

Государственное автономное учреждение
дополнительного профессионального образования
«Смоленский областной институт развития образования»

**СБОРНИК ЛУЧШИХ ПРАКТИК
ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ
НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ**



Смоленск
2026

УДК 372.851; 372.653
ББК Ч426.221; Ч426.223
С 23

Автор-составитель

Цыганкова П.В., доцент кафедры развития новых технологий дополнительного профессионального педагогического образования ГАУ ДПО СОИРО

С 23 Сборник лучших практик изучения математики и физики на углублённом уровне: Методическое пособие для учителя / Автор-составитель П.В. Цыганкова. – Смоленск: ГАУ ДПО СОИРО, 2026. – 92 с.

В методическом пособии представлен опыт учителей математики и физики образовательных организаций общего образования Смоленской области по преподаванию математики и физики на углублённом уровне в основной и средней школе. Материалы, включённые в сборник, содержат как теоретический блок, так и примеры заданий с развёрнутыми ответами и рекомендациями по методике их использования.

Данное пособие будет полезно учителям математики и физики, преподающим предметы на углублённом уровне, а также курсы внеурочной деятельности.

Сборник лучших практик изучения математики и физики на углублённом уровне подготовлен в рамках выполнения государственного задания ГАУ ДПО СОИРО.

Материалы печатаются в авторской редакции.

Рекомендованы и одобрено на заседании кафедры развития новых технологий ДППО ГАУ ДПО СОИРО (протокол № 2 от 27 мая 2026 года).

УДК 372.851; 372.653
ББК Ч426.221; Ч426.223

© ГАУ ДПО СОИРО, 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	
<i>Цыганкова П.В.</i>	4
УГЛУБЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В ПРОФИЛЬНОМ ОБУЧЕНИИ	
<i>Атрощенко М.М., Базерова О.Г.</i>	7
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАДАЧ С «ИЗБЫТОЧНЫМИ» И «НЕДОСТАЮЩИМИ» ДАННЫМИ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ КРИТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ УСЛОВИЯ НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ ООО (5–9 КЛАССЫ)	
<i>Романенко Т.В.</i>	15
ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ» НА УГЛУБЛЕННОМ УРОВНЕ В 7 КЛАССЕ ПО МАТЕМАТИКЕ	
<i>Баирова Т.В., Давыдовская А.Ю.</i>	28
ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ НА УГЛУБЛЕННОМ УРОВНЕ	
<i>Комаева С.М.</i>	36
ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ» НА ПРОФИЛЬНОМ УРОВНЕ	
<i>Степченкова М.В.</i>	42
ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ» НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ	
<i>Дегтярева О.В.</i>	50
ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВ» НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ	
<i>Кодукова Н.Н.</i>	54
ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ДВИЖЕНИЕ МОЛЕКУЛ. ДИФФУЗИЯ» НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ	
<i>Сариогло Н.Н.</i>	63
ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ» НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ	
<i>Бабакова И.В., Гайжутене Е.И.</i>	79
КОМПЛЕКТ ИЗ 4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ПО ТЕМАМ «ЗАКОН ОМА ДЛЯ ПОЛНОЙ ЦЕПИ», «ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ», «САМОИНДУКЦИЯ», «ПРАВИЛО ЛЕНЦА»	
<i>Мамичев Д.И., Мамичева И.С.</i>	88

ВВЕДЕНИЕ

Цыганкова Полина Владимировна,

доцент кафедры развития новых технологий ДППО ГАУ ДПО СОИРО

Математика и физика – фундаментальные науки, лежащие в основе научно-технического прогресса. Они формируют логическое мышление, учат анализировать, выявлять закономерности и строить причинно-следственные связи. Углублённое изучение этих дисциплин не просто расширяет кругозор: оно закладывает фундамент для будущих открытий, готовит кадры для высокотехнологичных отраслей и способствует развитию инновационной экономики.

Актуальность углублённого изучения математики и физики связана с реализацией комплексного плана мероприятий по повышению качества математического и естественнонаучного образования в Смоленской области на период до 2030 года.

В современном мире, где технологии развиваются с беспрецедентной скоростью, спрос на специалистов с глубокими знаниями математики и физики растёт. Инженерия, программирование, биотехнологии, астрофизика, искусственный интеллект – все эти сферы требуют не только владения базовыми понятиями, но и умения применять сложные математические модели, понимать физические принципы работы систем.

Необходимость повышения качества физико-математического обучения сегодня особенно актуальна по следующим причинам:

- **Национальные приоритеты.** Развитие STEM-образования закреплено в стратегических документах РФ как ключевой фактор технологического суверенитета. Углублённое физико-математическое обучение – основа подготовки кадров для приоритетных отраслей: микроэлектроники, квантовых технологий, робототехники, космической индустрии.

- **Цифровая трансформация.** Эпоха больших данных, искусственного интеллекта и машинного обучения требует от выпускников владения математическим моделированием, статистическим анализом и алгоритмическим мышлением. Физико-математические дисциплины формируют эти компетенции на фундаментальном уровне.

- **Интеграция наук.** Современные научные открытия происходят на стыке дисциплин. Концепция физико-математического обучения позволяет продемонстрировать обучающимся единство научного знания: как законы Ньютона связаны с дифференциальными уравнениями, а квантовая механика – с линейной алгеброй.

- Глобальная конкурентоспособность. Участие российских школьников в международных олимпиадах и их высокие результаты подтверждают качество отечественной физико-математической школы. Углублённое обучение поддерживает эту традицию и укрепляет позиции России в мировой науке.

- Ранняя профориентация. Физико-математическое обучение помогает выявить одарённых детей и направить их потенциал в востребованные технологические сферы. Профильные классы, инженерные смены, научные кружки создают «лифт» для талантливой молодёжи.

- Практико-ориентированность. Концепция предполагает не абстрактное изучение формул, а их применение для решения реальных задач: моделирование климатических изменений, расчёт конструкций, анализ финансовых рынков. Это повышает мотивацию учащихся и показывает прикладную ценность знаний.

- Развитие метапредметных навыков. В рамках физико-математического обучения формируются универсальные компетенции: критическое мышление, работа с информацией, проектная деятельность, командное взаимодействие – всё то, что востребовано в XXI веке.

Углублённое преподавание математики и физики решает несколько ключевых задач:

- ✓ развивает абстрактное и критическое мышление;
- ✓ формирует навыки решения нестандартных задач;
- ✓ учит работать с большими объёмами информации и структурировать знания;
- ✓ показывает связь теории с практикой, демонстрируя применение формул и законов в реальной жизни;
- ✓ мотивирует к научно-исследовательской деятельности.

Этот сборник – результат обобщения опыта педагогов, успешно работающих с учащимися на углублённом уровне. Его цель – предоставить учителям, преподавателям и методистам набор проверенных практик, которые:

- ✓ повышают эффективность обучения;
- ✓ делают сложные темы доступными и интересными;
- ✓ стимулируют познавательную активность;
- ✓ помогают адаптировать материал под разные уровни подготовки обучающихся.

В сборнике представлены практики, основанные на следующих принципах.

Проблемное обучение. Учащиеся не получают знания в готовом виде, а самостоятельно ищут решения через постановку вопросов и анализ ситуаций.

Проектно-исследовательская деятельность. Углублённое изучение предполагает не только освоение теории, но и её применение. Проекты по моделированию физических процессов или математическому анализу данных развивают самостоятельность и углубляют понимание предмета.

Дифференциация и индивидуализация. Углублённый уровень подразумевает разный темп и глубину освоения материала. В сборнике даны рекомендации по работе с одарёнными обучающимися и теми, кому требуется дополнительная поддержка.

