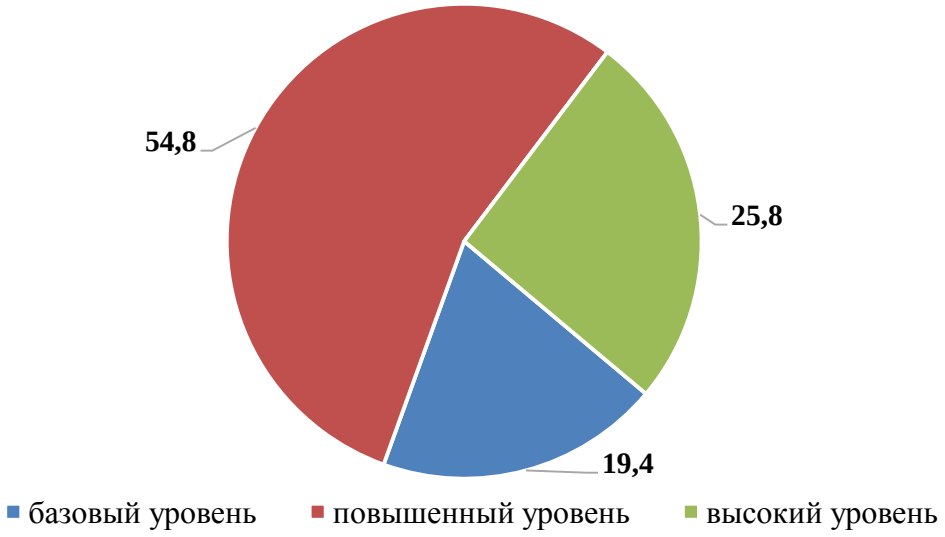


Рисунок 8. Распределение заданий КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня по уровням сложности

Выполнение заданий части 1 экзаменационной работы (задания 1–11) свидетельствует о наличии общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой части проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать

информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях.

В часть 1 работы включены задания по всем основным разделам курса математики: геометрии (планиметрии и стереометрии), алгебре, началам математического анализа, теории вероятностей и статистике.

В целях эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки абитуриентов задания части 2 работы проверяют знания на том уровне требований, который традиционно предъявляется вузами с профильным экзаменом по математике. Последние три задания части 2 предназначены для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов.

Содержание экзаменационной работы даёт возможность проверить комплекс умений по предмету:

- уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

2.2. Оценивание результатов ЕГЭ по математике в 2022 году

Оценивание результатов ЕГЭ регламентируется Распоряжением Рособрнадзора № 1122-10 от 16.10.2019 , в редакции от 15.04.2022 № 970-10.

Всего за 20 выполненных заданий на экзамене по математике базового уровня можно получить 21 первичный балл, которые переводятся в пятибалльную отметку по утвержденной Рособрнадзором[9] шкале:

Таблица 9. Перевод первичных баллов базового ЕГЭ по математике в пятибалльную отметку.

Отметка	Баллы
5	17-21
4	12-16
3	7-11
2	0-6

Задания части 1 экзамена по профильной математике предназначены для

[9] Распоряжение Рособрнадзора №1122-10 от 16.07.2019 с последними изменениями от 15.04.2022 №970-10

определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего общего образования на базовом уровне. Задание с кратким ответом (1–11) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Задания 12–18 с развёрнутым ответом, в числе которых 5 заданий повышенного уровня и 2 задания высокого уровня сложности, предназначены для более точной дифференциации абитуриентов вузов.

При выполнении заданий с развернутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов № 2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

Сохранена успешно зарекомендовавшая себя система оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом ЕГЭ профильного уровня. Эта система, продолжившая традиции выпускных и вступительных экзаменов по математике, основывается на следующих принципах.

1. Возможны различные способы и записи развёрнутого решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочёты по сравнению с «эталонным» решением.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования. Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках, включённых в федеральный перечень учебников, допущенных Минпросвещения России к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования[10].

[10] Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2022 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ Профильный уровень, подготовлена федеральным государственным бюджетным научным учреждением «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

2.3. Результаты ЕГЭ по математике профильного уровня в 2021 году

Результаты выполнения заданий первой части ЕГЭ по математике в прошедшем учебном году могут быть проиллюстрированы следующей диаграммой.

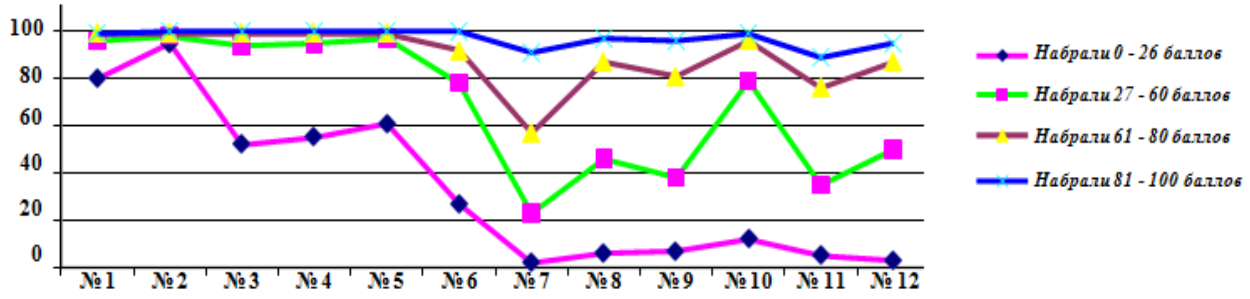


Рисунок 9. Выполнение первой части КИМ различными группами выпускников.

Очевидно, наибольшие затруднения вызвали у выпускников всех групп задания 6, 7, 8, 9,11,12.

Обратимся к Кодификатору заданий КИМ ЕГЭ по математике 2021 года.

Таблица 10. Соответствие «проблемных» заданий КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня.

№ п/п	Проверяемые элементы содержания / умения в 2021 году	№ задания в КИМ 2022
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (задача по готовому чертежу. Нахождение угла между биссектрисой и высотой треугольника, выходящими из одной вершины)	**3**
7!	Уметь выполнять действия с функциями (чтение графика производной функции и составление суждения о функции)	**6**
9	Уметь выполнять вычисления и преобразования (преобразование тригонометрического выражения и нахождение его значения)	**4**
11	Уметь строить и исследовать простейшие математически модели (задача на работу)	**8**
12	Уметь выполнять действия с функциями (исследование функции с помощью производной)	**11**

Следует отметить, что абсолютное большинство заданий указанной категории сохранены в обновленной модели КИМ, а это означает, что необходимо проанализировать возможные причины затруднений учеников при их выполнении (анализ и рекомендации будут даны в разделе 3).

