

# Методические рекомендации по использованию заданий основного государственного экзамена по математике при формировании функциональной грамотности обучающихся

*Составители*

**Карамулина Ирина Владимировна,**  
*методист кафедры методики преподавания предметов основного и среднего образования ГАУ ДПО СОИРО,*

**Харитонова Людмила Георгиевна,**  
*учитель математики МБОУ Шимановской СОШ Вяземского района,  
председатель ОМО учителей математики Смоленской области,  
региональный методист.*

**Шпунтова Оксана Николаевна,**  
*учитель математики МБОУ СШ №26 г. Смоленска, региональный методист.*

**Рекомендовано**  
**заседанием бюро ОМО учителей математики Смоленской области**  
**от 27.02. 2022 года**

## Введение

Обеспечение глобальной конкурентоспособности российского образования – одна из приоритетных целей системы общего образования Российской Федерации. В [Указе Президента РФ от 21.07.2020 г. № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года»](#) одним из целевых показателей достижения национальных целей является вхождение Российской Федерации в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования.

Одним из важных критериев фиксации поставленных целей являются результаты участия обучающихся образовательных организаций Российской Федерации в международных сопоставительных исследованиях подобных исследованиям PISA, TIMSS<sup>1</sup>. В связи с этим, одной из главных задач педагогического сообщества, становится разработка национального инструментария и технологий, которые будут способствовать формированию и оценке способности применять полученные в процессе обучения знания для решения различных учебных и практических задач: формированию функциональной грамотности.

Основные составляющие функциональной грамотности: *математическая грамотность; читательская грамотность; естественнонаучная грамотность; финансовая грамотность; глобальные компетенции; креативное мышление.*

Главной характеристикой каждой составляющей является способность действовать и взаимодействовать с окружающим миром, решая при этом разнообразные задачи.

---

<sup>1</sup> PISA – международная программа по оценке образовательных достижений (Programme for International Student Assessment), оценивается сформированность функциональной грамотности учащихся 15-летнего возраста. Осуществляется Организацией Экономического Сотрудничества и Развития (OECD – Organization for Economic Cooperation and Development). TIMSS – международное мониторинговое исследование качества математического и естественнонаучного образования (Trends in Mathematics and Science Study); оценивается освоения основ математики и естественнонаучных предметов учащимися 4 и 8 классов и профильных курсов по математике и физики учащимися 11 классов. Организовано Международной ассоциацией по оценке образовательных достижений (IEA – International Association for the Evaluation of Educational Achievement).

«Важнейшим направлением является читательская грамотность, в которой проявляется способность человека понимать, использовать, оценивать тексты, размышлять о них и заниматься чтением для того, чтобы достигать своих целей, расширять свои знания и возможности, участвовать в социальной жизни».<sup>2</sup>

Сегодня система мониторинга уровня развития функциональной грамотности разрабатывается с учетом подходов и инструментария международного исследования PISA (концептуальных рамок, заданий и результатов их выполнения российскими учащимися). При этом используются все отечественные инновационные разработки в данной области. Главный вопрос, на который отвечает исследование, – «Обладают ли учащиеся 15-летнего возраста, получившие обязательное общее образование, знаниями и умениями, необходимыми им для полноценного функционирования в современном обществе, т.е. для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений?»<sup>3</sup>

Поэтому в современных условиях процесс обучения в школе должен быть ориентирован на развитие компетентностей, способствующих реализации концепции «образование через всю жизнь».

*В данных методических рекомендациях представлены понятия, приемы и задания для формирования таких компонентов функциональной грамотности обучающихся, как читательская и математическая.*

## **Методические рекомендации**

**«Функциональная грамотность** – это способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений...

**Математическая грамотность** – способность человека использовать математические знания, приобретенные им за время обучения в школе, для решения разнообразных задач межпредметного и практико-ориентированного содержания, для дальнейшего обучения и успешной социализации в обществе...

**Читательская грамотность** – способность человека понимать и использовать тексты, размышлять о них и заниматься чтением для того, чтобы достигать своих целей, расширять свои знания и возможности, участвовать в социальной жизни.»<sup>4</sup>

Только благодаря единым действиям по формированию функциональной читательской и функциональной математической грамотностей можно достичь поставленных перед образованием задач.

