

Методические рекомендации по использованию заданий основного государственного экзамена по математике при формировании функциональной грамотности обучающихся

Составители:

Карамулина Ирина Владимировна,
методист кафедры методики преподавания предметов основного и среднего образования ГАУ ДПО СОИРО,
руководитель ОМО учителей математики Смоленской области.

Харитоновна Людмила Георгиевна,
учитель математики МБОУ Шимановской СОШ Вяземского района,
председатель ОМО учителей математики Смоленской области,
региональный методист.

Шпунтова Оксана Николаевна,
учитель математики МБОУ СШ №26 г. Смоленск, региональный методист.

Рекомендовано
заседанием бюро ОМО учителей математики Смоленской области
от 27.02. 2022 года

Введение

Обеспечение глобальной конкурентоспособности российского образования – одна из приоритетных целей системы общего образования Российской Федерации. В [Указе Президента РФ от 21.07.2020 г. № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года»](#) одним из целевых показателей достижения национальных целей является вхождение Российской Федерации в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования.

Одним из важных критериев фиксации поставленных целей являются результаты участия обучающихся образовательных организаций Российской Федерации в международных сопоставительных исследованиях подобных исследованиям PISA, TIMSS¹. В связи с этим, одной из главных задач педагогического сообщества, становится разработка национального инструментария и технологий, которые будут способствовать формированию и оценке способности применять полученные в процессе обучения знания для решения различных учебных и практических задач: формированию функциональной грамотности.

Основные составляющие функциональной грамотности: *математическая грамотность; читательская грамотность; естественнонаучная грамотность; финансовая грамотность; глобальные компетенции; креативное мышление.*

Главной характеристикой каждой составляющей является способность действовать и взаимодействовать с окружающим миром, решая при этом разнообразные задачи.

¹ PISA – международная программа по оценке образовательных достижений (Programme for International Student Assessment), оценивается сформированность функциональной грамотности учащихся 15-летнего возраста. Осуществляется Организацией Экономического Сотрудничества и Развития (OECD – Organization for Economic Cooperation and Development). TIMSS – международное мониторинговое исследование качества математического и естественнонаучного образования (Trends in Mathematics and Science Study); оценивается освоения основ математики и естественнонаучных предметов учащимися 4 и 8 классов и профильных курсов по математике и физики учащимися 11 классов. Организовано Международной ассоциацией по оценке образовательных достижений (IEA – International Association for the Evaluation of Educational Achievement).

«Важнейшим направлением является читательская грамотность, в которой проявляется способность человека понимать, использовать, оценивать тексты, размышлять о них и заниматься чтением для того, чтобы достигать своих целей, расширять свои знания и возможности, участвовать в социальной жизни».²

Сегодня система мониторинга уровня развития функциональной грамотности разрабатывается с учетом подходов и инструментария международного исследования PISA (концептуальных рамок, заданий и результатов их выполнения российскими учащимися). При этом используются все отечественные инновационные разработки в данной области. Главный вопрос, на который отвечает исследование, – «Обладают ли учащиеся 15-летнего возраста, получившие обязательное общее образование, знаниями и умениями, необходимыми им для полноценного функционирования в современном обществе, т.е. для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений?»³

Поэтому в современных условиях процесс обучения в школе должен быть ориентирован на развитие компетентностей, способствующих реализации концепции «образование через всю жизнь».

В данных методических рекомендациях представлены понятия, приемы и задания для формирования таких компонентов функциональной грамотности обучающихся, как читательская и математическая.

Методические рекомендации

«Функциональная грамотность – это способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений...

Математическая грамотность – способность человека использовать математические знания, приобретенные им за время обучения в школе, для решения разнообразных задач межпредметного и практико-ориентированного содержания, для дальнейшего обучения и успешной социализации в обществе...

Читательская грамотность – способность человека понимать и использовать тексты, размышлять о них и заниматься чтением для того, чтобы достигать своих целей, расширять свои знания и возможности, участвовать в социальной жизни.»⁴

Только благодаря единым действиям по формированию функциональной читательской и функциональной математической грамотностей можно достичь поставленных перед образованием задач.