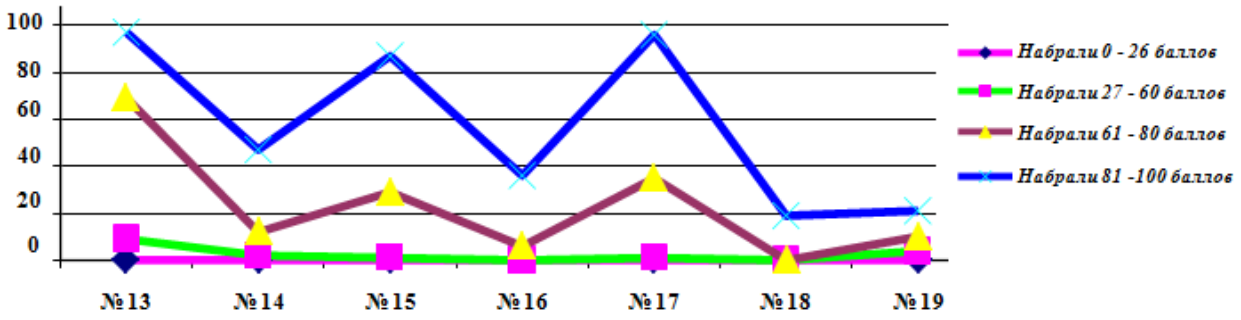


Рисунок 10. Выполнение заданий КИМ ЕГЭ с развернутым ответом различными группами выпускников

Таблица 11. Соответствие между заданиями второй части КИМ ЕГЭ 2021 и 2022.

№ п/п	Проверяемые элементы содержания / умения в 2021 году	№ задания в КИМ 2022
13	Уметь решать уравнения и неравенства (тригонометрическое уравнение повышенной сложности, *а*) решить уравнение, *б*) отобрать корни, принадлежащие заданному промежутку)	**12**
14	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (геометрическая задача повышенной сложности в трёхмерном пространстве, состоящая из двух частей: *а*) – доказать утверждение, *б*) – найти расстояние от точки до плоскости)	**13**
15	Уметь решать уравнения и неравенства (неравенство повышенной сложности)	**14**
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (геометрическая задача на плоскости повышенного уровня сложности, состоящая из двух частей: *а*) – доказать утверждение, *б*) – найти длину отрезка)	**16**
17	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (экономическая задача «Кредиты», повышенный уровень сложности. В 2021 году задача содержала элемент новизны – изменение процентной ставки в период кредитования)	**15**
18	Уметь решать уравнения и неравенства (задание с параметром; высокий уровень сложности)	**17**
19	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (задача высокого уровня сложности на тему «Числа»)	**18**

Проведя анализ успешности выполнения заданий КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня, по результатам 2021 года, можно выделить перечень элементов содержания, на работу с которыми следует обратить внимание:

- выполнять действия с функциями в заданиях базового уровня

сложности;

- решать уравнения и неравенства высокого уровня сложности;
- выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами в задачах повышенной;
- строить и исследовать простейшие математические модели в задачах высокого уровня сложности.

Раздел 3. Система работы учителя при подготовке выпускников к государственной итоговой аттестации по математике

В настоящее время основная концепция обновления образования заключается в том, что оно должно являться индивидуализированным, функциональным и результативным. Реализация задачи индивидуализации образовательного процесса представляет собой создание и внедрение индивидуальных образовательных маршрутов обучающихся.

Если говорить о том, как педагог должен построить свою деятельность по подготовке выпускников к итоговой аттестации, то, очевидно, что эта работа должна быть планируемой, так как любое стихийное действие редко приносит желаемые результаты. Организация повторения должна быть продуманной и системной. Повторение должно стать логически встроенным в урочную деятельность. Нужно продумать возможность использования всех ресурсов и урочной, и внеурочной деятельности, дополнить консультациями как групповыми, так и индивидуальными. Как показывает собственный опыт, эффективным является метод использования индивидуального образовательного маршрута (ИОМ).

Индивидуальный образовательный маршрут – это определённая последовательность освоения компонентов содержания образования, выбранная для конкретного ученика.

Траекторию же действий учителя можно представить следующим образом:

Рисунок 11. Траектория движения учителя по сопровождению ученика на ИОМ.

Логическая структура проектирования образовательного маршрута включает в себя следующие этапы:

1 этап – Распределение обучающихся по уровням знаний:

- высокий;
- средний («группа роста»);
- низкий («группа риска»).

2 этап – алгоритм создания ИОМ:

- постановка цели маршрута;
- выбор способов реализации поставленной цели (форм и методов работы, форм и методов контроля);
- оформление маршрутного листа.

3 этап – подведение итогов – это диагностические работы. Если проблемы ликвидированы, маршрут закрывается, если нет – работа продолжается.

На 1 этапе необходимо выявить причины, по которым обучающиеся отнесены к «группе риска». Это может быть и наличие пробелов по математике, и низкое качество мыслительной деятельности ребенка, и отсутствие у него мотивации к учению.

Существенную помощь на этом этапе могут оказать классный руководитель, родители учащегося. Знание конкретных причин отставания позволяет сформулировать цель образовательного маршрута:

Так, для обучающихся с *низким качеством мыслительной деятельности*, но положительным отношением к учению – это будет одна цель, например,

работа над преодолением пробелов в знаниях и умениях и работа по развитию основных мыслительных операций;

Для учеников с высоким уровнем мыслительной деятельности, но отрицательным отношением к учению – другая цель, например, работа над формированием мотивации к учению и работа над преодолением пробелов в знаниях и умениях;

Для обучающегося, имеющего существенные пробелы по математике и не желающего учиться – третья цель.

Другими словами, при разработке маршрута должны учитываться уровень предметной подготовки ученика, характер образовательных запросов и интересов, состояние здоровья. Для учащихся «группы риска» маршрут должен, в первую очередь, носить компенсирующий характер, т.е. быть направлен на ликвидацию тех или иных пробелов, выявленных по результатам контрольных работ.

На 2 этапе при создании ИОМ следует придерживаться следующего алгоритма:

- постановка цели маршрута;
- выбор способов реализации поставленной цели (форм и методов работы, форм и методов контроля);
- оформление маршрутного листа.

Маршрутные листы можно выбрать следующей формы (форму учитель может выбирать самостоятельно, в зависимости от поставленной цели).

ЛИСТ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО МАРШРУТА

ФИО _____

Ученика (цы) _____ **класса**

на _____ **(ПЕРИОД)**

Цель маршрута: _____

№	Тема занятий	Результат работы	План работы для учащегося	Дальнейшие действия учителя
1.	Решение квадратных уравнений	Путает виды кв.уравнений, их алгоритмы решения	1.Работа по ОК 2.Теория - зачет	На след.уроке - карточка, повторная проверка ЗУН
2.	Построение графика кв.функции	Ошибки при нахождении вершины параболы	1.Выучить формулу 2.Алгоритм построения	Доп.задание на построение графиков
3.	Арифметическая прогрессия	Ошибки в вычислении разности арифм.прогрессии	1.Повторить действия с обыкн.дробями	Индив.работа -правила -устный счет -тренажер

Рисунок 12. Вариант Маршрутного листа обучающегося.