Повышение уровня функциональной грамотности обучающихся может быть обеспечено успешной реализацией ФГОС, т.е. за счет достижения планируемых предметных, метапредметных и личностных результатов, если в учебном процессе реализован комплексный системно-деятельностный подход, если процесс усвоения идет как процесс решения учениками различных классов задач, задач на применение или перенос тех знаний и тех умений, которые учитель формирует. Каждый учитель должен проанализировать систему заданий, которые он планирует использовать в учебном

<sup>2</sup> [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_325095/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_325095/) (дата обращения 26.02.2022)

<sup>3</sup> ОЭСР (2019 г.), *Система оценки и анализа PISA 2018*, PISA, Издательство ОЭСР, Париж, Режим доступа – <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en> (дата обращения 26.02.2022).

<sup>4</sup> ОЭСР (2019 г.), *Система оценки и анализа PISA 2018*, PISA, Издательство ОЭСР, Париж, Режим доступа – <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en> (дата обращения 26.02.2022).

процессе. Он должен помнить, что результат его работы заложен им в тех материалах, с которыми он пришел на урок и теми материалами, с которыми дети работают дома при подготовке к уроку. Важно задать вопрос: Какие задания работают на формирование функциональной грамотности? Сколько таких заданий в учебниках и задачаниках, по которым работает учитель? Достаточно ли их количества для формирования прочного уровня функциональной грамотности?

Для формирования **функциональной читательской грамотности школьников** необходимо:

- ✎ *обучить чтению*: способности выбирать стратегию и тактику чтения в зависимости от цели чтения (гибкое чтение);
- ✎ *развивать механизм речи*: умение делать эквивалентные замены, сжимать текст, предвидеть, предугадывать содержание текста;
- ✎ *развивать устную и письменную речь* (работа по обогащению словарного запаса; развитие и совершенствование грамматического строя речи; развитие устной разговорной, учебно-научной, художественной речи).

Здесь речь идет о необходимости комплексной работы над развитием уровня грамотности чтения:

- ✎ *умение первое*: найти и извлечь (информацию из текста);
- ✎ *умение второе*: интегрировать и интерпретировать (сообщения текста);
- ✎ *умение третье*: осмыслить и оценить (сообщение текста);
- ✎ *умение четвертое*: использовать прочитанную информацию при решении разнообразных учебных и житейских задач.

**В 5-м и 6-м классах** важно научить детей гибкому чтению на уроках математики.

Задания к упражнениям по степени сложности могут быть разными:

- ✎ определять главное и второстепенное в тексте задачи;
- ✎ сопоставлять данные по тексту, соотнести их характеристики;
- ✎ уметь формулировать вопросы по данным задачи (текста);
- ✎ составлять задачи по схеме (рисунку), используя частичные данные;
- ✎ вычленять новую информацию из текста и сформировать ее главную мысль по отношению к тексту;
- ✎ развивать механизм формирования научной речи, умение грамотно выражать свои мысли;
- ✎ формировать навыки работы с готовой информацией, работать по алгоритму (схеме) из одного источника информации.

*Материала к этим заданиям достаточно в учебниках «Математика-5» и «Математика-6» авторского коллектива А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир под рубрикой «Когда сделаны уроки».*

**В 7-м классе** изучаются тексты разных типов и стилей, особое внимание уделяется текстам публицистического стиля. Задания к упражнениям усложняются:

- ✎ развивать умение графической культуры, работы со свойствами функции, диаграммами и графиками; умение читать свойства функций по графикам, формулировать признаки и их чтение;
- ✎ развивать умение геометрической грамотности, понимание свойств геометрических фигур, анализировать данные задач;
- ✎ формировать умение пространственного воображения;
- ✎ формировать умение работы с таблицами, соотносить данные по тексту;

- ✎ формировать умение работы с научно-популярными текстами, находить в них новую информацию и анализировать ее, умение работать с кейсами в группах;
- ✎ формировать умение интерпретировать знания, полученные из нескольких источников, строить свои рассуждения, опираясь на полученные знания.

В **8 классе** ученики продолжают работу по отработке данных навыков, продолжая выбранную деятельность:

- ✎ демонстрировать навыки четко описывать предлагаемую структуру задания, работать по схеме (алгоритму), добавляя условия некоторых ограничений;
- ✎ уметь разбирать более сложные ситуации по конкретным алгоритмам;
- ✎ демонстрировать умения аргументировать свои высказывания, выстраивать рассуждения по теме задания, приводить доводы и задавать вопросы оппонентам.

В **9 классе** обучающиеся совершенствуют навыки функциональной читательской грамотности:

- ✎ демонстрируют разработку сложных моделей реальных ситуаций, умение работать с кейсами в группах;
- ✎ умеют аргументировано высказывать свои суждения, составлять задания по тексту, задавать вопросы оппонентам;
- ✎ умеют работать со сложными научными текстами, выделять из них основную идею и применять знания на практике.