Повышение уровня функциональной грамотности обучающихся может быть обеспечено успешной реализацией ФГОС, т.е. за счет достижения планируемых предметных, метапредметных и личностных результатов, если в учебном процессе реализован комплексный системно-деятельностный подход, если процесс усвоения идет как процесс решения учениками различных классов задач, задач на применение или перенос тех знаний и тех умений, которые учитель формирует. Каждый учитель должен проанализировать систему заданий, которые он планирует использовать в учебном

² http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_325095/ (дата обращения 26.02.2022)

³ ОЭСР (2019 г.), *Система оценки и анализа PISA 2018*, PISA, Издательство ОЭСР, Париж, Режим доступа – <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en> (дата обращения 26.02.2022).

⁴ ОЭСР (2019 г.), *Система оценки и анализа PISA 2018*, PISA, Издательство ОЭСР, Париж, Режим доступа – <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en> (дата обращения 26.02.2022).

процессе. Он должен помнить, что результат его работы заложен им в тех материалах, с которыми он пришел на урок и теми материалами, с которыми дети работают дома при подготовке к уроку. Важно задать вопрос: Какие задания работают на формирование функциональной грамотности? Сколько таких заданий в учебниках и задачаниках, по которым работает учитель? Достаточно ли их количества для формирования прочного уровня функциональной грамотности?

Для формирования **функциональной читательской грамотности школьников** необходимо:

-  **обучить чтению:** способности выбирать стратегию и тактику чтения в зависимости от цели чтения (гибкое чтение);
-  **развивать механизм речи:** умение делать эквивалентные замены, сжимать текст, предвидеть, предугадывать содержание текста;
-  **развивать устную и письменную речь** (работа по обогащению словарного запаса; развитие и совершенствование грамматического строя речи; развитие устной разговорной, учебно-научной, художественной речи).

Здесь речь идет о необходимости комплексной работы над развитием уровня грамотности чтения:

-  **умение первое:** найти и извлечь (информацию из текста);
-  **умение второе:** интегрировать и интерпретировать (сообщения текста);
-  **умение третье:** осмыслить и оценить (сообщение текста);
-  **умение четвертое:** использовать прочитанную информацию при решении разнообразных учебных и житейских задач.

В 5-м и 6-м классах важно научить детей гибкому чтению на уроках математики. Задания к упражнениям по степени сложности могут быть разными:

-  определять главное и второстепенное в тексте задачи;
-  сопоставлять данные по тексту, соотнести их характеристики;
-  уметь формулировать вопросы по данным задачи (текста);
-  составлять задачи по схеме (рисунку), используя частичные данные;
-  вычленять новую информацию из текста и сформировать ее главную мысль по отношению к тексту;
-  развивать механизм формирования научной речи, умение грамотно выражать свои мысли;
-  формировать навыки работы с готовой информацией, работать по алгоритму (схеме) из одного источника информации.

Материала к этим заданиям достаточно в учебниках «Математика-5» и «Математика-6» авторского коллектива А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир под рубрикой «Когда сделаны уроки».

В 7-м классе изучаются тексты разных типов и стилей, особое внимание уделяется текстам публицистического стиля. Задания к упражнениям усложняются:

-  развивать умение графической культуры, работы со свойствами функции, диаграммами и графиками; умение читать свойства функций по графикам, формулировать признаки и их чтение;
-  развивать умение геометрической грамотности, понимание свойств геометрических фигур, анализировать данные задач;
-  формировать умение пространственного воображения;
-  формировать умение работы с таблицами, соотносить данные по тексту;

-  формировать умение работы с научно-популярными текстами, находить в них новую информацию и анализировать ее, умение работать с кейсами в группах;
-  формировать умение интерпретировать знания, полученные из нескольких источников, строить свои рассуждения, опираясь на полученные знания.

В **8 классе** ученики продолжают работу по отработке данных навыков, продолжая выбранную деятельность:

-  демонстрировать навыки четко описывать предлагаемую структуру задания, работать по схеме (алгоритму), добавляя условия некоторых ограничений;
-  уметь разбирать более сложные ситуации по конкретным алгоритмам;
-  демонстрировать умения аргументировать свои высказывания, выстраивать рассуждения по теме задания, приводить доводы и задавать вопросы оппонентам.

В **9 классе** обучающиеся совершенствуют навыки функциональной читательской грамотности:

-  демонстрируют разработку сложных моделей реальных ситуаций, умение работать с кейсами в группах;
-  умеют аргументировано высказывать свои суждения, составлять задания по тексту, задавать вопросы оппонентам;
-  умеют работать со сложными научными текстами, выделять из них основную идею и применять знания на практике.