Очень важно, при заполнении таблицы, пояснять, какие трудности возникают у учащихся и как они самостоятельно или под руководством учителя с ними справляются, а также следует учителю подробно обозначать дальнейшие действия по ликвидации пробелов. Проводить рефлексию своих действий по отношению к ученику.

В основном индивидуальные образовательные маршруты составляются по темам, слабо усвоенными обучающимися. Маршруты могут быть короткими и длинными, в зависимости от реализуемых целей при работе с учащимся.

Для успешной работы требуется ежеурочный контроль деятельности учеников. Причем, учет пробелов можно вести по кодификатору элементов, а также по таблицам, результатов проверочных работ с учетом кодификатора.

ЛИСТ УЧЕТА «ПРОБЕЛОВ» по кодификатору

ФИО _____

Ученика (цы) _____ **класса**

Учебный год:_____

№ п/п	Проверяемые элементы по кодификатору	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
Задания первой части.											
1	Действия с числами (сложение, вычитание, умножение, деление)										
2	Сравнение чисел										
3	Стандартный вид числа										
4	Действия со степенями										
5	Работа с графиками										
6											
Задания второй части.											
31	Преобразование алгебраических выражений.										
32	Решение рациональных уравнений										
33	Решение планиметрической задачи										
34	Решение задач (на движении, совместную работу и т.п.)										
35	Площади фигур										
36											
	Итого:										

Рисунок 13. Вариант листа учета «пробелов» по кодификатору.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛИСТ УЧЕТА «ПРОБЕЛОВ»				
ФИО ученика	*Построение графика*	*Точки пересечения графика с осями координат*	*Точки пересечения графиков линейной функции*	*Соответствие между графиком линейной функции и коэффициентами K и b*
……..	+	–	+	–

Рисунок 14. Вариант Тематического листа учета «пробелов».

От учителя проведение цикла диагностических работ и необходимость дальнейшей систематической работы по устранению пробелов требуют коррекции календарно-тематического планирования, причем эти изменения вносятся в течение всего учебного года.

После каждой контрольной работы учитель должен обязательно проводить анализ результатов для каждого ребенка и класса в целом. Выявив ошибки, учитель совместно с учеником строит свою работу по их устранению, разрабатывая и заполняя ИОМ.

Нельзя забывать, что основное время работы – урок, на котором должно отрабатываться максимальное количество учебного материала. При планировании учебных занятий необходимо тщательно отбирать материал для повторения, чтобы он также не был оторван от основной темы урока.

Работа не будет продуктивной, если не просматривается обратная связь «ученик-учитель». Учителю необходимо, процесс обучения ребенка по индивидуальному маршруту постоянно держать на контроле, следить за его достижениями и неудачами. Поэтому должен проводиться ***точечный контроль: каждой темы, каждого умения.***

Подготовку к ОГЭ и ЕГЭ возможно реализовывать через различные ***формы организации деятельности*** обучающихся:

- занятие в классе. При закреплении или повторении изученного учащимся выдаются индивидуальные задания-тренажеры, карточки. Дети работают самостоятельно, затем работа проверяется и оценивается.
- групповые занятия. У детей, обучающихся по индивидуальному маршруту, одна проблема, например: «Решение квадратных уравнений».

- домашняя самостоятельная работа. Повторив тему с учителем, ребенок получает домашнее задание на несколько дней. В назначенное время задание проверяется и оценивается.
- дополнительные занятия по уровню знаний.
- консультации по графику.
- дополнительные задания в онлайн – режиме.

Учитывая психологические особенности учащихся ***«группы риска»***, реализация ИОМ должна осуществляться ежедневно на уроках и индивидуальных занятиях.

При работе по реализации ИОМ обучающихся от педагога требуется несколько иной подход к подготовке уроков:

- более глубокого анализа причин затруднений учащихся в изучении учебных предметов;
- более тщательной подготовки к урокам в части планирования повторения ранее изученного материала;
- пересмотра методики преподавания в связи с необходимостью осуществлять индивидуальный подход к обучающимся.

На 3 этапе проводится ***подведение итогов*** – это диагностические работы. Если проблемы ликвидированы, маршрут закрывается, если нет – работа продолжается.

Оформить индивидуальный образовательный маршрут, можно в виде мониторинговой папки, в которой отображаются учебные достижения учащиеся 5-11 классов по текущим темам школьного курса и результаты их подготовки к итоговой аттестации. Мониторинговая папка учебных достижений состоит из трех частей: 5-8 класс, 9 класс, 10-11 класс, отличающихся друг от друга структурой и наполняемым материалом.

Возможные структуры мониторинговых папок учеников разных уровней обучения могут выглядеть следующим образом (Приложение 1).

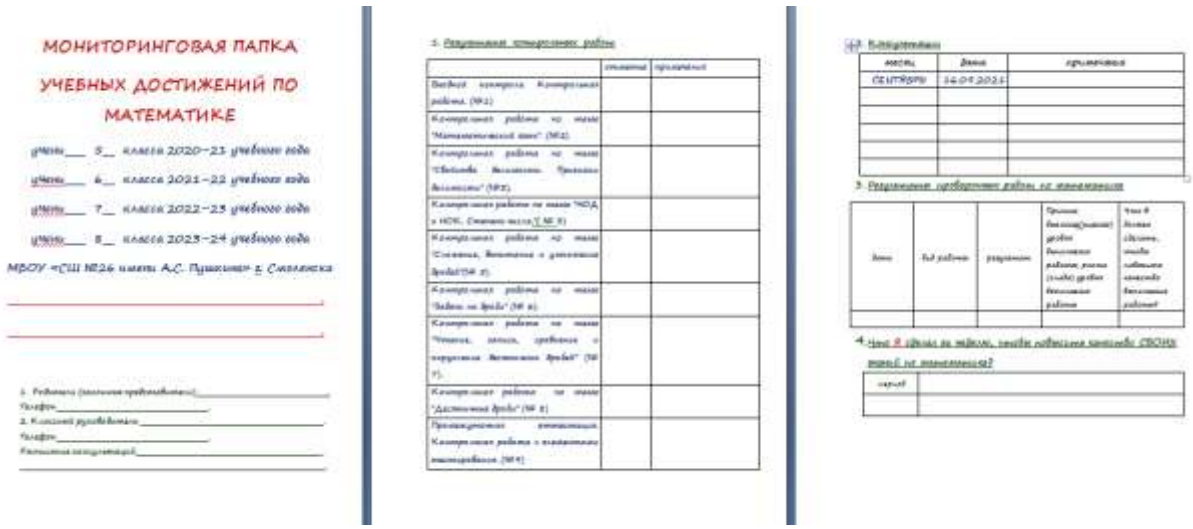


Рисунок 15. Вариант оформления мониторинговой папки ученика 5 – 8 классов.