*При формировании функциональной читательской грамотности эффективны следующие приемы:*

- 📖 **«Попробуй найти!»**: ученики, используя оглавление учебника, по заданию учителя должны найти раздел учебника и зачитать несколько строк из него;
- 📖 **«Мозговой штурм»**: учитель записывает тему урока на доске, а обучающиеся называют все ассоциации, возникающие у них. Учитель записывает все ассоциации, а после прочтения текста идет обсуждение того, что было названо правильно, а что нет;
- 📖 **«Восстановление пропусков в тексте»**: ученики получают карточки с текстом, где пропущены слова, которые необходимо вставить. Для проверки выполненного задания детям выдается карточка-ключ с верными ответами;
- 📖 **«Чтение с остановками» («Чтение про себя с пометками» (Инсерт))**: универсальны и применимы в любом возрасте обучающихся, т.к. управляют осмыслением текста во время его чтения;
- 📖 **«Информационная карточка» (План или конспект прочитанного)**: после прочтения текста ученики заполняют карточку с вопросами (составляют план или конспект);
- 📖 **«Верные и неверные утверждения»**: дает возможность быстро включить детей в мыслительную деятельность и логично перейти к изучению темы урока, способствует актуализации знаний и активизации мыслительной деятельности.
- 📖 **«Синквейн»**: дает возможность систематизировать полученную информацию, изложить сложные идеи.
- 📖 **«Интеллект-карта»**: это способ фиксации мыслей, рождающихся и развивающихся при мыслительном процессе. Решают задачи: структурировать информацию; понимать идею; запоминать материалы; презентовать мысли; управлять задачами; составлять списки дел; детализировать проект; прототипировать – схематично изображать информационные блоки.

*Поэтапное развитие различных умений,  
составляющих основу математической грамотности обучающихся*

<b>Метапредметные результаты</b>	<b>Математическая грамотность</b>
<b>5 класс</b> Уровень узнавания и понимания	Находит и извлекает математическую информацию в различном контексте
<b>6 класс</b> Уровень понимания и применения	Применяет математические знания для решения разного рода проблем
<b>7 класс</b> Уровень анализа и синтеза	Формулирует математическую проблему на основе анализа ситуации
<b>8 класс</b> Уровень оценки (рефлексии) в рамках предметного содержания	Интерпретирует и оценивает математические данные в контексте лично значимой ситуации
<b>9 класс</b> Уровень оценки (рефлексии) в рамках метапредметного содержания	Интерпретирует и оценивает математические результаты в контексте национальной или глобальной ситуации

Как из существующего множества задач Открытого банка задач отобрать те, что могут способствовать формированию функциональной грамотности обучающихся?

*Признаки PISA подобных задач:*

- необходимая информация представлена в разных форматах (текст, графики, таблицы и т.д.) (37% заданий);
- условия представлены в зашумленном виде, есть условия, которые не требуются для ответа на вопрос;
- форма требуемого ответа не задана или задана в зашумленной форме;
- много лишних деталей, а часть необходимой информации может отсутствовать;
- необходимая информация задана в логике отнесения ее не к конкретному предмету, а к конкретной жизненной ситуации.

*Ниже изложены общепринятые подходы к отбору заданий, предназначенных для формирования математической грамотности.*

1. Задачи должны быть не учебные, а контекстуальные, практические проблемные ситуации, разрешаемые средствами математики. Контекст, в рамках которого предложена проблема, должен быть действительно жизненным, а не надуманным. Ситуации должны быть характерными для повседневной учебной и внеучебной жизни учащихся (например, связаны с личными, школьными или общественными проблемами, как это понимается в концепции PISA).

2. Для выполнения задания требуется целостное, а не фрагментарное, применение математики. Это означает, что требуется осуществить весь процесс работы над проблемой: от понимания, включая формулирование проблемы на языке математики, через поиск и осуществление её решения, до сообщения и оценки результата, а не только часть этого процесса (например, решить уравнение или упростить алгебраическое выражение).

3. Для выполнения заданий требуются знания и умения из разных разделов курса математики основной школы, соответствующие темам, выделенным в PISA, и планируемым результатам в объеме ФГОС ООО и Примерной основной образовательной программы.

4. Используется следующая структура задания: даётся описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются два связанных с ней вопроса.