При формировании функциональной читательской грамотности эффективны следующие приемы:

-  **«Попробуй найти!»:** ученики, используя оглавление учебника, по заданию учителя должны найти раздел учебника и зачитать несколько строк из него;
-  **«Мозговой штурм»:** учитель записывает тему урока на доске, а обучающиеся называют все ассоциации, возникающие у них. Учитель записывает все ассоциации, а после прочтения текста идет обсуждение того, что было названо правильно, а что нет;
-  **«Восстановление пропусков в тексте»:** ученики получают карточки с текстом, где пропущены слова, которые необходимо вставить. Для проверки выполненного задания детям выдается карточка-ключ с верными ответами;
-  **«Чтение с остановками» («Чтение про себя с пометками» (Инсерт):** универсальны и применимы в любом возрасте обучающихся, т.к. управляют осмыслением текста во время его чтения;
-  **«Информационная карточка» (План или конспект прочитанного):** после прочтения текста ученики заполняют карточку с вопросами (составляют план или конспект);
-  **«Верные и неверные утверждения»:** дает возможность быстро включить детей в мыслительную деятельность и логично перейти к изучению темы урока, способствует актуализации знаний и активизации мыслительной деятельности.
-  **«Синквейн»:** дает возможность систематизировать полученную информацию, изложить сложные идеи.
-  **«Интеллект-карта»:** это способ фиксации мыслей, рождающихся и развивающихся при мыслительном процессе. Решают задачи: структурировать информацию; понимать идею; запоминать материалы; презентовать мысли; управлять задачами; составлять списки дел; детализировать проект; прототипировать – схематично изображать информационные блоки.

*Поэтапное развитие различных умений,
составляющих основу математической грамотности обучающихся*

Метапредметные результаты	Математическая грамотность
5 класс Уровень узнавания и понимания	Находит и извлекает математическую информацию в различном контексте
6 класс Уровень понимания и применения	Применяет математические знания для решения разного рода проблем
7 класс Уровень анализа и синтеза	Формулирует математическую проблему на основе анализа ситуации
8 класс Уровень оценки (рефлексии) в рамках предметного содержания	Интерпретирует и оценивает математические данные в контексте лично значимой ситуации
9 класс Уровень оценки (рефлексии) в рамках метапредметного содержания	Интерпретирует и оценивает математические результаты в контексте национальной или глобальной ситуации

Как из существующего множества задач Открытого банка задач отобрать те, что могут способствовать формированию функциональной грамотности обучающихся?

Признаки PISA подобных задач:

- необходимая информация представлена в разных форматах (текст, графики, таблицы и т.д.) (37% заданий);
- условия представлены в зашумленном виде, есть условия, которые не требуются для ответа на вопрос;
- форма требуемого ответа не задана или задана в зашумленной форме;
- много лишних деталей, а часть необходимой информации может отсутствовать;
- необходимая информация задана в логике отнесения ее не к конкретному предмету, а к конкретной жизненной ситуации.

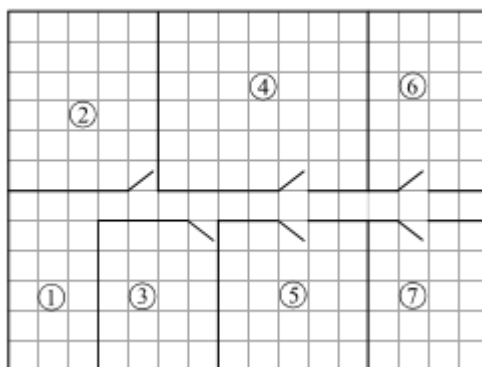
Ниже изложены общепринятые подходы к отбору заданий, предназначенных для формирования математической грамотности.

1. Задачи должны быть не учебные, а контекстуальные, практические проблемные ситуации, разрешаемые средствами математики. Контекст, в рамках которого предложена проблема, должен быть действительно жизненным, а не надуманным. Ситуации должны быть характерными для повседневной учебной и внеучебной жизни учащихся (например, связаны с личными, школьными или общественными проблемами, как это понимается в концепции PISA).
2. Для выполнения задания требуется целостное, а не фрагментарное, применение математики. Это означает, что требуется осуществить весь процесс работы над проблемой: от понимания, включая формулирование проблемы на языке математики, через поиск и осуществление её решения, до сообщения и оценки результата, а не только часть этого процесса (например, решить уравнение или упростить алгебраическое выражение).
3. Для выполнения заданий требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в PISA, и планируемым результатам в объёме ФГОС ООО и Примерной основной образовательной программы.