После окончания 9 класса выпускники школы со своим накопленным багажом знаний и результатов учебных достижений, отраженных в мониторинговых папках, приходят в 10 класс. И тут их ожидает продолжение начатого дела. Подготовка обучающихся 10-11 классов к итоговой аттестации в форме ЕГЭ наверно самый главный вопрос, который стоит перед учителем, работающим в старшей школе. Ведь учителю необходимо подготовить не только выпускника школы, но и абитуриента ВУЗа. Благодаря ИОМ, ребята реально оценивают уровень своих знаний по математике, осознанно выбирают уровень сдачи ЕГЭ и в последствии делают правильный выбор ВУЗа, ориентированного или нет на дальнейшее изучение высшей математики.

Для качественной подготовки к итоговой аттестации обучающиеся могут активно использовать домашние папки, в которых накапливают решенные тесты с пометками маркером допущенных ошибок, важной информации, формул, новых способов решения. Учащиеся 9-11 классов каждую неделю могут выполнять домашние печатные или онлайн тесты, и результаты этих работ так же отражаются в мониторинговой папке.

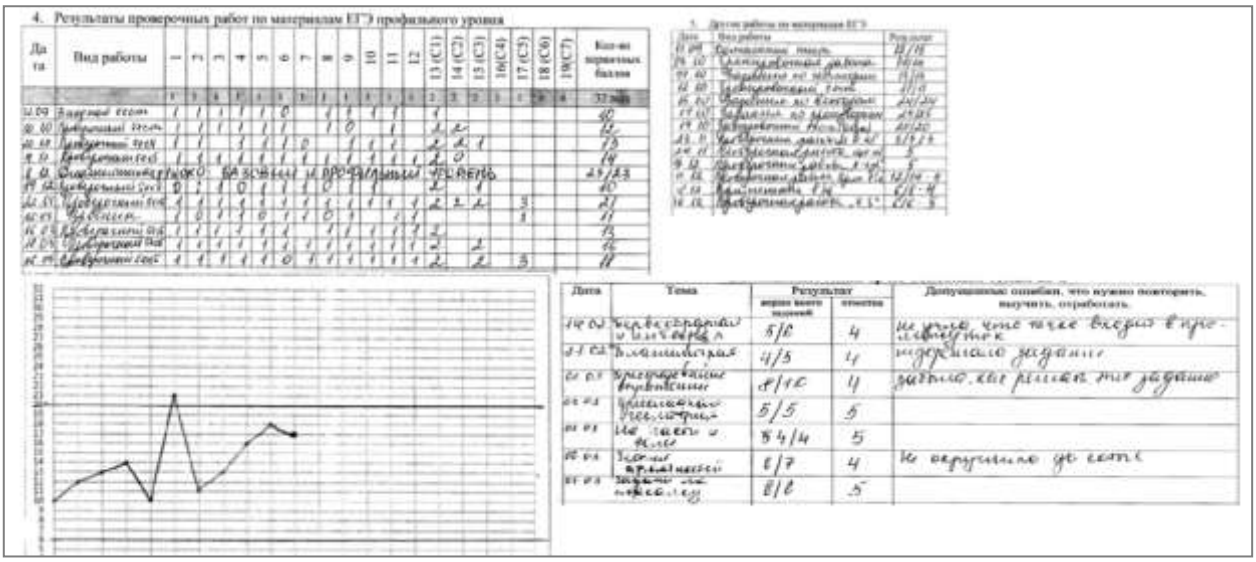


Рисунок 16. Фрагменты материалов Мониторинговых папок выпускников 2020 года.

По итогам выполненных работ учащиеся самостоятельно (или совместно с учителем) наблюдают положительную / отрицательную динамику. Исходя из результатов, намечается дальнейший план (маршрут) работы. Например, наиболее часто ученик допускает ошибку в задании геометрических заданиях, следовательно, необходимо приложить больше усилий на их ликвидацию.

При использовании ИОМ обучающиеся действительно осознают его значимость как одного из способов самоопределения, самореализации и проверки правильности выбора направления дальнейшего обучения. Они активно включаются в процесс своей подготовки к итоговой аттестации уже с 5-ого класса, делают самоанализ своих достижений с планированием дельнейших действий по повышению качества знаний по предмету. Использование индивидуального образовательного маршрута дает свои положительные результаты. Ребята чаще дополнительно работают над заданиями, которые вызывают у них затруднения, более заинтересованы в достижении поставленных целей, сами ставят эти цели и прикладывают максимум усилий для их достижения. Описанный опыт работы был опробован с 2015 по 2020 годы в двух общеобразовательных классах (7 – 9), 10 – 11 в классах технологического профиля (29 обучающихся сдавали профильный экзамен по математике, средний балл 62,4) и естественнонаучного профиля (11 обучающихся сдавали ЕГЭ по математике профильного уровня, средний балл 59,6).

Содержание представленной мониторинговой папки может быть адаптировано для различных учебных программ, а также дорабатываться исходя из личных требований учителя и потребностей учащихся. Возможно применение в любом учебном профиле (гуманитарный, естественнонаучный, социально-экономический).

Раздел 4. Примеры решения некоторых задач, которые могут быть использованы при подготовке выпускников к государственной итоговой аттестации по математике

В текущем учебном году появились изменения в содержании КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня. Речь идет о заданиях под номерами 9 и 10.

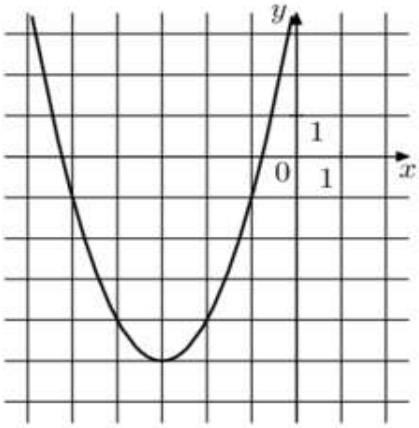
Таблица 12. Фрагмент обобщенного плана Варианта КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня 2022 года.

	Проверяемые требования /умения	Коды проверяемых требований	Коды проверяемых элементов содержания	Уровень сложности	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на базовом уровне (в мин.)	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на профильном уровне (в мин.)
9	Уметь выполнять действия с функциями	3.1, 5.1	2.1, 2.2, 3.1–3.3	П	1	15	8
10	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	5.4	6.3	П	1	15	8

Остановимся подробнее на заданиях под номером 9. Тематика заданий приведена ниже.

Рисунок 17. Тематика заданий 9 в соответствии с материалами открытого Банка задач ФИПИ.

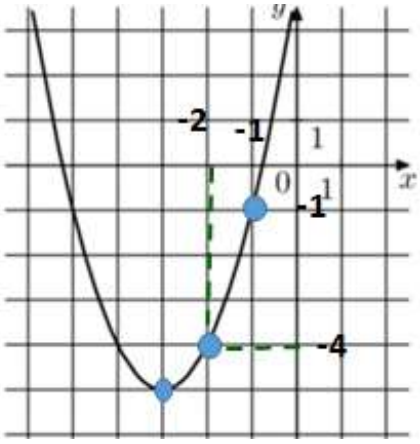
Задача 9. На рисунке изображен график функции $f(x)=ax^2+bx+c$, где a, b, c – целые числа. Найдите $f(1)$



Решение.