Издание будет полезно:

- учителям математики и физики школ с углублённым изучением предметов;
- преподавателям лицеев, гимназий и профильных классов;
- методистам, разрабатывающим образовательные программы;
- студентам педагогических вузов, изучающим современные педагогические технологии.

Мы надеемся, что представленные практики не только обогатят ваш педагогический арсенал, но и вдохновят на создание собственных оригинальных подходов. Пусть уроки математики и физики станут для учеников путешествием в мир открытий, где каждая формула – ключ к пониманию Вселенной, а каждая задача – шаг к новым вершинам!

УГЛУБЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В ПРОФИЛЬНОМ ОБУЧЕНИИ

Атрощенкова Маргарита Михайловна,

Базерова Оксана Геннадьевна,

учителя математики МБОУ «СШ № 17

им. Героя Российской Федерации А.Б. Буханова» г. Смоленска

Введение профильного обучения является актуальным и важным шагом в развитии Российской системы школьного образования. На данный момент во введении профильного обучения назрела острая необходимость. Это связано в первую очередь с ситуацией в стране, которая нуждается в квалифицированных кадрах и хороших специалистах.

Актуальность проблемы реализации профильного обучения обусловлена радикальными изменениями, политическими и экономическими переменами в стране и мире, которые затрагивают и усложняют условия общественной жизни каждого человека, изменяют социокультурную ситуацию, влияющую на становление и развитие личности.

Суть профильного обучения заключается в предоставлении старшеклассникам права самостоятельно выбирать вариант обучения в старших классах по какому-либо определенному профилю. Главная цель – самоопределение учащихся, формирование адекватного представления о своих возможностях. То есть, профильное образование - это углубление знаний, склонностей, совершенствование ранее полученных навыков через создание системы специализированной подготовки в старших классах общеобразовательной школы.

Задачи профильного обучения:

- Дать учащимся глубокие и прочные знания по профильным дисциплинам, то есть именно в той области, где они предполагают реализовать себя по окончании школы.
- Выработать у учащихся навыки самостоятельной познавательной деятельности, подготовить их к решению задач различного уровня сложности.
- Сориентировать учащихся в широком круге проблем, связанных с той или иной сферой деятельности.
- Развить у учащихся мотивацию к научно-исследовательской деятельности.
- Выработать у учащихся мышление, позволяющее не пассивно потреблять информацию, а критически и творчески перерабатывать ее; иметь своё мнение и уметь отстаивать его в любой ситуации.

- Сделать учащихся конкурентоспособными в плане поступления в выбранные ими вузы.

Наша школа создает оптимальные условия для полноценного введения профильного обучения, а именно, обеспечивает углубленное изучение отдельных предметов программы полного и общего образования, более эффективно подготавливает выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования.

Организация системы профильного обучения обычно такова:

- ранняя профилизация – 5–7 классы;
- предпрофильные – 8–9 классы;
- профильные – 10–11 классы.

Остановимся на таких классах, где математика изучается как профилирующий предмет.

Инженерные и технические специалисты давно нарасхват. Сейчас – особенно. Дефицит таких сотрудников в 2026 году составит целых 240 тысяч – такие данные озвучил Президент России на встрече с участниками IV Конгресса молодых учёных в 2024 году.

Выпускникам физмата 2026 года долго искать работу не придётся. Развитию нейросетей этого не отменить. Для их технической поддержки, развития и управления ими требуется всё больше специалистов.

Углубленное изучение математики в Российской школе имеет долгую историю. В нашей стране накоплен большой опыт по обучению математике на повышенном и углубленном уровне. Содержание углубленного изучения математики также является наиболее отработанным по сравнению с содержанием для классов, например, гуманитарного или естественно-научного профилей. Например, элементы теории вероятностей, которые являются новыми для всех остальных профилей, для физико-математического профиля не являются чем-то необычным, а естественным и традиционным элементом школьного курса. Наборы задач, характерные для решения в классах с углубленным изучением математики также достаточно полны.

Способы организации учебного процесса

Как сделать урок более продуктивным и интересным, чтобы дети хорошо усваивали материал? Этот вопрос интересует любого учителя. Для этого на своих уроках мы используем ситуацию успеха, проблемное обучение, игровые моменты, применяем ИКТ.

1. Ситуация успеха. В классах с разноуровневым потенциалом учащихся очень важно, чтобы каждый ребенок смог себя реализовать. Поэтому, органи-

зовывая учебный процесс, необходимо ориентироваться на личность учащегося, его склонности и способности.

Работать по технологии дифференцированного обучения (одноуровневые и разноуровневые группы), парная работа (пары постоянного и сменного состава), индивидуальная работа с дифференцированной помощью и взаимопомощью. Во время групповой работы на уроке учитель по очереди присоединяется к каждой группе, используя роль консультанта. Как показала практика, основной формой организации урока в профильном классе является семинар-практикум, который характеризуется сочетанием работы части класса в кратковременных группах с задачами разных уровней и фронтальной формы учителя с остальной частью класса.

2. Проблемное обучение. Особое внимание уделяем методу проблемного обучения. Он предполагает создание под руководством учителя проблемных ситуаций, а это в свою очередь способствует развитию познавательной активности творческих способностей учащихся, помогает им решать сложные задания, требующие применения нестандартных решений. При этом созданная ситуация может быть достаточно сложной, требующей серьезных математических знаний и больших усилий для ее разрешения. При попытке найти выход учащиеся сталкиваются с недостаточностью имеющихся у них математических знаний и необходимостью освоения новой порции материала. Наборы задач для классов физико-математического профиля должны содержать, как минимум, два раздела: теоретические задачи и прикладные задачи разной степени сложности.

3. Игровые моменты. Активно на уроках применяем игровые моменты. На уроках планируем индивидуальную работу в парах, группах. Используем педагогику сотрудничества, под которой понимаем равенство и партнерство в отношениях педагога и ребенка, состояние творчества.

4. Использование ИКТ. Одним из направлений подготовки стало использование интернет – тестов в режиме онлайн из открытого банка подготовки. Ребята охотно выполняют тесты, т.к тут же видят свой результат, над каким заданием еще поработать. Проведение уроков в форме презентаций увеличивает объем информации для усвоения знаний. Создание презентаций – творческий, интересный, хотя трудоемкий процесс. Но, как показывает опыт, потраченные усилия и время обязательно приведут к желаемому результату.

Методы обучения – упорядоченный комплекс дидактических приемов и средств, посредством которых реализуются цели обучения.

Индивидуально-репродуктивный метод: учитель создает такую ситуацию, в которой ученик воспроизводит понятие или теорему, в процессе рас-

смотрения частных случаев. Например, изучение теоремы (решение задачи) осуществляется по плану, предложенному учителем.

Индивидуально-исследовательский метод. Исследовательский метод определяется как самостоятельное решение учащимися новой для них проблемы с применением таких элементов научного исследования, как наблюдение и самостоятельный анализ фактов, выдвижение гипотезы и ее проверка, формирование вывода. Применение исследовательского метода возможно в ходе решения сложной задачи, анализа информации из учебника и других источников, разрешения поставленной учителем проблемы.

Формы задания при исследовательском методе могут быть различными: поддающиеся быстрому решению, требующие целого урока, домашнее задание на определенный срок с использованием материалов открытых образовательных платформ.

Обязательным элементом занятий является работа в микрогруппах с последующей презентацией ее результатов всем учащимся. Учебное исследование является основой для проведения нетрадиционных уроков: урок-исследование, урок – творческий отчет, урок – защита исследовательского проекта.