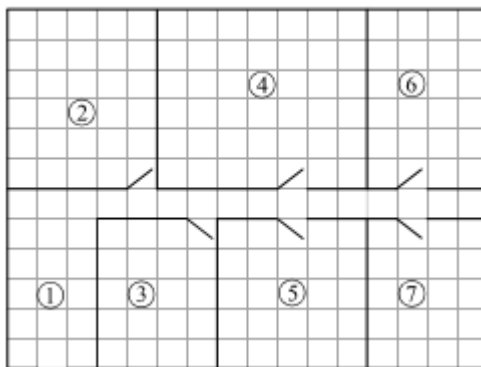
5. Введение в проблему представляет собой небольшой вводный текст, мотивирующего характера, который не содержит лишней информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Введение не должно содержать информацию, которая носит отвлекающий характер. Важно: уровень овладения читательской грамотностью не должен отражаться на проверке математической грамотности. Информация, сообщаемая в задании, даётся в различных формах: числовой, текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение и др.), она может быть структурирована и представлена в виде таблицы. Наличие визуализации обязательно.

6. Используются задания разного типа по форме ответа:

- с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив;
- со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов;
- со свободным полным ответом, содержащим запись решения поставленной – проблемы,
- построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.

## Задачи основного государственного экзамена по математике по формированию функциональной грамотности обучающихся<sup>5</sup>

### I. Квартиры



На плане изображена схема квартиры (сторона каждой клетки на схеме равна 1 м). Квартира имеет прямоугольную форму. Вход и выход осуществляются через единственную дверь.

При входе в квартиру расположен коридор, отмеченный цифрой 1, а справа находится кладовая комната, которая занимает площадь в 20 кв. м.

Гостиная занимает наибольшую площадь в квартире, а слева от неё находится кухня.

Прямо перед гостиной находится детская.

В верхнем правом углу схемы находится санузел, отмеченный цифрой 6. Прямо напротив него располагается ванная комната.

В санузле и ванной комнате пол выложен плиткой, которая имеет размер  $0,5 \text{ м} \times 0,5 \text{ м}$ .

В квартире стоит однотарифный счётчик электроэнергии. Имеется возможность установить двухтарифный счётчик. <https://reshuoge.ru/test?theme=122>

<sup>5</sup> Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений» занимается исследованиями в области оценки качества образования. Учредителем института является Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации (Рособрнадзор) <https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge#!/tab/173942232-2> (дата обращения 26.02.2022)

### Задания для 5-6 классов.

1) Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на схеме. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Гостиная	Кухня	Ванная комната	Кладовая комната
Цифры				

2) Плитка продаётся в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить пол в ванной комнате и санузле?

**Решение.**

Заметим, что, поскольку одна плитка имеет площадь  $0,25 \text{ м}^2$ , чтобы выложить  $1 \text{ м}^2$  пола плиткой, понадобится 4 плитки. Площадь санузла равна  $6 \cdot 4 = 24 \text{ м}^2$ . Площадь ванной равна  $4 \cdot 5 = 20 \text{ м}^2$ . Теперь найдём, сколько упаковок плитки понадобилось:  $\frac{(20+24) \cdot 4}{5} = 35,5$ . Следовательно, чтобы выложить пол в ванной комнате и санузле понадобится 36 упаковок плитки.

**Ответ: 36.**

3) Найдите площадь, которую занимает гостиная. Ответ дайте в квадратных метрах.

**Решение.**

Сторона одной клетки равна 1 м. Значит, площадь гостиной равна:  $6 \cdot 7 = 42 \text{ м}^2$ .

**Ответ: 42.**

### Задания для 7- 8 классов.

4) Найдите расстояние от верхнего левого угла квартиры до нижнего правого угла квартиры (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

**Решение.**

Найдём расстояние между двумя ближайшими точками по прямой верхнего левого угла квартиры и нижнего правого угла квартиры по теореме Пифагора:  $\sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$ .

**Ответ: 20.**

5) Хозяин квартиры планирует заменить в квартире счётчик. Он рассматривает два варианта: однотарифный или двухтарифный счётчики. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о тарифах оплаты, и их стоимости даны в таблице.

	Оборудование и монтаж	Сред. потребл. мощность в час	Стоимость оплаты
Однотарифный	5100 руб.	3,5 кВт · ч	2 руб./(кВт · ч)
Двухтарифный	10 000 руб.	3,5 кВт · ч	2 руб./(кВт · ч) днём
			1 руб./(кВт · ч) ночью (с 23:00 до 6:00)

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить двухтарифный электросчётчик. Через сколько дней непрерывного использования электричества экономия от использования двухтарифного счётчика вместо однотарифного компенсирует разность в стоимости установки двухтарифного счётчика и однотарифного?