4. Используется следующая структура задания: даётся описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются два связанных с ней вопроса.
5. Введение в проблему представляет собой небольшой вводный текст, мотивирующего характера, который не содержит лишней информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Введение не должно содержать информацию, которая носит отвлекающий характер. Важно: уровень овладения читательской грамотностью не должен отражаться на проверке математической грамотности. Информация, сообщаемая в задании, даётся в различных формах: числовой, текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение и др.), она может быть структурирована и представлена в виде таблицы. Наличие визуализации обязательно.
6. Используются задания разного типа по форме ответа:
- с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив;
 - со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов;
 - со свободным полным ответом, содержащим запись решения поставленной – проблемы,
 - построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.

Задачи основного государственного экзамена по математике по формированию функциональной грамотности обучающихся⁵

I. Квартиры



На плане изображена схема квартиры (сторона каждой клетки на схеме равна 1 м). Квартира имеет прямоугольную форму. Вход и выход осуществляются через единственную дверь.

При входе в квартиру расположен коридор, отмеченный цифрой 1, а справа находится кладовая комната, которая занимает площадь в 20 кв. м.

Гостиная занимает наибольшую площадь в квартире, а слева от неё находится кухня.

Прямо перед гостиной находится детская.

В верхнем правом углу схемы находится санузел, отмеченный цифрой 6. Прямо напротив него располагается ванная комната.

В санузле и ванной комнате пол выложен плиткой, которая имеет размер $0,5\text{ м} \times 0,5\text{ м}$.

В квартире стоит одностарифный счётчик электроэнергии. Имеется возможность установить двухтарифный счётчик. <https://reshuoge.ru/test?theme=122>

⁵ Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений» занимается исследованиями в области оценки качества образования. Учредителем института является Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации (Рособрнадзор) <https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge#!/tab/173942232-2> (дата обращения 26.02.2022)

Задания для 5-6 классов.

1). Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на схеме. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Гостиная	Кухня	Ванная комната	Кладовая комната
Цифры				

2) Плитка продаётся в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить пол в ванной комнате и санузле?

Решение.

Заметим, что, поскольку одна плитка имеет площадь $0,25 \text{ м}^2$, чтобы выложить 1 м^2 пола плиткой, понадобится 4 плитки. Площадь санузла равна $6 \cdot 4 = 24 \text{ м}^2$. Площадь ванной равна $4 \cdot 5 = 20 \text{ м}^2$. Теперь найдём, сколько упаковок плитки понадобилось: $\frac{(20+24) \cdot 4}{5} = 35,5$. Следовательно, чтобы выложить пол в ванной комнате и санузле понадобится 36 упаковок плитки.

Ответ: 36.

3) Найдите площадь, которую занимает гостиная. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение.

Сторона одной клетки равна 1 м. Значит, площадь гостиной равна: $6 \cdot 7 = 42 \text{ м}^2$.

Ответ: 42.

Задания для 7- 8 классов.

4) Найдите расстояние от верхнего левого угла квартиры до нижнего правого угла квартиры (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Решение.

Найдём расстояние между двумя ближайшими точками по прямой верхнего левого угла квартиры и нижнего правого угла квартиры по теореме Пифагора: $\sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$.

Ответ: 20.

5) Хозяин квартиры планирует заменить в квартире счётчик. Он рассматривает два варианта: однотарифный или двухтарифный счётчики. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о тарифах оплаты, и их стоимости даны в таблице.

	Оборудование и монтаж	Сред. потребл. мощность в час	Стоимость оплаты
Однотарифный	5100 руб.	3,5 кВт · ч	2 руб./(кВт · ч)
Двухтарифный	10 000 руб.	3,5 кВт · ч	2 руб./(кВт · ч) днём
			1 руб./(кВт · ч) ночью (с 23:00 до 6:00)

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить двухтарифный электросчётчик. Через сколько дней непрерывного использования электричества экономия от использования двухтарифного счётчика вместо однотарифного компенсирует разность в стоимости установки двухтарифного счётчика и однотарифного?