Задачи с параметрами – неотъемлемая часть углубленного изучения математики в профильных и предпрофильных классах. Они, как правило, являются хорошим материалом для проведения различного рода исследований. Спецификой задач с параметрами является то, что наряду с неизвестными величинами в них фигурируют параметры, численные значения которых не указаны конкретно, но считаются известными и заданными на некотором числовом множестве. При этом значения параметров существенно влияют на логический и технический ход решения задачи и форму ответа. Решение задач с параметрами следует проводить с использованием исследовательского характера рассуждений: выделить противоречие и проблему исследования, которые необходимы для решения задачи, поставить цель, сформулировать гипотезу исследования, выделить задачи исследования, выбрать методы и провести исследование, сделать вывод (рефлексию).

Проблема изучения заданий с параметром, их места в школьном курсе математики остается актуальной на сегодняшний день.

Анализ учебников по математике различных авторов показал, данная тема либо затрагивается косвенно, либо выносится на самостоятельное изучение. Но, в то же время, заданий с параметрами играют важную роль в формировании логического мышления школьников и становлении их математической культуры. Важность изучения данной темы объясняется еще и тем, что навык работы с заданиями с параметрами проверяется, как в Государственной итоговой атте-

станции, так и на олимпиадах различного уровня. Этим обосновывается необходимость их изучения в школе.

В учебниках алгебры разных авторов задания с параметром появляются в разное время обучения. Ниже приводятся примеры решения алгебраических уравнений с параметрами в углубленном курсе математики общеобразовательной школы.

Пример 1 (6–7 класс)

Решить уравнение: $2a(a-2)x=a-2$.

Решение.

1) Найдём значения параметра a , которые обращают в нуль коэффициент при x .

$$2a(a-2)=0;$$

$$a=0 \text{ или } a=2$$

Если $a=0$, то $0 \cdot x = -2$, корней нет.

Если $a=2$, то $0 \cdot x = 0$, x -любое действительное число.

2) Если $a \neq 0$ и $a \neq 2$, то:

$$2a(a-2)x=a-2;$$

$$x = \frac{a-2}{2a(a-2)};$$

$$x = \frac{1}{2a}.$$

Ответ:

при $a=0$ корней нет;

при $a=2$ корнем является любое действительное число;

при $a \neq 0, a \neq 2$ $x = \frac{1}{2a}$

Пример 2 (8–9 класс)

Решить уравнение: $(a-1)x^2 + 2(2a+1)x + 4a + 3 = 0$.

Решение.

1. Пусть $a = 1$. Тогда данное уравнение не является квадратным и принимает вид $6x + 7 = 0$. Откуда находим $x = -\frac{7}{6}$.

2. Пусть $a \neq 1$. Найдём дискриминант данного уравнения.

$$D = (4a + 2)^2 - 4 \cdot (a - 1)(4a + 3) = 20a + 16.$$

Рассмотрим три случая.

а) $D = 0$.

$$20a + 16 = 0 \rightarrow a = -\frac{4}{5} \rightarrow x = -\frac{1}{3}. \text{ Уравнение имеет один корень.}$$

б) $D < 0$.

$$20a + 16 < 0 \rightarrow a < -\frac{4}{5}. \text{ Действительных корней нет.}$$

в) $D > 0$.

$20a + 16 > 0 \rightarrow a > -\frac{4}{5}$ и $a \neq 1$. Уравнение имеет 2 корня

$$x = \frac{-(2a+1) \pm \sqrt{5a+4}}{a-1}.$$

Ответ:

при $a=1$ $x = -\frac{7}{6}$;

при $a=-\frac{4}{5}$ $x = -\frac{1}{3}$;

при $a < -\frac{4}{5}$ действительных корней нет;

при $a > -\frac{4}{5}$ и $a \neq 1$ $x = \frac{-(2a+1) \pm \sqrt{5a+4}}{a-1}$.

Пример 3 (10–11 класс)

Есть ли на графике функции $y = 2x^2(x + 1)$ точка А, относительно, которой график функции центрально-симметричен?

Решать такую задачу с учащимися следует, организовав исследование.

Цель исследования: составить формулу, выражающую условие центральной симметрии графика функции относительно точки с координатами $(a, f(a))$. В соответствии с целью поставлены следующие задачи.

1. Сформулировать определение центральной симметрии, известное нам из геометрии.

2. Сформулировать определение нечетной функции.

3. На основании этих определений сформулировать условие центральной симметрии графика функции относительно точки с координатами $(a, f(a))$.

Если обобщить определения центральной симметрии относительно точки О и нечетной функции, то мы выявим условия центральной симметрии графика функции относительно точки с координатами $(a; f(a))$.

Из курса геометрии известно, что центральной симметрией относительно точки О называется отображение плоскости, при котором каждая точка М переходит в точку М', симметричную точке М относительно точки О. Функция f называется нечетной, если ее область определения - множество, симметричное относительно начала координат, и выполняется условие $f(x) = -f(-x)$. График нечетной функции симметричен относительно начала координат. Значит, расстояние от точки $(x, f(x))$ до начала координат равно расстоянию от точки $(-x, -f(-x))$ до начала координат. При параллельном переносе точка с координатами $(0;0)$ отобразится в точку с координатами $(a; f(a))$. А расстояние от точки $(x+a, f(x+a))$ до точки $(a, f(a))$ равно расстоянию от точки $(a-x, -f(a-x))$ до точки $(a; f(a))$. Так как точки $x+a$ и $a-x$ симметричны относительно точки a , то $f(a+x) - f(a) = -(f(a-x) - f(a))$. После раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых мы получаем искомую формулу $f(a+x) + f(a-x) = 2f(a)$.

Мы составили формулу, выражающую условие центральной симметрии графика функции относительно точки с координатами $(a; f(a))$.

Применим полученное условие к решению задачи.

Найдем сумму $f(a+x)=2(a+x)^2(a+x+1)$ и $f(a-x)=2(a-x)^2(a-x+1)$.

$$f(a+x)+f(a-x)=4a^3+12ax^2+4a^2+4x^2;$$

$$2f(a)=4a^3+4a^2;$$

$$4a^3+12ax^2+4a^2+4x^2=4a^3+4a^2;$$

$$12ax^2+4x^2=0;$$

$$4x^2(3a+1)=0.$$

При $a=-13$ получаем $f(-13)=2\cdot 19(-13+1)=427$. Таким образом, получаем точку $A(-13; 427)$

Ответ: $A(-13; 427)$ точка, относительно которой график функции $y=2x^2(x+1)$ центрально симметричен.

Решение задачи с параметрами, проведенное с применением исследовательского характера рассуждений, позволяет учащимся пройти через основные этапы исследования, что способствует формированию их исследовательской компетенции.

Углубленное изучение математики в школе имеет множество преимуществ, которые выходят за рамки простого повышения академических знаний. Оно способствует развитию логического мышления и аналитических навыков.

Работа в классах с углубленным изучением математики требует от учителя больших затрат сил и времени, постоянного самосовершенствования, знакомства с новинками методической и математической литературы. Самая кропотливая работа – это сотрудничество учителя и ученика на уроке. Лучшие результаты этого сотрудничества влекут за собой и работу с одаренными учениками, и различные формы дополнительного образования.

Таким образом, работа педагогов в классах с углубленным изучением математики обеспечивает достаточный уровень усвоения систематизированных знаний через развитие познавательной и исследовательской компетентности.