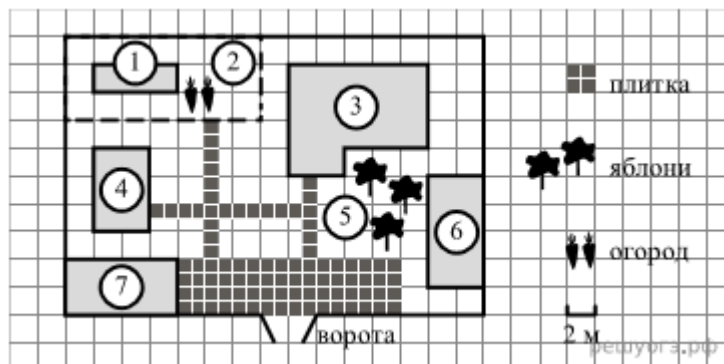
**Решение.**

Разница в стоимости установки двухтарифного и однотарифного счётчиков равна  $10\,000 - 5\,100 = 4\,900$  руб. День использования электроэнергии с однотарифным счётчиком стоит  $2 \cdot 3,5 \cdot 24 = 168$  руб. День использования электроэнергии с двухтарифным счётчиком стоит  $3,5 \cdot 2 \cdot 17 + 3,5 \cdot 1 \cdot 7 = 143,5$  руб. Разница в стоимости составляет  $168 - 143,5 = 24,5$  руб. Значит, экономия от использования двухтарифного счётчика вместо

однотарифного компенсирует разность в стоимости установки двухтарифного и однотарифного счётчиков через  $\frac{4900}{24,5} = 200$  дней.

Ответ: 200.

## II. Сарай и садовые участки



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева — гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м.

Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой. К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение. <https://reshuoge.ru/test?theme=103>

### Задания для 5-6 классов.

1). Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Сарай	Баня	Теплица
Цифры				

2) Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

#### Решение.

Заметим, что, поскольку одна плитка имеет площадь  $1 \text{ м}^2$ , для площадки перед гаражом понадобится 64 плитки. Для того чтобы выложить все дорожки, понадобится ещё 26 плиток. Значит, всего необходимо 90 плиток. Теперь найдём, сколько упаковок плитки понадобилось:  $\frac{90}{4} = 22,5$ . Следовательно, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом понадобится 23 упаковки плитки.

Ответ: 23.

3) Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

#### Решение.

Сторона одной клетки равна 2 м. Значит, площадь жилого дома равна:  $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 = 68 \text{ м}^2$ .

Ответ: 68.



### Задания для 7- 8 классов.

4) Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

**Решение.**

Найдём расстояние между двумя ближайшими точками по прямой жилого дома и гаража по теореме Пифагора:  $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ .

Ответ: 10.

5) Хозяин участка планирует установить в жилом доме зимнее отопление. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котел)	Прочее оборудование и монтаж	Сред. расход газа / сред. потребл. мощность	Стоимость газа / электро-энергии
Газовое отопление	24 тыс. руб.	18 280 руб.	1,2 куб. м/ч	5,6 руб./куб. м
Электр. отопление	20 тыс. руб.	15 000 руб.	5,6 кВт	3,8 руб./(кВт · ч )

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости покупки и установки газового и электрического отопления?

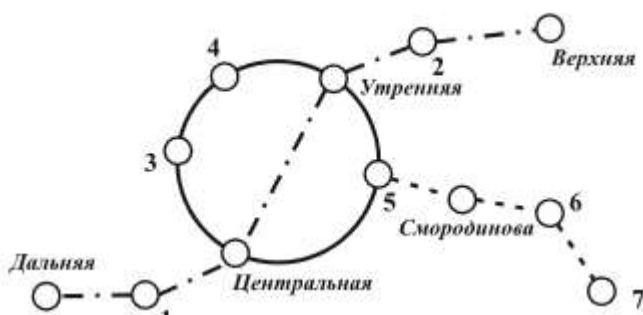
**Решение.**

Чтобы установить газовое оборудование, понадобится  $24\,000 + 18\,280 = 42\,280$  руб. Для установки электрического оборудования понадобится  $20\,000 + 15\,000 = 35\,000$  руб. Разница в стоимости составляет  $42\,280 - 35\,000 = 7\,280$  руб. Час обогрева газом стоит  $5,6 \cdot 1,2 = 6,72$  руб./ч. Час обогрева электричеством стоит  $5,6 \cdot 3,8 = 21,28$  руб./ч. Разница в стоимости составляет  $21,28 - 6,72 = 14,56$  руб./ч. Значит, экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления через  $\frac{7280}{14,56} =$

500 часов.