<u>1 способ</u> (универсальный)

Выберем на графике функции три точки с целочисленными координатами: (-3;-5), (-1; -1) и (-2; -4). Данные точки являются точками графика, а значит, их координаты обращают формулу, задающую функцию в верное числовое равенство. Подставив поочередно эти координаты в формулу $f(x)=ax^2+bx+c$, мы получим систему трех уравнений с тремя неизвестными a, b, c.



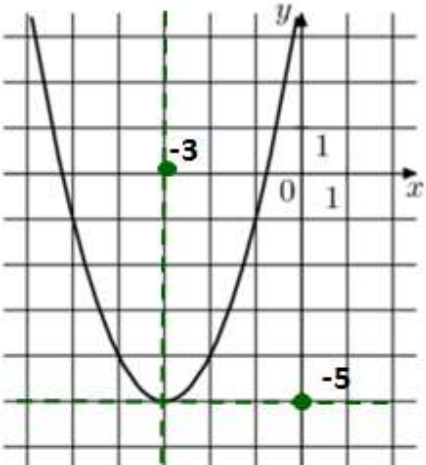
1) $a=1$.

2) (-1;-1): $-1=1\cdot(-1)^2-b+c;\ c-b=-2.$

3) (-2;-4): $-4=1(-2)^2-2b+c;\ c-2b=-8.$

4) $\begin{cases} c-b=-2, \\ c-2b=-8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=6, \\ c=4. \end{cases}$

5) $f(x)=x^2+6x+4,\ f(1)=1^2+6\cdot1+4=11.$



Ответ: 11.

<u>2 способ</u> (преобразование графиков)

Очевидно, что коэффициент *a* у данной параболы равен 1.

Любая парабола может быть задана уравнением вида: $f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$, где $(x_0; y_0)$ – вершина параболы.

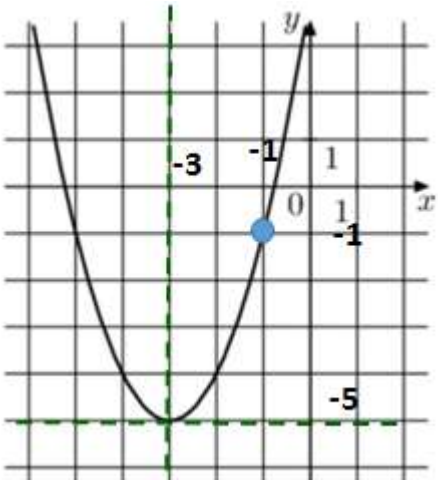
(-3; -5) –вершина данной параболы, значит

$f(x) = 1(x+3)^2 - 5.$

Тогда, $f(1) = (1+3)^2 - 5 = 16 - 5 = 11.$

Ответ: 11.

3 способ (комбинированный)



Очевидно, что коэффициент *a* у данной параболы равен 1.

Формула для вычисления абсциссы вершины параболы: $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$. Значит, $-3 = -\dfrac{b}{2\cdot 1} \Rightarrow b = 6.$

Найдем *c*, выбрав на графике точку с целочисленными координатами (-1;-1).

$f(x) = x^2 + 6x + c, \quad -1 = 1^2 - 6\cdot 1 + c, c = 4.$

Таким образом, $f(x) = x^2 + 6x + 4, \; f(1) = 1^2 + 6\cdot 1 + 4 = 11.$

Ответ: 11.

Другие примеры решения заданий под номером 9 в Приложении 2.

Задания под номерами 10 – это задания повышенного уровня по теории вероятностей. Рассмотрим пример решения одной из них.

Задача 10.

Семен бросает игральную кость до тех пор, пока сумма выпавших очков не превысит число 10. Найдите вероятность того, что потребовалось ровно два броска. Ответ округлите до сотых.

Решение.

1 способ.

За один бросок невозможно получить 10 очков (максимум 6). Значит, нужно найти вероятность того, что сумма очков за два броска превысит 10. В результате двух бросков наступает один из 36 равновозможных исходов, каждый из которых – упорядоченная пара чисел от 1 до 6, показывающих количество очков, выпавших в первый раз и выпавших во второй раз. Определим благоприятные исходы для указанного события: (5;6), (6; 5), (6;6).

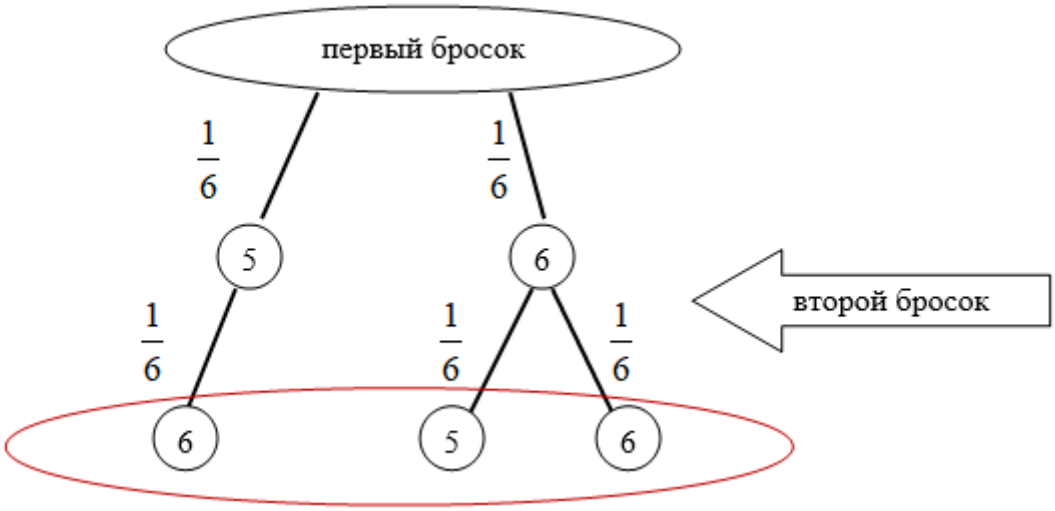
Значит, искомая вероятность равна $\dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12} \approx 0{,}08$.

Ответ: 0,08.

2 способ (дерево вариантов)

В результате двух бросков наступает один из 36 равновозможных исходов.

Все исходы первого броска, когда выпадает менее 5 очков, не представляют для нас интереса, так как в этом случае сумма очков за два броска не превысит 10. Изобразим фрагмент дерева вариантов.



Пусть событие А – «сумма превышающая 10 очков выпала за два броска».

Тогда, $p(A)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}\approx 0{,}08.$

Ответ: 0,08.