Список литературы

1. Горностаев О.М., Горбачевская К.В. Задачи с параметрами в школьном курсе математики // Молодой ученый. – 2020. – № 6.
2. Гусев В.А., Мордкович А.Г. Математика: Справочные материалы: Книга для учащихся; – М.: Просвещение, 1988.
3. Ерина Т.М. Возможности и целесообразность вариативного осуществления профилизации образования // Профильная школа. – 2008. – № 4,

4. Магомедов Ш.А. Основные аспекты организации профильного обучения в образовательных учреждениях // Инновации в образовании. – 2015. – № 11,
5. Студенецкая В.Н., Гребнева З.С. Математика: решение задач и выполнение заданий с комментариями и ответами, – М.: Учитель, 2003.
6. Шестаков Л.Г. Организация обучения математике в условиях профильной дифференциации // Профильная школа. – 2008. – № 4,
7. Ярных Д.В., Бронникова Л.М. Место задач с параметрами в школьном курсе математики // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2021. – № 4 (52),

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАДАЧ С «ИЗБЫТОЧНЫМИ» И «НЕДОСТАЮЩИМИ» ДАННЫМИ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ КРИТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ УСЛОВИЯ НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ ООО (5–9 КЛАССЫ)

*Романенко Татьяна Владимировна,
учитель МБОУ Катынская СШ*

Аннотация. В статье представлена система работы с дидактически модифицированными условиями задач как инструментом формирования метапредметного навыка критического анализа математической информации. Описана классификация заданий и приведены конкретные примеры для разных возрастных групп с 5 по 9 класс в рамках углублённого изучения математики.

Вводная часть

1. Место темы в рабочей программе и концепции углублённого изучения: данная методика не является отдельной темой календарно-тематического планирования [4]. Она представляет собой сквозной метапредметный модуль, интегрируемый в содержание основных разделов программы углублённого изучения:

- **5–6 классы:** Арифметика, начальная геометрия, логические задачи;
- **7–9 классы:** Алгебра (тождественные преобразования, уравнения, текстовые задачи), геометрия (планиметрия, задачи на построение и доказательство);

Цель: превратить пассивное «считывание» условия в активный процесс его исследования, верификации и интерпретации, что является ключевым компонентом математической компетентности на углублённом уровне [2].

2. Планируемые результаты

Предметные

- Глубокое понимание сути математических понятий и взаимосвязей между ними.
- Умение выявлять необходимый и достаточный набор данных для решения.
- Повышение успешности в решении нестандартных и олимпиадных задач [5].

Метапредметные

- **Регулятивные УУД:** развитие навыка предварительного анализа условия, планирования решения, коррекции плана при выявлении несоответствий [1];

- **Познавательные УУД:** формирование критического мышления, умения отделять существенную информацию от второстепенной, выдвигать и проверять гипотезы о недостающих данных;
- **Коммуникативные УУД:** Развитие культуры математической дискуссии: аргументированное обоснование избыточности или недостаточности данных, защита своей точки зрения.

Теоретическая часть

1. Аспекты, на которые нужно обратить внимание (дидактическая классификация модификаций условий)

1. **Избыточные данные:** а) прямые лишние данные (лишнее число в условии); б) данные, противоречащие друг другу (условие некорректно); в) данные, дублирующие информацию, которая может быть выведена логически.

2. **Недостающие данные:** а) абсолютно недостающие (решение невозможно без запроса/введения параметра); б) относительно недостающие (данные могут быть восстановлены из общих закономерностей, подразумеваемых контекстом или рисунком).

Ученик должен научиться задавать себе вопросы: «Что известно?», «Что нужно найти?», «Все ли известные данные мне нужны? Если да, то как? Если нет, то почему?», «Чего не хватает для однозначного ответа?». Работа с такими задачами замедляет первичный этап, но радикально ускоряет и упрощает этапы поиска решения и его реализации [3].

2. Трудные вопросы темы (типичные ошибки учащихся)

– страх «неправильного» условия – ученики, привыкшие к шаблонным задачам, отказываются верить, что в условии может быть лишнее или недостающее, считая это ошибкой учителя;

– неумение аргументировать избыточность – ученик видит, что задача решилась без какого-то данного, но не может объяснить, почему это данное не влияет на результат (например, из-за свойства симметрии или подобия);

– пассивность при недостатке данных – вместо того чтобы сформулировать, *чего именно не хватает*, или рассмотреть случаи, ученик останавливается с выводом «это невозможно решить»;

– невнимание к скрытой избыточности – непонимание, что некоторые данные могут следовать из других (например, в прямоугольном треугольнике задание двух углов кроме прямого – избыточно).

Практическая часть

Рассмотрим систему заданий по классам:

Класс	Тема	Условие	Решение	Ответ	Методические рекомендации
5	Математика «Арифметика. Тестовые задачи»	Недостающие данные: «Мама купила 2 кг яблок и 3 кг апельсинов. Сколько денег она заплатила за всю покупку?»	Для решения задачи необходимо знать цену 1 кг яблок и 1 кг апельсинов. Эти данные в условии отсутствуют. Задача не имеет однозначного решения	Недостаточно данных. Известны цены на яблоки и апельсины	Необходимо обсудить с учениками, какие вопросы они должны задать, чтобы задача стала решаемой. Акцентировать внимание на необходимости всех составляющих для вычисления общей стоимости.
		Избыточные данные: «В парке посадили 15 лип, 10 клёнов и 5 берёз. Для полива всех деревьев нужно привезти воду. Сколько всего деревьев посадили в парке?»	Чтобы найти общее количество деревьев, нужно сложить число лип, клёнов и берёз: $15 + 10 + 5 = 30$ (деревьев). Упоминание о поливе является избыточной информацией, не влияющей на вычисления	30 деревьев	Начать с опроса, зачем, по их мнению, в условии дана информация о поливе. Подвести к выводу, что не все слова в задаче содержат числовые данные, необходимые для ответа на вопрос
6	Математика «Отношения и пропорции. Десятичные дроби»	Недостающие данные: «После скидки на 20% цена товара снизилась. Какова новая цена товара?»	Для нахождения новой цены необходимо знать исходную цену товара, которая в условии не указана. Процент скидки сам по себе не позволяет произвести расчёт	Недостаточно данных. Известна первоначальная цена товара	Проиллюстрировать задачу на конкретном примере (например, исходная цена 500 р.), а затем обобщить, что ответ зависит от неизвестного параметра
		Избыточные данные: «Из 200 г свежих грибов получается 35 г	Составляем пропорцию: 200 г свежих – 35 г сушёных, 1000 г	175 г	Объяснить, что данные о влажности объясняют, почему выход

Класс	Тема	Условие	Решение	Ответ	Методические рекомендации
		сушёных. Сколько граммов сушёных грибов получится из 1 кг свежих? (Влажность свежих грибов 90%)»	свежих – x г сушёных. $x = (1000 * 35) / 200 = 175$ (г). Данные о влажности грибов (90%) являются избыточными для решения данной пропорциональной задачи		сушёных грибов так мал, но для прямого расчёта по условию они не требуются
7	Алгебра «Линейные уравнения. Разложение на множители»	Недостающие данные: «Сумма двух чисел равна 30. Найдите эти числа»	Пусть одно число равно x , тогда второе равно $30 - x$. Уравнение $x + (30 - x) = 30$ является тождеством. Для нахождения конкретных чисел необходимо дополнительное условие (например, разность чисел, их отношение и т.д.)	Недостаточно данных. Существует бесконечное множество пар чисел, сумма которых равна 30 (например, 10 и 20, 5 и 25). Нужно второе условие	Связать задачу с системой уравнений: одно уравнение с двумя неизвестными имеет бесконечно много решений
		Избыточные данные: «Решите уравнение: $5(x - 3) = 2x + 6$. (Корень этого уравнения является натуральным числом)»	$5x - 15 = 2x + 6$ $5x - 2x = 6 + 15$ $3x = 21$ $x = 7$. Условие «корень является натуральным числом» избыточно, так как полученный корень (7) автоматически ему удовлетворяет. Оно не влияет на процесс решения	$x = 7$	Обсудить, в каких случаях подобные условия («корень положительный», «меньше 10») были бы не избыточными, а необходимыми для отбора корней