Ответ: 500.

### III. Путешествия



На рисунке изображена схема метро города N. Станция Ветреная расположена между станциями Центральная и Дальняя. Если ехать по кольцевой линии (она имеет форму окружности), то можно последовательно попасть на станции Центральная, Быстрая, Утренняя, Птичья и Весёлая. Радужная ветка включает в себя станции Быстрая, Смородиновая, Хоккейная и Звёздная. Всего в метрополитене города N есть три станции, от которых тоннель ведёт только в одну сторону — это станции Дальняя, Верхняя и Звёздная. Антон живёт недалеко от станции Надежда. <https://reshuoge.ru/test?theme=118>

### Задания для 5-6 классов.

1). Для станций, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на схеме. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Станции	Весёлая	Ветреная	Звёздная	Птичья
Цифры				

2). Бригада меняет рельсы на участке между станциями Надежда и Верхняя протяжённостью 12,4 км. Работы начались в понедельник. Каждый рабочий день бригада меняла по 400 метров рельсов. По субботам и воскресеньям замена рельсов не осуществлялась, но проезд был закрыт до конца всего ремонта. Сколько дней был закрыт проезд между указанными станциями?

**Решение.**

Заметим, что станция Надежда отмечена на схеме цифрой 2. Поскольку бригада меняла по 400 метров рельсов в день, на замену рельсов на всём участке ушёл  $\frac{12400}{400} = 31$  день. Поскольку работы велись только с понедельника по пятницам, на замену рельсов на данном участке ушло  $\frac{31}{5} = 6,2$  недель. Значит, проезд между указанными станциями был закрыт  $31 + 6 \cdot 2 = 43$  дня.

Ответ: 43.

3). Территория, находящаяся внутри кольцевой линии, называется Центральным городским районом. Найдите его площадь  $S$  (в км<sup>2</sup>), если длина кольцевой ветки равна 40 км. В ответе укажите значение выражения  $S \cdot \pi$ .

**Решение.**

Сначала найдём радиус окружности:  $R = \frac{L}{2\pi} = \frac{40}{2\pi} = \frac{20}{\pi}$ . Теперь найдём площадь:  $S = \pi R^2 = \pi \frac{400}{\pi^2} = \frac{400}{\pi}$ . Таким образом, получаем ответ:  $S \cdot \pi = \frac{400}{\pi} \cdot \pi = 400$ .

Ответ: 400.

4). Найдите расстояние (в км) между станциями Смородиновая и Хоккейная, если длина Радужной ветки равна 17 км, расстояние от Звёздной до Смородиновой равно 10 км, а от Быстрой до Хоккейной — 12 км. Все расстояния даны по железной дороге.

**Решение.**

Расстояние от Звёздной до Хоккейной равняется  $17 - 12 = 5$  км. Расстояние от Быстрой до Смородиновой равняется  $17 - 10 = 7$  км. Значит, расстояние между станциями Смородиновая и Хоккейная равно  $17 - 7 - 5 = 5$  км.

Ответ: 5.

### Задания для 7-8 классов.

5). Школьник Антон в среднем в месяц совершает 45 поездок в метро. Для оплаты поездок можно покупать различные карточки. Стоимость одной поездки для разных видов карточек различна. По истечении месяца Антон уедет из города и неиспользованные карточки обнуляются. Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант?

Количество поездок	Стоимость карточки (руб.)	Дополнительные условия
1	40	школьникам скидка 15%
10	370	школьникам скидка 10%
30	1050	школьникам скидка 10%

50	1600	нет
Не ограничено	2000	нет

**Решение.**

Заметим, что последние два вида карточек можно не рассматривать. Сначала Антон должен купить карточку третьего вида, поскольку

$$1050 \cdot 0,90 < 40 \cdot 30 \cdot 0,85; \quad 945 < 1020;$$

$$1050 \cdot 0,90 < 370 \cdot 3 \cdot 0,90; \quad 945 < 999.$$

Потом Антон должен купить карточку второго вида, поскольку

$$370 \cdot 0,90 < 40 \cdot 10 \cdot 0,85; \quad 333 < 340;$$

$$370 \cdot 0,90 < 1050 \cdot 0,90; \quad 333 < 945.$$

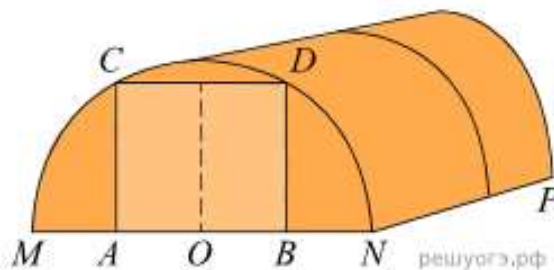
Дальше Антон должен купить пять карточек первого вида, поскольку

$$40 \cdot 5 \cdot 0,85 < 370 \cdot 0,90; \quad 170 < 333.$$

Таким образом, самый дешёвый вариант обойдётся в  $945+333+170=1448$ .