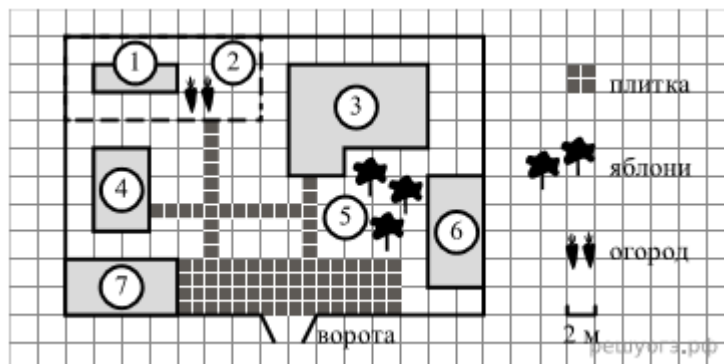
Решение.

Разница в стоимости установки двухтарифного и однотарифного счётчиков равна $10\,000 - 5\,100 = 4\,900$ руб. День использования электроэнергии с однотарифным счётчиком стоит $2 \cdot 3,5 \cdot 24 = 168$ руб. День использования электроэнергии с двухтарифным счётчиком стоит $3,5 \cdot 2 \cdot 17 + 3,5 \cdot 1 \cdot 7 = 143,5$ руб. Разница в стоимости составляет $168 - 143,5 = 24,5$ руб. Значит, экономия от использования двухтарифного счётчика вместо

однотарифного компенсирует разность в стоимости установки двухтарифного и однотарифного счётчиков через $\frac{4900}{24,5} = 200$ дней.

Ответ: 200.

II. Сарай и садовые участки



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева — гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м.

Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой. К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение. <https://reshuoge.ru/test?theme=103>

Задания для 5-6 классов.

1). Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Сарай	Баня	Теплица
Цифры				

2) Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Решение.

Заметим, что, поскольку одна плитка имеет площадь 1 м², для площадки перед гаражом понадобится 64 плитки. Для того чтобы выложить все дорожки, понадобится ещё 26 плиток. Значит, всего необходимо 90 плиток. Теперь найдём, сколько упаковок плитки понадобилось: $\frac{90}{4} = 22,5$. Следовательно, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом понадобится 23 упаковки плитки.

Ответ: 23.

3) Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение.

Сторона одной клетки равна 2 м. Значит, площадь жилого дома равна: $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 = 68$ м².

Ответ: 68.

Задания для 7- 8 классов.

4) Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Решение.

Найдём расстояние между двумя ближайшими точками по прямой жилого дома и гаража по теореме Пифагора: $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$.

Ответ: 10.

5) Хозяин участка планирует установить в жилом доме зимнее отопление. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котел)	Прочее оборудование и монтаж	Сред. расход газа / сред. потребл. мощность	Стоимость газа / электро-энергии
Газовое отопление	24 тыс. руб.	18 280 руб.	1,2 куб. м/ч	5,6 руб./куб. м
Электр. отопление	20 тыс. руб.	15 000 руб.	5,6 кВт	3,8 руб./(кВт · ч)

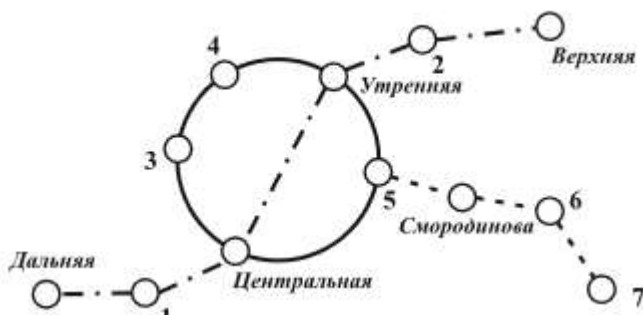
Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости покупки и установки газового и электрического отопления?

Решение.

Чтобы установить газовое оборудование, понадобится $24\,000 + 18\,280 = 42\,280$ руб. Для установки электрического оборудования понадобится $20\,000 + 15\,000 = 35\,000$ руб. Разница в стоимости составляет $42\,280 - 35\,000 = 7\,280$ руб. Час обогрева газом стоит $5,6 \cdot 1,2 = 6,72$ руб./ч. Час обогрева электричеством стоит $5,6 \cdot 3,8 = 21,28$ руб./ч. Разница в стоимости составляет $21,28 - 6,72 = 14,56$ руб./ч. Значит, экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления через $\frac{7280}{14,56} = 500$ часов.