Класс	Тема	Условие	Решение	Ответ	Методические рекомендации
7	Геометрия «Треугольники. Признаки равенства»	Недостающие данные: «В треугольниках ABC и DEF известно, что $AB = DE$, $\angle A = \angle D$. Равны ли треугольники?» Смотри рисунок 1 (приложение 1)	Для равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними необходимо, чтобы угол находился между данными сторонами. В условии не указано, что $\angle A$ лежит между сторонами AB и AC, а $\angle D$ – между DE и DF. Без этого уточнения признак применить нельзя	Недостаточно данных. Для применения признака равенства треугольников (по стороне и двум прилежащим углам, или по двум сторонам и углу между ними) необходимо знать соответствие элементов	Нарисовать два треугольника, где $AB = DE$ и $\angle A = \angle D$, но треугольники не равны (например, когда $\angle A$ не прилежит к стороне BC, а $\angle D$ прилежит к EF). Наглядно показать важность соответствия
		Избыточные данные: «В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC боковая сторона AB равна 13 см, а высота BH, проведённая к основанию, равна 12 см. Найдите основание AC. (Периметр треугольника равен 30 см)» Смотри рисунок 2 (приложение 2)	В прямоугольном треугольнике ABH: $AB = 13$ (гипотенуза), $BH = 12$ (катет) По теореме Пифагора: $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2}$ $= \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$ см. Так как в равнобедренном треугольнике высота является медианой, то $AC = 2 * AH = 10$ см. Данные о пери-	$AC = 10$ см (с замечанием о противоречии с данными периметра)	Обсудить с учениками, что избыточные данные могут не только мешать, но и позволять проверить условие на непротиворечивость

Класс	Тема	Условие	Решение	Ответ	Методические рекомендации
			метре (30 см) избыточны: их можно использовать для проверки ($13+13+10=36 \neq 30$), что указывает на противоречие в условии. Это важный аспект задачи		
8	Алгебра «Квадратные уравнения. Рациональные дроби»	Недостающие данные: «Произведение двух чисел равно 48. Найдите эти числа»	Пусть одно число равно x , тогда второе равно $\frac{48}{x}$. Для нахождения конкретной пары чисел необходимо второе условие (например, сумма чисел). Без него существует бесконечно много решений (1 и 48, 2 и 24, -3 и -16 и т.д.)	Недостаточно данных. Нужно дополнительное условие, связывающее эти числа	Связать с системой уравнений и графической интерпретацией (уравнение $xy=48$ задаёт гиперболу)
		Избыточные данные: «Сократите дробь: $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 3}$ Известно, что $x \neq 3, x \neq 1$ »	Разложим числитель и знаменатель на множители: $\frac{(x-3)(x+3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{(x+3)}{(x-1)}$ Сокращение возможно при $x \neq 3$. Условия $x \neq 3, x \neq 1$ являются избыточными, так как они автоматически следуют из области опре-	$\frac{x+3}{x-1}$ при $x \neq 1, x \neq 3$	Повторить понятие области определения выражения и то, что её указание в условии часто является подсказкой, но формально избыточно

Класс	Тема	Условие	Решение	Ответ	Методические рекомендации
			деления исходной дроби (знаменатель не должен быть равен нулю)		
8	Геометрия «Четырёхугольники. Теорема Пифагора»	<p>Недостающие данные: «В трапеции ABCD (BC AD) известно, что BC = 6 см, AD = 10 см. Найдите среднюю линию трапеции» Смотри рисунок 3 (приложение 3)</p>	<p>Средняя линия трапеции равна полусумме оснований: $\frac{6+10}{2} = 8$ см. Данных достаточно. Чтобы создать недостаток, изменим вопрос. Уточнённое условие: «В трапеции ABCD (BC AD) известно, что BC = 6 см, AD = 10 см. Найдите площадь трапеции.» Для нахождения площади необходимо знать высоту трапеции, которая не дана</p>	Недостаточно данных. Известна высота трапеции	Чётко проговорить все компоненты формулы площади трапеции
		<p>Избыточные данные: «В прямоугольнике ABCD сторона AB = 8 см, сторона BC = 6 см. Диагональ AC равна 10 см. Найдите периметр прямоугольника» Смотри рисунок 4 (при-</p>	<p>Периметр P = $2 \cdot (AB + BC) = 2 \cdot (8 + 6) = 28$ см. Данные о диагонали избыточны: они подтверждают, что прямоугольник является египетским (6, 8, 10), но для нахождения периметра не требуются.</p>	P = 28 см.	Спросить, для какой цели могли быть даны данные о диагонали (например, для нахождения угла между диагоналями)

Класс	Тема	Условие	Решение	Ответ	Методические рекомендации
		ложение 4)			
9	Алгебра «Арифметическая и геометрическая прогрессии»	Недостающие данные: «В геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_2 = 12$, $b_4 = 48$. Найдите первый член прогрессии b_1 »	Используем свойство: $b_4 = b_2 \cdot q^2$, откуда $q^2 = b_4 / b_2 = 48/12 = 4$, значит $q = 2$ или $q = -2$. Тогда $b_1 = b_2 / q = 12/2 = 6$ или $b_1 = 12/(-2) = -6$. Для однозначного определения b_1 необходимо дополнительное условие, задающее знак знаменателя (например, что прогрессия возрастает)	$b_1 = 6$ или $b_1 = -6$. Для однозначного ответа необходимо знать знак знаменателя прогрессии	Разобрать важность условия монотонности прогрессии для снятия неоднозначности
		Избыточные данные: «Дана арифметическая прогрессия (a_n): 3, 7, 11, ... Найдите сумму её первых десяти членов. (Известно, что разность прогрессии $d = 4$)»	По данным членам легко найдется разность: $d = 7 - 3 = 4$. Её прямое указание в условии избыточно. $S_{10} = \frac{2a_1 + d(10-1)}{2}$ $10 = \frac{2 \cdot 3 + 4 \cdot 9}{2} = (2 \cdot 3 + 4 \cdot 9) \cdot 5 = (6 + 36) \cdot 5 = 210$.	$S_{10} = 210$.	Обсудить, что в более сложных задачах явное указание разности может экономить время, но в данном случае оно дублирует информацию
9	Геометрия «Векторы. Окружность»	Недостающие данные: «В треугольнике ABC проведена медиана AM. Выразите вектор AM через векторы AB и AC»	По правилу параллелограмма для медианы: $AM = 0.5 \cdot (AB + AC)$. Все данные есть. Для создания недостатка изменим усло-	Недостаточно данных. Нужны длины сторон AB, AC или другие метриче-	Сопоставить векторное выражение и формулу длины медианы через стороны треугольника