Раздел 5. Ресурсы, которые могут быть использованы учителем и учеником при подготовке выпускников к государственной итоговой аттестации по математике

Вопрос подготовки к итоговой государственной аттестации беспокоит всех участников образовательного процесса: и обучающихся, и учителей, и родителей. Как известно, учитель, с одной стороны, должен обеспечить обязательный уровень знаний, умений и навыков всех обучающихся, а с другой – развить потенциальные творческие возможности и мыслительные способности сильных учеников. Основная цель занятий с обучающимися 9 и 11-х классов – не только закрепить, обобщить, углубить знания, но и обеспечить качественную подготовку обучающихся к итоговой аттестации.

Сейчас стало возможным не только использовать электронные учебные пособия, но и организовать работу с Интернет-ресурсами, использовать Online тестирование по предмету. Во внеурочное время учащиеся могут использовать возможности, предоставляемые различными образовательными платформами,

пройти онлайн тестирование. Таким образом, будущие выпускники могут почувствовать на себе особенности экзаменов, настроиться на нужную волну и успешно сдать экзамен самостоятельно.

Сеть Интернет имеет огромный потенциал образовательных услуг: электронная почта, поисковые системы, вебинары, видеолекции и уроки становятся составной частью современного образования.

Но наряду с этим, современный Интернет содержит такое обилие информации, что неподготовленному выпускнику не хватит времени отобрать действительно необходимую и полезную. Кроме того, не стоит забывать о безопасности в сети Интернет. Хочу представить ряд сайтов, которые, на мой взгляд, будут действительно полезны при подготовке к итоговой аттестации. Они позволяют повысить качество подготовки к экзамену и повышают эффективность работы учителя.

ФГБНУ «ФИПИ»

На официальном сайте Федерального института педагогических измерений (ФИПИ) опубликованы проекты документов, определяющих структуру и содержание контрольных измерительных материалов (КИМ) ЕГЭ, ОГЭ 2022 года, по всем предметам. Материалы содержат проекты спецификаций и демонстрационных вариантов КИМ, кодификаторов элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения ЕГЭ, ОГЭ; Открытый банк заданий ОГЭ и ЕГЭ по всем предметам.

Официальный информационный портал ЕГЭ

Представлены документы, новости, мероприятия. Официальный сайт Федеральной служба по надзору в сфере образования и науки

Открытый банк заданий по математике

Банк заданий базового уровня содержит все задания, которые могут быть включены в экзамен. Банк профильного уровня содержит задания с кратким ответом профильного ЕГЭ по математике, хотя значительная часть заданий может использоваться при подготовке и к базовому экзамену. Разработка новых экзаменационных задач ведется постоянно и при появлении новых заданий в ЕГЭ прототипы и аналоги этих заданий заблаговременно публикуются на сайте. Обновлен функционал сайта: появилась онлайн-подготовка к ЕГЭ базового уровня.

ЕГЭ портал, всё последнее к ЕГЭ и ОГЭ. Вся информация о ЕГЭ и ОГЭ по всем предметам: от новостей, документов до тренировочных вариантов и учебных пособий.

ЕГЭ И ГИА

Способы подготовки, видео уроки, советы по подготовке к ЕГЭ и ОГЭ, новости, абитуриенту.

Подготовка к ЕГЭ и ОГЭ по математике

Банки заданий ОГЭ и ЕГЭ как базового, так и профильного уровня. Тематические видеоуроки.

РЕШУ ЕГЭ

Дистанционная обучающая система для подготовки к экзамену. Она создана творческим объединением "Центр интеллектуальных инициатив" под руководством Д.Д. Гущина, который говорит, что "Образовательный портал "РЕШУ ОГЭ" - мой личный благотворительный проект. Он не финансируется ни частными лицами, ни организациями, ни государством"

Ученик:

может применить материалы ресурса для самостоятельной работы.

Все задачи отобраны из официального источника: Единого банка задач. Они снабжены подробным, понятным ученику решением.

Также ученик может воспользоваться услугой службы поддержки при обсуждении непонятных вопросов.

После решённых прототипов подобрано достаточное количество аналогичных задач, что позволяет ученику качественно закрепить определённый тип заданий.

На сайте представлены готовые варианты ОГЭ и ЕГЭ, решив которые выпускник может самостоятельно выявить пробелы в знаниях и уделить таким заданиям больше внимания.

Для учителя этот ресурс также очень удобен.

Наличие ответов и решений позволяет значительно сэкономить время подготовки к уроку.

Все задачи распределены и классифицированы по темам.

А также есть возможность сохранить отобранные задачи, распечатать их для проведения самостоятельных и проверочных работ.

Недостатков при работе с этим сайтом практически нет.

Такая структура позволяет вовремя исправлять ошибки и корректировать подготовку.

При работе с сайтом у ученика развиваются навыки самостоятельности.

Для работы в системе "РЕШУ ЕГЭ и ОГЭ" необходимо сначала зарегистрироваться.

Экзамен ru

Все о ГИА и ЕГЭ. Онлайн тестирование

Заключение

Следует помнить, что подготовка к государственной итоговой аттестации это дело не одного дня. Эта системная и спланированная работа должна вестись с самого начала обучения. Подготовка выпускника к экзамену – это не «натаскивание» ученика на задания аналогичные заданиям предыдущих лет. Подготовка означает изучение программного материала с включением в него заданий в формах, используемых в итоговой аттестации. Кроме того, следует выявить и приложить все усилия к ликвидации имеющихся «пробелов» в знаниях и умениях; постараться решить общие проблемы: отсутствие или низкий уровень культуры вычислений, несформированность навыков самопроверки, низкий уровень смыслового чтения. Важно для каждого выпускника четко обозначить траекторию его собственного движения и контролировать и корректировать это движение. Также важно правильно настроить выпускника на выполнение экзаменационной работы, помочь выбрать правильную стратегию.

Безусловно, работа педагога по подготовке выпускников к государственной итоговой аттестации занимает много времени и сил, но если правильно организовать свою деятельность и мотивировать своих учеников на достойный результат, то все усилия принесут желаемые плоды.

Источники

1. Документы, определяющие структуру и содержание КИМ ОГЭ и ЕГЭ 2022
2. Открытый банк заданий ОГЭ и ЕГЭ ФИПИ
3. Федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность
4. Открытый банк ЕГЭ по математике
5. Материалы онлайн-консультации И.Ященко по подготовке к ЕГЭ по математике
6. Методические материалы для предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ОГЭ 2022 года (Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений»)

Приложения

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

МОНИТОРИНГОВАЯ ПАПКА УЧЕБНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

учени____ 5__ класса 2020–21 учебного года

учени____ 6__ класса 2021–22 учебного года

учени____ 7__ класса 2022–23 учебного года

учени____ 8__ класса 2023–24 учебного года

МБОУ «СШ №26 имени А.С. Пушкина» г. Смоленска

_____.

_____.

1 Родители (законные представители)_____.

Телефон_____.

2. Классный руководитель _____.

Телефон_____.

Расписание консультаций_____.