Ответ: 500.

III. Путешествия



На рисунке изображена схема метро города N. Станция Ветреная расположена между станциями Центральная и Дальняя. Если ехать по кольцевой линии (она имеет форму окружности), то можно последовательно попасть на станции Центральная, Быстрая, Утренняя, Птичья и Весёлая. Радужная ветка включает в себя станции Быстрая, Смородиновая, Хоккейная и Звёздная. Всего в метрополитене города N есть три станции, от которых тоннель ведёт только в одну сторону — это станции Дальняя, Верхняя и Звёздная. Антон живёт недалеко от станции Надежда. <https://reshuoge.ru/test?theme=118>

Задания для 5-6 классов.

1). Для станций, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на схеме. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Станции	Весёлая	Ветреная	Звёздная	Птичья
Цифры				

2). Бригада меняет рельсы на участке между станциями Надежда и Верхняя протяжённостью 12,4 км. Работы начались в понедельник. Каждый рабочий день бригада меняла по 400 метров рельсов. По субботам и воскресеньям замена рельсов не осуществлялась, но проезд был закрыт до конца всего ремонта. Сколько дней был закрыт проезд между указанными станциями?

Решение.

Заметим, что станция Надежда отмечена на схеме цифрой 2. Поскольку бригада меняла по 400 метров рельсов в день, на замену рельсов на всём участке ушёл $\frac{12400}{400} = 31$ день. Поскольку работы велись только с понедельника по пятницам, на замену рельсов на данном участке ушло $\frac{31}{5} = 6,2$ недель. Значит, проезд между указанными станциями был закрыт $31 + 6 \cdot 2 = 43$ дня.

Ответ: 43.

3). Территория, находящаяся внутри кольцевой линии, называется Центральным городским районом. Найдите его площадь S (в км²), если длина кольцевой ветки равна 40 км. В ответе укажите значение выражения $S \cdot \pi$.

Решение.

Сначала найдём радиус окружности: $R = \frac{L}{2\pi} = \frac{40}{2\pi} = \frac{20}{\pi}$. Теперь найдём площадь: $S = \pi R^2 = \pi \frac{400}{\pi^2} = \frac{400}{\pi}$. Таким образом, получаем ответ: $S \cdot \pi = \frac{400}{\pi} \cdot \pi = 400$.

Ответ: 400.

4). Найдите расстояние (в км) между станциями Смородиновая и Хоккейная, если длина Радужной ветки равна 17 км, расстояние от Звёздной до Смородиновой равно 10 км, а от Быстрой до Хоккейной — 12 км. Все расстояния даны по железной дороге.

Решение.

Расстояние от Звёздной до Хоккейной равняется $17 - 12 = 5$ км. Расстояние от Быстрой до Смородиновой равняется $17 - 10 = 7$ км. Значит, расстояние между станциями Смородиновая и Хоккейная равно $17 - 7 - 5 = 5$ км.

Ответ: 5.

Задания для 7-8 классов.

5). Школьник Антон в среднем в месяц совершает 45 поездок в метро. Для оплаты поездок можно покупать различные карточки. Стоимость одной поездки для разных видов карточек различна. По истечении месяца Антон уедет из города и неиспользованные карточки обнуляются. Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант?

Количество поездок	Стоимость карточки (руб.)	Дополнительные условия
1	40	школьникам скидка 15%
10	370	школьникам скидка 10%
30	1050	школьникам скидка 10%

50	1600	нет
Не ограничено	2000	нет

Решение.

Заметим, что последние два вида карточек можно не рассматривать. Сначала Антон должен купить карточку третьего вида, поскольку

$$1050 \cdot 0,90 < 40 \cdot 30 \cdot 0,85; \quad 945 < 1020;$$

$$1050 \cdot 0,90 < 370 \cdot 3 \cdot 0,90; \quad 945 < 999.$$

Потом Антон должен купить карточку второго вида, поскольку

$$370 \cdot 0,90 < 40 \cdot 10 \cdot 0,85; \quad 333 < 340;$$

$$370 \cdot 0,90 < 1050 \cdot 0,90; \quad 333 < 945.$$

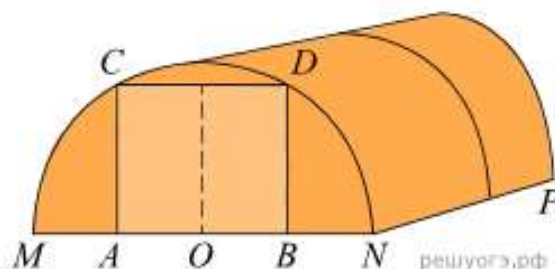
Дальше Антон должен купить пять карточек первого вида, поскольку

$$40 \cdot 5 \cdot 0,85 < 370 \cdot 0,90; \quad 170 < 333.$$

Таким образом, самый дешёвый вариант обойдётся в $945 + 333 + 170 = 1448$.