Ответ: 1448.

#### **IV. Шины, теплицы, бумага, печки.**



Алексей Юрьевич решил построить на дачном участке теплицу длиной  $NP = 4,5$  м. Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы Алексей Юрьевич заказывает металлические дуги в форме полуокружностей длиной  $5,2$  м каждая и плёнку для обтяжки. В передней стенке планируется вход, показанный на рисунке прямоугольником  $ACDB$ . Точки  $A$  и  $B$  — середины отрезков  $MO$  и  $ON$  соответственно.

<https://reshuoge.ru/test?theme=114>

#### **Задания для 5-6 классов.**

1). Какое наименьшее количество дуг нужно заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более  $60$  см?

**Решение.**

Переведем  $60$  см =  $0,6$  м. Найдем количество промежутков между дугами:  $4,5 : 0,6 = 7,5$ , следовательно, наименьшее количество промежутков —  $8$ . Количество дуг на единицу больше, чем количество промежутков:  $8 + 1 = 9$ .

Ответ: 9.

2). Найдите примерную ширину  $MN$  теплицы в метрах. Число  $\pi$  возьмите равным  $3,14$ . Результат округлите до десятых.

**Решение.**

Ширина  $MN$  представляет собой диаметр окружности. Длина окружности равна  $5,2 \cdot 2 = 10,4$ . Зная о том, что длина окружности может быть вычислена по формуле  $L = 2\pi R = \pi D$ , имеем  $D \approx 3,31$ . Таким образом,  $D = 3,3$ .

Ответ: 3,3.

3). Найдите примерную площадь участка внутри теплицы в квадратных метрах. Ответ округлите до целых.

**Решение.**

Площадь участка представляет собой прямоугольник. Вычислим площадь:  $S = 4,5 \cdot 3,3 = 14,85 \text{ м}^2$ . Округлим до целых:  $S = 15$ .

Ответ: 15.

4). Сколько квадратных метров плёнки нужно купить для теплицы с учётом передней и задней стенок, включая дверь? Для крепежа плёнку нужно покупать с запасом 10 %. Число  $\pi$  возьмите равным 3,14. Ответ округлите до целых.

#### Решение.

Для начала необходимо посчитать площадь крыши теплицы. Крыша представляет собой прямоугольник со сторонами, равными 4,5 м и 5,2 м. Вычислим его площадь:  $S = 4,5 \cdot 5,2 = 23,4 \text{ м}^2$ . Передняя и задняя стенка – это два полукруга, то есть вместе они составляют круг. Найдем площадь круга:  $S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{l}{\pi}\right)^2 = \frac{5,2^2}{3,14} \approx 8,61$  (заметим, что в данной формуле  $l$  — это не длина окружности, а длина дуги теплицы, то есть половина дуги окружности). Поскольку плёнки надо купить с запасом, прибавляем по 10% к уже имеющимся значениям. Получаем:  $25,74 + 9,47 = 35,21$ . Округляя до целых, получаем 35.

Ответ: 35.

#### Задания для 7-8 классов.

5). Найдите примерную высоту входа в теплицу в метрах. Число  $\pi$  возьмите равным 3,14. Ответ округлите до десятых.

#### Решение.

Треугольник  $COD$  — равносторонний. Высота треугольника  $COD$  является высотой входа. Воспользуемся формулой высоты равностороннего треугольника:  $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$  где  $a$  — это сторона треугольника. Таким образом, высота равна:  $h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{260}{157} \approx 1,4$ .

Ответ: 1,4.

#### Выводы.

Следует отметить, что среди задач, предлагаемых на основном государственном экзамене по математике, достаточное количество заданий, которые могут быть использованы педагогами для формирования функциональной грамотности обучающихся 5-8 классов, при этом есть те, что можно использовать без каких-либо изменений и дополнений, так и дополняя и расширяя задания.