Класс	Тема	Условие	Решение	Ответ	Методические рекомендации
		Смотри рисунок 5 (приложение 5)	<p>вие.</p> <p>Уточнённое условие: «В треугольнике ABC проведена медиана AM. Найдите длину медианы AM.»</p> <p>Только через векторы AB и AC без знания их длин и угла между ними длину медианы найти нельзя. Необходимы дополнительные скалярные данные</p>	ские характеристики	
		<p>Избыточные данные:</p> <p>«В окружности с центром O проведены две равные хорды AB и CD. Расстояние от центра до хорды AB равно 5 см. Найдите расстояние от центра до хорды CD. (Хорды не являются диаметрами)»</p> <p>Смотри рисунок 6 (приложение 6)</p>	<p>В окружности равные хорды равноудалены от центра. Следовательно, искомое расстояние также равно 5 см. Уточнение о том, что хорды не являются диаметрами, избыточно, так как если бы они были диаметрами, то расстояние было бы равно 0, но они не были бы равны данным хордам (если только те не тоже диаметры, что противоречило бы условию расстояния $5 \text{ см} > 0$)</p>	5 см	Разобрать свойства хорд и случаи вырождения в диаметр

Из вышеизложенного можно определить следующие закономерности:

– проявляется четкая дифференциация: задачи для 5–6 классов носят ярко выраженный жизненный характер, для 7–9 – предметно-логический, для 10–11 ориентированы на анализ и исследование;

– определена преемственность математического содержания в материалах: при переходе из класса в класс усложняется не только математическое содержание, но и характер работы с данными: от выявления явного лишнего текста до анализа на противоречивость и неполноту в параметризованных задачах;

– нельзя не отметить формирование метапредметного навыка: система последовательно учит ученика алгоритму первичной обработки условия: а) Что спрашивается? б) Какие данные для этого нужны? в) Все ли эти данные есть? г) Есть ли данные, не влияющие на ответ?

Таким образом, эта система заданий показывает, как можно постепенно усложнять работу с данными, что каждая задача учит не только математике, но и научной добросовестности – привычке проверять информацию перед её использованием.

Заключение

Систематическое использование задач с модифицированными условиями формирует у учащихся установку на критическое осмысление любой математической информации. Это не только повышает качество решения задач, но и воспитывает вдумчивого, независимого исследователя, способного работать в условиях неполной или избыточной информации, что является одной из высших целей углублённого математического образования.

Список литературы и используемых интернет-источников

1. Ерышова С.Г. Универсальные учебные действия на уроках математике в 5 классе // Теория и практика современной науки. – 2017. – № 5 (23). – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/universalnye-uchebnye-deystviya-na-urokah-matematike-v-5-klasse> (дата обращения: 09.04.2026).

2. Кашицына Ю.Н, Алексеева Е.Е. Методика развития критического мышления при обучении математике в школе // Проблемы современного педагогического образования. – 2020. – № 66-3. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-razvitiya-kriticheskogo-myshleniya-pri-obuchenii-matematike-v-shkole> (дата обращения: 09.04.2026).

3. Снегурова В.И., Ежова Н.В. Модификация заданий как средство обучения решению математических задач // Концепт. – 2026. – № 2. – URL:

<https://cyberleninka.ru/article/n/modifikatsiya-zadaniy-kak-sredstvo-obucheniya-resheniyu-matematicheskikh-zadach> (дата обращения: 09.04.2026).

4. Единое содержание общего образования. Федеральная рабочая программа по математике. – [Электронный ресурс] / Министерство просвещения Российской Федерации. – Режим доступа: <https://edsoo.ru> (дата обращения: 10.03.2026).

5. Федеральный институт педагогических измерений. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://fipi.ru> (дата обращения: 10.03.2026).

Приложение 1

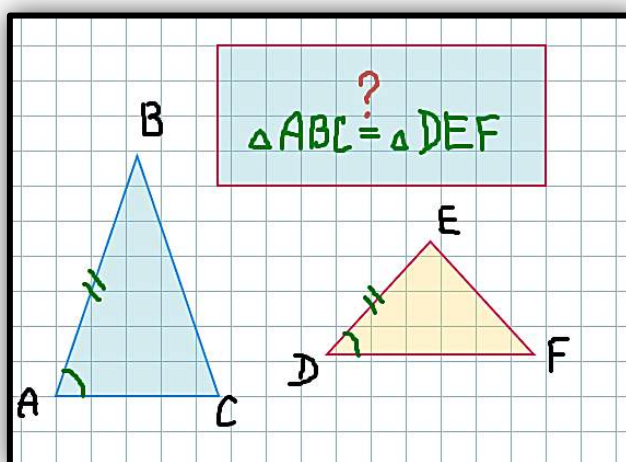


Рисунок 1. Геометрия 7. «Треугольники. Признаки равенства»
К задаче с недостающими данными

Приложение 2

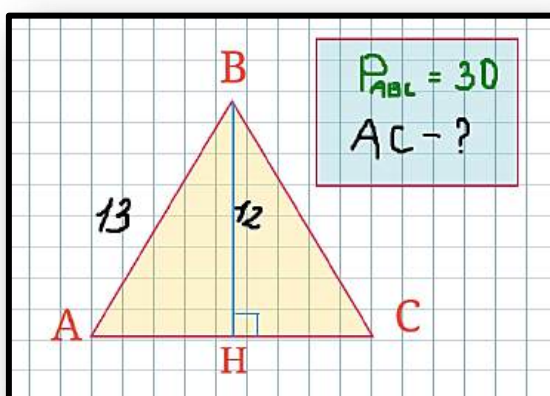


Рисунок 2. Геометрия 7. «Треугольники. Признаки равенства»
К задаче с избыточными данными

Приложение 3

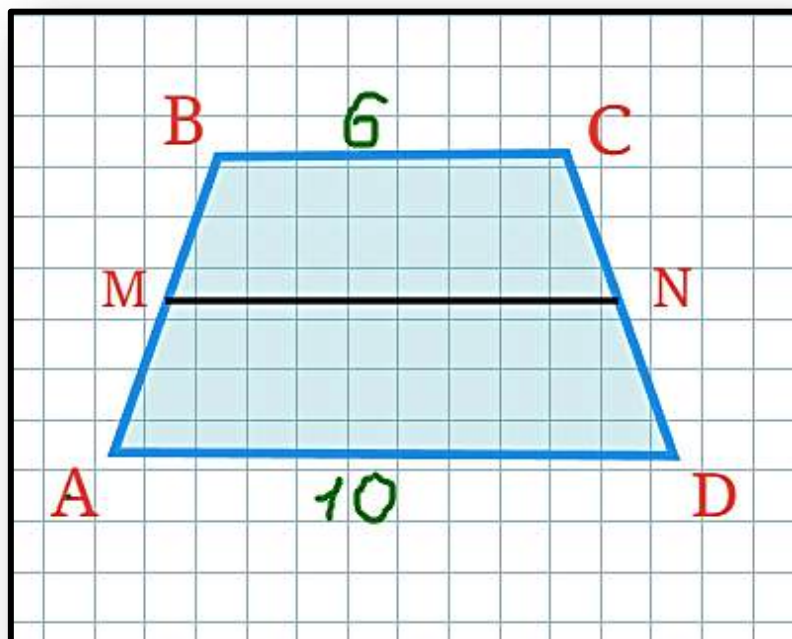


Рисунок 3. Геометрия 8. «Четырёхугольники. Теорема Пифагора»
К задаче с недостающими данными