_____.

1. Результаты контрольных работ

	отметка	примечания
Входной контроль. Контрольная работа. (№1)		
Контрольная работа по теме "Математический язык". (№2)		
Контрольная работа по теме "Свойства делимости. Признаки делимости" (№3).		
Контрольная работа по теме "НОД и НОК. Степень числа."(№ 3)		
Контрольная работа по теме "Сложение, вычитание и умножение дробей"(№ 5).		
Контрольная работа по теме "Задачи на дроби" (№ 6).		
Контрольная работа по теме "Чтение, запись, сравнение и округление десятичных дробей" (№ 7).		
Контрольная работа по теме "Десятичные дроби" (№ 8)		
Промежуточная аттестация. Контрольная работа с элементами тестирования. (№9)		

2. Консультации

месяц	дата	примечание
СЕНТЯБРЬ	16.09.2021	

3. Результаты проверочных работ по математике

дата	вид работы	результат	Причина высокого(низкого) уровня выполнения работы; роста (спада) уровня выполнения работы	Что Я должен сделать, чтобы повысить качество выполнения работы?

4. Что Я сделал за неделю, чтобы повысить качество СВОИХ знаний по математике?

период	

МОНИТОРИНГОВАЯ ПАПКА

УЧЕБНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

при подготовке к ОГЭ

учени____ 9__ класса 2020–21 учебного года

МБОУ «СШ № 26 имени А.С. Пушкина» г. Смоленска

_____.

_____.

2 Родители (законные представители)_____.

Телефон_____.

2. Классный руководитель _____.

Телефон_____.

3. Расписание консультаций_____.

_____.

4. С особенностями экзамена по предмету, структурой заданий, спецификацией, демоверсией ОГЭ по математике, временем на выполнение экзамена ознакомлен(а)

_____/_____

5. С правилами заполнения бланков ОГЭ по математике и правилами внесения данных ознакомлен(а)

_____/_____

5. <u>Результаты контрольных работ</u>

АЛГЕБРА	отметка	примечания
Входной контроль. Контрольная работа. (№1)		
Контрольная работа №2 по теме «Неравенства и системы неравенств»		
Контрольная работа №3 по теме «Системы уравнений»		
Контрольная работа №4 по теме «Свойства функций»		
Контрольная работа №5 по теме «Числовые функции»		
Контрольная работа №6 по теме «Прогрессии»		
Контрольная работа №7 по теме «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей»		
Промежуточная аттестация		
ГЕОМЕТРИЯ		
Входной контроль. Контрольная работа (№1)		
Контрольная работа №2 по теме «Метод координат»		
Контрольная работа №3 по теме «Соотношения между сторонами и углами треугольника».		
Контрольная работа № 4 по теме «Длина окружности и площадь		

круга»		
Контрольная работа №5 по теме «Параллельный перенос и поворот»		
Промежуточная аттестация		

6. Консультации

месяц	дата	примечание
СЕНТЯБРЬ	16.09.2021	

7. Результаты проверочных работ по математике, с учетом структуры КИМ ОГЭ

	Номер и дата работы															
№ задания																
№1																
№2																
№3																
№4																
№5																
№6																
№7																
№8																
№9																
№10																
№11																
№12																
№13																
№14																
№15																
№16																

№17																
№18																
№19																
№20																
№21																
№22																
№23																
№24																
№25																

8. Результаты проверочных других проверочных работ

дата	вид работы	результат	ОЗНАКОМЛЕН законный представитель (дата, подпись)

9. Самоанализ результатов выполнения проверочных работ по подготовке к ОГЭ по математике

дата	вид работы	результат	Причина высокого(низкого) уровня выполнения работы; роста (спада) уровня выполнения работы	Что Я должен сделать, чтобы повысить качество выполнения работы?

10. Что Я сделал за неделю, чтобы повысить качество СВОИХ знаний по математике?

период	

МОНИТОРИНГОВАЯ ПАПКА

УЧЕБНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

при подготовке к ЕГЭ

учени____ 10__ класса 2018–19 учебного года

учени____ 11__ класса 2019–20 учебного года

МБОУ «СШ № 26 имени А.С. Пушкина» г. Смоленска

_____.

_____.

3 Родители (законные представители)_____.

Телефон_____.

2. Классный руководитель _____.

Телефон_____.

3. Расписание консультаций_____.

_____.

4. С особенностями экзамена по предмету, структурой заданий, спецификацией, демоверсией ЕГЭ по математике, временем на выполнение экзамена ознакомлен(а)

_____/_____

5. С правилами заполнения бланков ЕГЭ по математике и правилами внесения данных ознакомлен(а)

_____/_____

11. Результаты контрольных работ

	отметка	примечания
Входной контроль. Контрольная работа. (№1)		
Контрольная работа №2 по теме «……»		

12. Консультации

месяц	дата	примечание
СЕНТЯБРЬ		

13. Результаты проверочных работ по математике, с учетом структуры КИМ ЕГЭ

	Номер и дата работы															
№ задания																
№1																
№2																
№3																
№4																
№5																
№6																
№7																
№8																

№9																
№10																
№11																
№12																
№13																
№14																
№15																
№16																
№17																
№18																
№19																

14. Результаты проверочных других проверочных работ

дата	вид работы	результат	ОЗНАКОМЛЕН законный представитель (дата, подпись)

15. Самоанализ результатов выполнения проверочных работ по подготовке к ЕГЭ по математике

дата	вид работы	результат	Причина высокого(низкого) уровня выполнения работы; роста (спада) уровня выполнения работы	Что Я должен сделать, чтобы повысить качество выполнения работы?

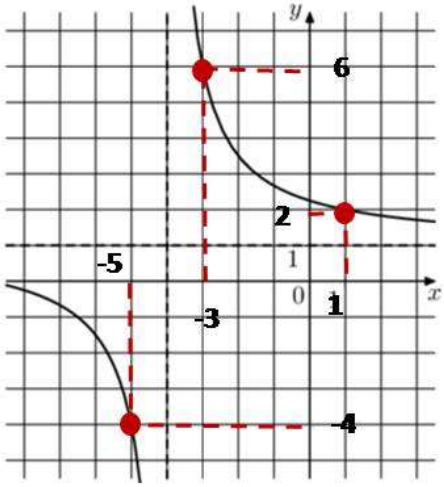
16. Что Я сделал за неделю, чтобы повысить качество СВОИХ знаний по математике?

период	

Задача 2

На рисунке изображен график функции

$f(x)=\dfrac{kx+a}{x+b}$. **Найдите** k .



РЕШЕНИЕ.