Ответ: 1448.

IV. Шины, теплицы, бумага, печки.



Алексей Юрьевич решил построить на дачном участке теплицу длиной $NP = 4,5$ м. Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы Алексей Юрьевич заказывает металлические дуги в форме полуокружностей длиной 5,2 м каждая и плёнку для обтяжки. В передней стенке планируется вход, показанный на рисунке прямоугольником $ACDB$. Точки A и B — середины отрезков MO и ON соответственно.

<https://reshuoge.ru/test?theme=114>

Задания для 5-6 классов.

1). Какое наименьшее количество дуг нужно заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более 60 см?

Решение.

Переведем 60 см = 0,6 м. Найдем количество промежутков между дугами: $4,5 : 0,6 = 7,5$, следовательно, наименьшее количество промежутков — 8. Количество дуг на единицу больше, чем количество промежутков: $8 + 1 = 9$.

Ответ: 9.

2). Найдите примерную ширину MN теплицы в метрах. Число π возьмите равным 3,14. Результат округлите до десятых.

Решение.

Ширина MN представляет собой диаметр окружности. Длина окружности равна $5,2 \cdot 2 = 10,4$. Зная о том, что длина окружности может быть вычислена по формуле $L = 2\pi R = \pi D$, имеем $D \approx 3,31$. Таким образом, $D = 3,3$.

Ответ: 3,3.

3). Найдите примерную площадь участка внутри теплицы в квадратных метрах. Ответ округлите до целых.

Решение.

Площадь участка представляет собой прямоугольник. Вычислим площадь: $S = 4,5 \cdot 3,3 = 14,85 \text{ м}^2$. Округлим до целых: $S = 15$.

Ответ: 15.

4). Сколько квадратных метров плёнки нужно купить для теплицы с учётом передней и задней стенок, включая дверь? Для крепежа плёнку нужно покупать с запасом 10 %. Число π возьмите равным 3,14. Ответ округлите до целых.

Решение.

Для начала необходимо посчитать площадь крыши теплицы. Крыша представляет собой прямоугольник со сторонами, равными 4,5 м и 5,2 м. Вычислим его площадь: $S = 4,5 \cdot 5,2 = 23,4 \text{ м}^2$. Передняя и задняя стенка – это два полукруга, то есть вместе они составляют круг. Найдем площадь круга: $S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 = \frac{5,2^2}{3,14} \approx 8,61$ (заметим, что в данной формуле l — это не длина окружности, а длина дуги теплицы, то есть половина дуги окружности). Поскольку плёнки надо купить с запасом, прибавляем по 10% к уже имеющимся значениям. Получаем: $25,74 + 9,47 = 35,21$. Округляя до целых, получаем 35.

Ответ: 35.

Задания для 7-8 классов.

5). Найдите примерную высоту входа в теплицу в метрах. Число π возьмите равным 3,14. Ответ округлите до десятых.

Решение.

Треугольник COD — равносторонний. Высота треугольника COD является высотой входа. Воспользуемся формулой высоты равностороннего треугольника: $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ где a — это сторона треугольника. Таким образом, высота равна: $h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{260}{157} \approx 1,4$.

Ответ: 1,4.

Выводы.

Следует отметить, что среди задач, предлагаемых на основном государственном экзамене по математике, достаточное количество заданий, которые могут быть использованы педагогами для формирования функциональной грамотности обучающихся 5-8 классов, при этом есть те, что можно использовать без каких-либо изменений и дополнений, так и дополняя и расширяя задания.