Приложение 4

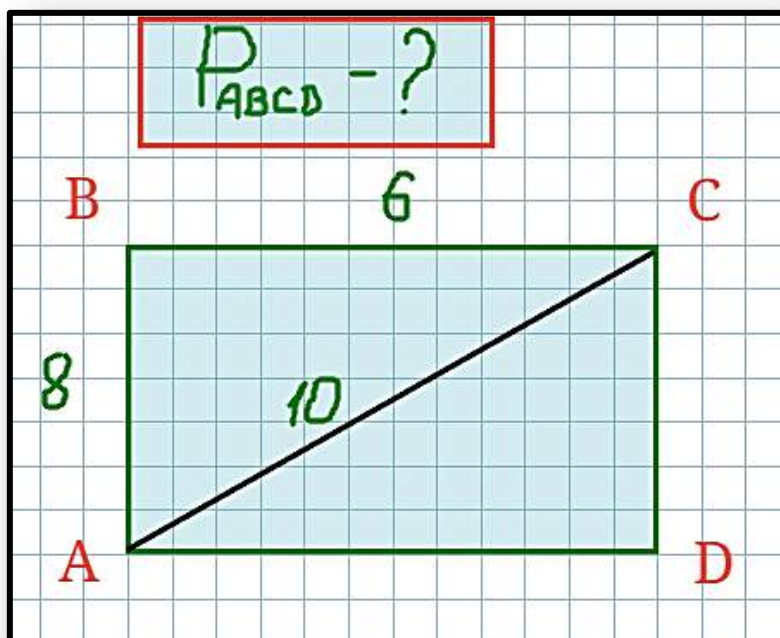


Рисунок 4. Геометрия 8. «Четырёхугольники. Теорема Пифагора»
К задаче с избыточными данными

Приложение 5

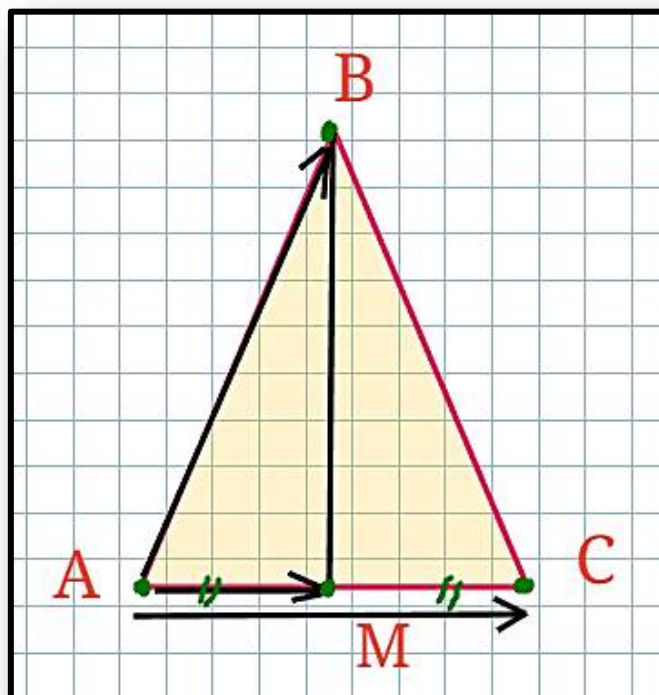


Рисунок 5. Геометрия 9. «Векторы»
К задаче с недостающими данными

Приложение 6

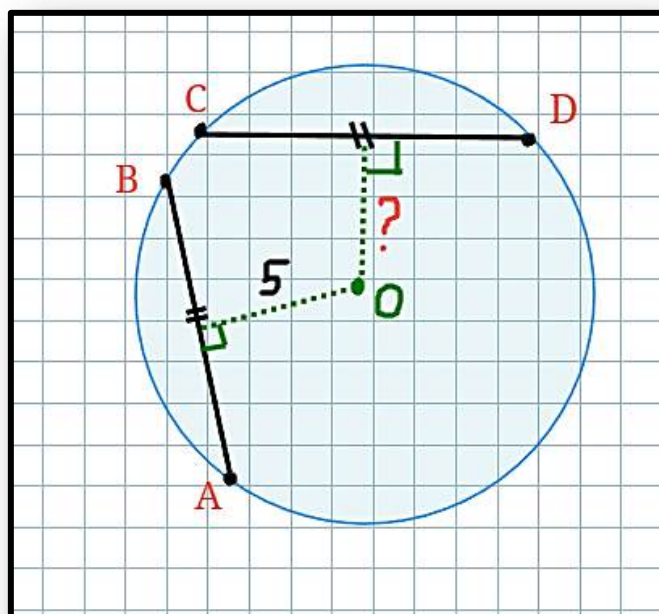


Рисунок 6. Геометрия 9. «Окружность»
К задаче с избыточными данными

ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ» НА УГЛУБЛЕННОМ УРОВНЕ В 7 КЛАССЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

*Баирова Татьяна Васильевна,
Давыдовская Анастасия Юрьевна,
учителя математики МБОУ «СШ № 33» г. Смоленска*

*Начните изучать числа, и вскоре поймете,
почему математика вечна.*

Архимед

Математическое образование в последнее время претерпевает ряд изменений. Несмотря на все реформы математического образования, всегда остается ряд тем, которые эти реформы не затрагивают. Одной из таких фундаментальных тем курса математики является тема делимость чисел.

Теория делимости чисел – одна из древнейших математических теорий. Арифметические исследования послужили базой для создания ряда разделов математики и, в то же время, теория чисел использует аналитические, алгебраические, геометрические и многие другие методы для решения теоретико-числовых проблем.

Делимость – фундаментальное понятие алгебры, арифметики и теории чисел, связанное с операцией деления. Вопросами делимости чисел занимались еще математики Древней Греции: в теории чисел ими была проведена большая работа по типологии натуральных чисел.

В книге Евклида «Начала» содержится доказательство бесконечности множества простых чисел. Древнегреческий ученый Эратосфен нашел способ составления таблиц простых чисел, названный позднее «решето Эратосфена».

Вклад в изучение признаков делимости чисел внес Блез Паскаль. Он нашел алгоритм для нахождения признаков делимости любого целого числа на любое другое целое число, из которого следуют все частные признаки.

Проблемами делимости чисел на уроках математики занимались многие методисты и математики: Ж. Адамар, В.Г. Болтянский, И.М. Виноградов, В.А. Далингер, Д. Пойа, Г.И. Саранцев, К.П. Сикорский, А.А. Столяр, П.Л. Чебышев и др.

Теория делимости является основным, даже центральным разделом в теории чисел при рассмотрении натуральных чисел. Основные факты, относящиеся к признакам делимости, затрагивают некоторые довольно абстрактные вопросы дискретной математики.

Тема «Делимость чисел» включена в школьный курс математики 5–6 классов и почти не рассматривается в школьном курсе алгебры 7–9 классов на базовом уровне. При углубленном изучении в 7–9 классах отводится немного времени, а тема важна, особенно при решении задач повышенного уровня и задач олимпиадного характера.

Преподавание темы «Делимость чисел» в 7 классе на углублённом уровне направлено на развитие логического мышления, алгоритмического мышления и навыков решения сложных задач. Эта тема является частью курса алгебры и включает расширенное содержание по сравнению с базовым уровнем.

Углублённое изучение темы «Делимость чисел» в 7 классе:

- Систематизирует базовые знания о числах.
- Закладывает фундамент для изучения алгебры и теории чисел.
- Развивает логическое мышление и навыки доказательства.
- Мотивирует к участию в олимпиадах и научно-исследовательской деятельности.
- Формирует математическую культуру, умение чётко формулировать мысли.

Чтобы проверить умения применять признаки делимости и простые вычисления предлагаем следующие задачи базового уровня.

Задача 1. Число из цифр 1–9

Если записать подряд цифры от 1 до 9, получим число 123456789.

Оно будет простым или составным? Изменится ли ответ, если поменять порядок цифр в этом числе?

Что проверяет:

- Знание признаков делимости на 3 и 9.
- Понимание понятий «простое» и «составное» число.
- Умение считать сумму цифр.

Ответ: число составное. При любой перестановке цифр оно останется составным.