1 способ (универсальный)

1) ***Выберем три точки с целочисленными координатами.***

2) ***(1;2), (-3;6), (-5;-4).***

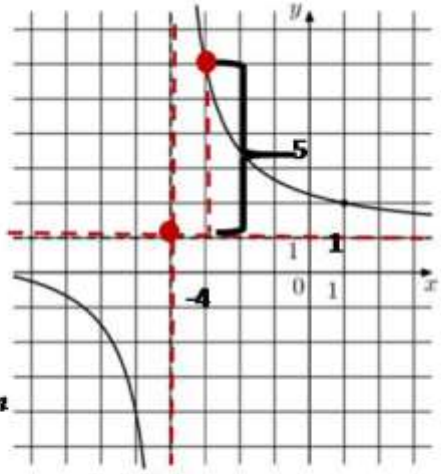
$$\begin{cases}\dfrac{k+a}{1+b}=2,\\ \dfrac{a-3k}{b-3}=6,\\ \dfrac{a-5k}{b-5}=-4;\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a-2b+k=2,\\ a-6b-3k=18,\\ a+4b+5k=20;\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=9,\\ b=4,\\ k=1.\end{cases}$$

3) ***Значит,*** $k=1$.

Задача 2

На рисунке изображен график функции

$f(x)=\dfrac{kx+a}{x+b}$. **Найдите** k .



РЕШЕНИЕ.

2 способ (преобразование графиков)

1) ***Проведем асимптоты гиперболы.***

2) ***Координаты точки пересечения асимптот (-4; 1).***

3) ***Любая гипербола может быть задана формулой вида:***

$y=\dfrac{m}{x-x_0}+y_0$, ***где*** $(x_0;y_0)$ ***координаты начала отсчета вспомогательной системы координат.***

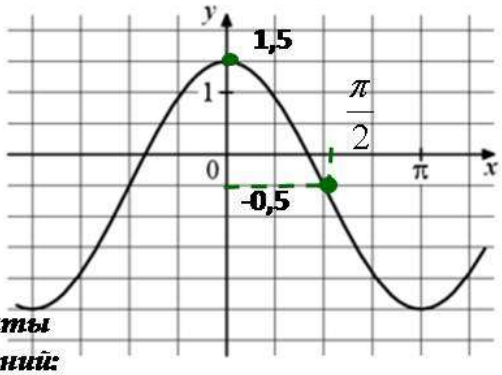
4) ***Найдем m.***

5) ***Значит, m=5. Тогда, гипербола может быть задана*** $y=\dfrac{5}{x+4}+1$ ***или*** $y=\dfrac{x+9}{x+4}$. ***Таким образом,*** $k=1$.

Задача 3

На рисунке изображен график функции

$f(x) = a\cos x + b$ **. Найдите** a.



РЕШЕНИЕ.

1 способ (универсальный)

1) ***Выберем на графике две точки, координаты которых можно определить без затруднений:***

$$\left(\frac{\pi}{2};-0,5\right) \quad и \quad (0;1,5).$$

2) ***Составим и решим систему уравнений:***

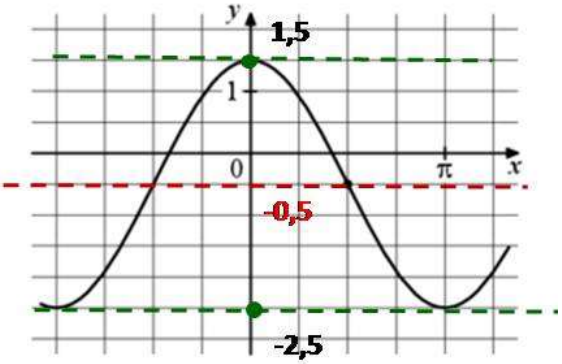
$$\begin{cases} -0,5 = a\cos\frac{\pi}{2} + b, \\ 1,5 = a\cos 0 + b; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -0,5, \\ a = 2. \end{cases}$$

3) ***Таким образом,*** $a = 2.$

Задача 3

На рисунке изображен график функции

$f(x) = a\cos x + b$ **. Найдите** a.



РЕШЕНИЕ.

2 способ (преобразование графиков)

1) ***Найдем вспомогательную ось*** Ox_1 **.**

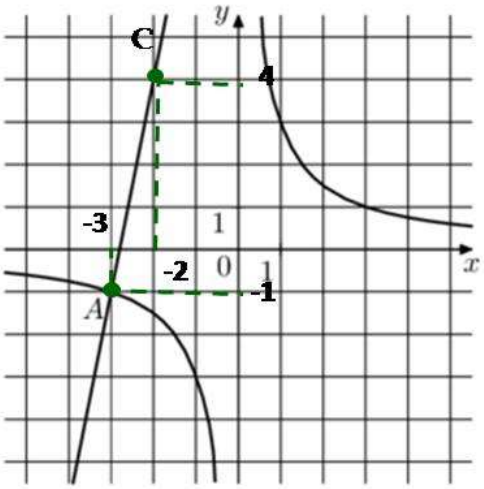
2) ***Очевидно, что*** $b = -0,5.$

3) ***(0; 1,5) –точка графика, значит:*** $1,5 = a\cos 0 - 0,5;$

$a = 2.$

Задача 4

На рисунке изображены графики функций $f(x)=\frac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



РЕШЕНИЕ.

1 способ (универсальный)

1) А(-3; -1) – точка гиперболы, значит:

$-1=\frac{k}{-3};$

$k=3.$

2) Гипербола задана формулой $f(x)=\frac{3}{x}.$

3) А(-3; -1) и С(-2;4) – точки прямой, значит: $\begin{cases}-3a+b=-1,\\-2a+b=4;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5,\\b=14.\end{cases}$

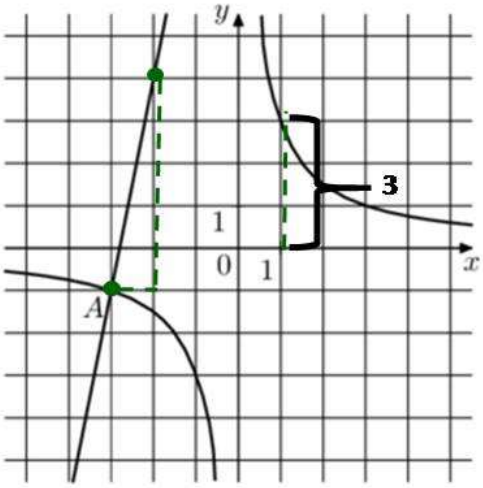
4) Уравнение прямой $g(x)=5x+14.$

4) Найдем абсциссы точек пересечения, решив уравнение $5x+14=\frac{3}{x}.$

$x_1=-3, x_2=0{,}2.$ $g(0{,}2)=15.$ ***Ордината точки В равна 15.***

Задача 4

На рисунке изображены графики функций $f(x)=\frac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



РЕШЕНИЕ.

2 способ (комбинированный)

1) Определим k.

2) Гипербола задана формулой $f(x)=\frac{3}{x}.$

3) Найдем угловой коэффициент прямой a.

4) a=5:1=5.

5) А(-3; -1) – точка прямой, значит: $-1=5\cdot(-3)+b,\ b=14.$

6) Уравнение прямой $g(x)=5x+14.$

7) Найдем абсциссы точек пересечения, решив уравнение $5x+14=\frac{3}{x}.$

Ордината точки В равна 15.