#### При работе с обучающимися 5-6 классов:

- *имеющими высокий уровень математической подготовки*, целесообразно больше внимания уделять выполнению заданий, требующих логических рассуждений, обоснований, доказательств и т.п., а также заданий по геометрии, в которых необходимо детально анализировать чертеж, выявлять его особенности, проводить дополнительные построения;

- *имеющими уровень математической подготовки выше среднего*, рекомендуется обратить внимание на выполнение практикоориентированных заданий, связанных со свойствами объектов и процессов окружающего мира, с реальными бытовыми ситуациями, а также на развитие логического мышления;

- *имеющими средний уровень подготовки*, представляется важным уделять больше внимания контролю усвоения ключевых математических понятий, отработке навыков выполнения стандартных учебных заданий, в том числе навыков счета, решения простейших текстовых задач и т.п.;

- *имеющими низкий уровень подготовки*, рекомендуется в первую очередь обратить внимание на отработку базовых навыков счета, чтения и понимания учебного математического текста, работу с информацией, представленной в различных формах, а также на усвоение ключевых математических понятий.

**При работе с обучающимися 7-8 классов:**




- *имеющими высокий уровень математической подготовки*, целесообразно больше внимания уделять закреплению технических навыков выполнения алгебраических преобразований, решать практические задачи, в том числе анализировать ситуацию и выбирать оптимальный вариант, а также включать в учебный процесс выполнение заданий, требующих логических рассуждений, обоснований, доказательств и т.п.;

- *имеющими уровень математической подготовки выше среднего*, рекомендуется обратить внимание на более глубокое освоение понятийного аппарата, отработку технических навыков выполнения алгебраических преобразований, решения уравнений, решения стандартных текстовых задач, выполнение практикоориентированных заданий, с реальными бытовыми ситуациями, на развитие логического мышления, а также на выполнение заданий по геометрии, в которых необходимо детально анализировать чертеж, выявлять его особенности, проводить дополнительные построения

- *имеющими средний уровень подготовки*, важно уделять больше внимания контролю усвоения ключевых математических понятий, отработке навыков выполнения стандартных учебных заданий, в том числе выполнения арифметических действий с отрицательными числами, дробями, решения простейших уравнений, решения простейших текстовых задач и т.п.

- *имеющими низкий уровень подготовки*, рекомендуется в первую очередь обратить внимание на отработку основных понятий, базовых навыков счета, выполнения алгебраических преобразований, чтения и понимания учебного математического текста, работы с информацией, представленной в различных формах важным уделять больше внимания контролю усвоения ключевых математических понятий, отработке навыков выполнения стандартных учебных заданий, в том числе выполнения арифметических действий с отрицательными числами, дробями, решения простейших уравнений, решения простейших текстовых задач и т.п.

Обсуждая с классом результаты выполнения любого задания, учитель должен акцентировать внимание на трёх моментах:

-  как ситуация была преобразована в математическую задачу;
-  какие знания, факты были использованы, какие методы, способы решения были предложены и обсудить их достоинства;
-  как можно оценить полученное решение с точки зрения исходной ситуации.

Такая работа позволит учителю математики решать и проблему подготовки обучающихся к успешному прохождению процедуры итоговой аттестации, так и проблему развития функциональной грамотности учеников школы. Сегодня нужно обязательно показывать применение математики к решению жизненных задач. Учить этому необходимо, однако не следует этим злоупотреблять. Умение решать практикоориентированные задачи не должно стать главной целью обучения математике. Сами задачи должны быть грамотно составлены. Не стоит в каждую задачу искусственно включать "жизненную" составляющую. Безусловно, для того, чтобы эта работа дала результаты, она должна быть системной, комплексной и продуманной.

## Источники информации

1. Указ Президента РФ от 21.07.2020 г. № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года»; Режим доступа– <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/74304210/> (дата обращения 26.02.2022).
2. ОЭСР (2019 г.), *Система оценки и анализа PISA 2018*, PISA, Издательство ОЭСР, Париж, Режим доступа– <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en> (дата обращения 26.02.2022).
3. Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений» занимается исследованиями в области оценки качества образования. Учредителем института является Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации (Рособрнадзор). Режим доступа: <https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge#!/tab/173942232-2> (дата обращения 26.02.2022).
4. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. Математика. <https://math.reshuoge.ru/test?theme=119> (дата обращения 26.02.2022).
5. Материалы Всероссийского форума экспертов по функциональной грамотности. Режим доступа: <http://skiv.instrao.ru/content/board1/konferentsii-seminary-forumy/forum/> (дата обращения 26.02.2022).