При работе с обучающимися 5-6 классов:

- *имеющими высокий уровень математической подготовки*, целесообразно больше внимания уделять выполнению заданий, требующих логических рассуждений, обоснований, доказательств и т.п., а также заданий по геометрии, в которых необходимо детально анализировать чертеж, выявлять его особенности, проводить дополнительные построения;

- *имеющими уровень математической подготовки выше среднего*, рекомендуется обратить внимание на выполнение практикоориентированных заданий, связанных со свойствами объектов и процессов окружающего мира, с реальными бытовыми ситуациями, а также на развитие логического мышления;

- *имеющими средний уровень подготовки*, представляется важным уделять больше внимания контролю усвоения ключевых математических понятий, отработке навыков выполнения стандартных учебных заданий, в том числе навыков счета, решения простейших текстовых задач и т.п.;

- *имеющими низкий уровень подготовки*, рекомендуется в первую очередь обратить внимание на отработку базовых навыков счета, чтения и понимания учебного математического текста, работу с информацией, представленной в различных формах, а также на усвоение ключевых математических понятий.

При работе с обучающимися 7-8 классов:

- *имеющими высокий уровень математической подготовки*, целесообразно больше внимания уделять закреплению технических навыков выполнения алгебраических преобразований, решать практические задачи, в том числе анализировать ситуацию и выбирать оптимальный вариант, а также включать в учебный процесс выполнение заданий, требующих логических рассуждений, обоснований, доказательств и т.п.;

- *имеющими уровень математической подготовки выше среднего*, рекомендуется обратить внимание на более глубокое освоение понятийного аппарата, отработку технических навыков выполнения алгебраических преобразований, решения уравнений, решения стандартных текстовых задач, выполнение практикоориентированных заданий, с реальными бытовыми ситуациями, на развитие логического мышления, а также на выполнение заданий по геометрии, в которых необходимо детально анализировать чертеж, выявлять его особенности, проводить дополнительные построения

- *имеющими средний уровень подготовки*, важно уделять больше внимания контролю усвоения ключевых математических понятий, отработке навыков выполнения стандартных учебных заданий, в том числе выполнения арифметических действий с отрицательными числами, дробями, решения простейших уравнений, решения простейших текстовых задач и т.п.

- *имеющими низкий уровень подготовки*, рекомендуется в первую очередь обратить внимание на отработку основных понятий, базовых навыков счета, выполнения алгебраических преобразований, чтения и понимания учебного математического текста, работы с информацией, представленной в различных формах, важным уделять больше внимания контролю усвоения ключевых математических понятий, отработке навыков выполнения стандартных учебных заданий, в том числе выполнения арифметических действий с отрицательными числами, дробями, решения простейших уравнений, решения простейших текстовых задач и т.п.

Обсуждая с классом результаты выполнения любого задания, учитель должен акцентировать внимание на трёх моментах:

-  как ситуация была преобразована в математическую задачу;
-  какие знания, факты были использованы, какие методы, способы решения были предложены и обсудить их достоинства;
-  как можно оценить полученное решение с точки зрения исходной ситуации.

Такая работа позволит учителю математики решать и проблему подготовки обучающихся к успешному прохождению процедуры итоговой аттестации, так и проблему развития функциональной грамотности учеников школы. Сегодня нужно обязательно показывать применение математики к решению жизненных задач. Учить этому необходимо, однако не следует этим злоупотреблять. Умение решать практикоориентированные задачи не должно стать главной целью обучения математике. Сами задачи должны быть грамотно составлены. Не стоит в каждую задачу искусственно включать "жизненную" составляющую. Безусловно, для того, чтобы эта работа дала результаты, она должна быть системной, комплексной и продуманной.

Источники информации

1. Указ Президента РФ от 21.07.2020 г. № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года»; Режим доступа– <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/74304210/> (дата обращения 26.02.2022).
2. ОЭСР (2019 г.), *Система оценки и анализа PISA 2018*, PISA, Издательство ОЭСР, Париж, Режим доступа– <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en> (дата обращения 26.02.2022).
3. Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений» занимается исследованиями в области оценки качества образования. Учредителем института является Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации (Рособрнадзор). Режим доступа: <https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge#!/tab/173942232-2> (дата обращения 26.02.2022).
4. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. Математика. <https://math.reshuoge.ru/test?theme=119> (дата обращения 26.02.2022).
5. Материалы Всероссийского форума экспертов по функциональной грамотности. Режим доступа: <http://skiv.instrao.ru/content/board1/konferentsii-seminary-forumy/forum/> (дата обращения 26.02.2022).