Задача 2. Делимость на 45

Замените звездочки в записи числа $72*4*$ цифрами так, чтобы это число делилось на 45. Укажите все возможные варианты.

Что проверяет:

- Применение составного признака делимости (одновременно на 5 и 9)
- Перебор вариантов с учётом ограничений.
- Работу с суммой цифр.

Ответ: 72540, 72045, 72945.

Задачи, в которых требуется использовать логический перебор с небольшим числом вариантов или использовать НОК можно отнести к среднему уровню сложности

Задача 1. Путёвки в страну Желаний

Туристическое агентство «Лунный свет» предложило Лунтику три путёвки – две взрослые и одну детскую - за 3543 золотые монеты. Известно, что детская путёвка на 500 золотых монет дешевле взрослой. Каким образом Лунтику смог понять, что его обманывают?

Что проверяет:

- Составление линейного уравнения.
- Проверку делимости результата (сумма цифр на 3).
- Логический вывод на основе математического вычисления.

Ответ: Лунтик понял, что его обманывают, потому что 4043 не делится на 3, а, значит, стоимость путёвки не может быть целым числом.

Задача 2. Друзья хозяина

У одного гражданина было 7 друзей. Первый посещал его каждый вечер, второй – каждый второй вечер, третий – каждый третий вечер, и так до седьмого друга, который приходил каждый седьмой вечер. Часто ли случалось, что все семеро друзей встречались у хозяина в один и тот же вечер?

Что проверяет:

- Понимание понятия наименьшего общего кратного (НОК).
- Разложение чисел на простые множители.
- Вычисление НОК для последовательности чисел.

Ответ: все семеро друзей встречаются 1 раз в 420 дней.

Задачи, в которых требуется сочетание делимости с дополнительными условиями: простота числа, уникальность цифр. относятся к повышенному уровню сложности

Задача 1. Задуманное число

Матвей задумал простое трёхзначное число, все цифры которого различны. На какую цифру оно может заканчиваться, если его последняя цифра равна сумме первых двух? Приведите примеры таких чисел.

Что проверяет:

- Сочетание признаков делимости с условием того, что число простое.
- Перебор вариантов с ограничениями (различные цифры, сумма двух первых равна третьей).
- Исключение вариантов по признакам делимости (чётные цифры и 5 на конце).

- Поиск конкретных примеров, удовлетворяющих всем условиям.

Ответ: число может оканчиваться только на 7. Примеры: 167, 257, 347.

Характеристика уровней

Уровень 1 (базовый): прямое применение признаков делимости, простые вычисления, однозначные выводы.

Уровень 2 (средний): составление уравнений, использование НОК, логический перебор с небольшим числом вариантов.

Уровень 3 (повышенный): сочетание нескольких условий (число является простым, уникальность цифр), сложный перебор с отсечением неподходящих вариантов, поиск конкретных примеров.

Предлагаем задачи разного уровня сложности, которые можно использовать как в урочное, так и во внеурочное время.

Задача 1. Число из цифр 1–9

Если записать подряд цифры от 1 до 9, получим число 123456789.

Оно будет простым или составным? Изменится ли ответ, если поменять порядок цифр в этом числе?

Решение: Простое число делится только на 1 и на само себя. Составное число имеет другие делители. Чтобы проверить число 123 456 789, воспользуемся признаком делимости на 9:

- Сумма цифр числа: $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$.
- Число 45 делится на 9 ($45 \div 9 = 5$).
- По признаку делимости, если сумма цифр числа делится на 9, то и само число делится на 9.
- Значит, $123\ 456\ 789 \div 9$ – делится без остатка.

Так как число делится на 9 (также на 1 и на себя), у него есть как минимум три делителя. Следовательно, оно составное.

Ответ на первый вопрос: число 123 456 789 – составное.

2. Изменится ли ответ, если поменять порядок цифр в числе?

Рассмотрим, что происходит при перестановке цифр:

- Сумма цифр остаётся той же: $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ (не зависит от порядка цифр).
- Поскольку сумма цифр равна 45, она делится на 9.
- По тому же признаку делимости на 9 любое число, составленное из этих цифр в любом порядке, будет делиться на 9.
- Любое такое число (кроме самого числа 9) будет иметь делители: 1, 9 и само себя. Значит, оно составное.

Вывод: при любой перестановке цифр сумма цифр не меняется, поэтому число всегда будет делиться на 9 и, следовательно, будет составным.

3. Проверим на примере

Возьмём другое число из тех же цифр, например, 987 654 321:

- Сумма цифр: $9+8+7+6+5+4+3+2+1=45$.
- $45 \div 9=5$, значит, 987 654 321 делится на 9.
- Действительно: $987\ 654\ 321 \div 9=109\ 739\ 369$.
- Получили целое число – значит, 987 654321 составное.

Ответ: Число 123 456 789 составное, так как делится на 9 (сумма его цифр 45 делится на 9).

Ответ не изменится при любой перестановке цифр. Любое число, составленное из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 в любом порядке, будет составным, потому что сумма цифр (45) всегда делится на 9, а, значит, и само число будет делиться на 9.

Что проверяем:

- Знание признаков делимости на 3 и 9.
- Понимание понятий «простое» и «составное» число.
- Умение считать сумму цифр.

Ответ: число составное. При любой перестановке цифр оно останется составным.

Задачи, в которых требуется использовать логический перебор с небольшим числом вариантов или использовать НОК можно отнести к среднему уровню сложности

Задача 1. «Шоколадки для друзей»

Мальвина купила шоколадки для своих друзей. Она заметила:

- если раздавать по 2 шоколадки, останется 1 лишняя шоколадка;
- если раздавать по 3 шоколадки, останется 2 лишних шоколадки;
- если раздавать по 5 шоколадок, останется 4 лишних шоколадки .

Всего шоколадок меньше 50. Сколько шоколадок купила Мальвина?

Решение: Во всех случаях остаток на 1 меньше делителя: $2 - 1 = 1$, $3 - 2 = 1$, $5 - 4 = 1$. Значит, число шоколадок + 1 делится на 2, 3 и 5. Найдём НОК(2,3,5) = 30. Число шоколадок = $30 - 1 = 29$. Проверяем:

$$29 \div 2 = 14 \text{ (ост. 1);}$$

$$29 \div 3 = 9 \text{ (ост. 2);}$$

$$29 \div 5 = 5 \text{ (ост. 4).}$$

Ответ: 29 шоколадок.

Что проверяем:

- Навык работы с остатками.
- Проверку делимости результата.
- Умение свести задачу к нахождению НОК.
- Логический вывод на основе математических вычислений.

Задачи, в которых требуется сочетание делимости с дополнительными условиями: простота числа, уникальность цифр относятся к повышенному уровню сложности

Задача 1. Задуманное число.

Георгий задумал трёхзначное простое число, цифры которого различны. На какую цифру оно может заканчиваться, если его последняя цифра равна сумме первых двух? Приведите примеры таких чисел.

Условия задачи. Нужно найти простые трёхзначные числа, удовлетворяющие одновременно трём условиям:

- 1) Все цифры различны.
- 2) Последняя цифра равна сумме первых двух.
- 3) Число простое (делится только на 1 и на себя).

Ограничения на последнюю цифру. Пусть число имеет вид ABC , где:

A – первая цифра (сотни), $1 \leq A \leq 9$.

B – вторая цифра (десятки), $0 \leq B \leq 9$.

C – последняя цифра (единицы), $0 \leq C \leq 9$. По условию $C=A+B$. Так как C – цифра, она не может быть больше 9. Значит, $A+B \leq 9$.

Анализ возможных значений. Переберём возможные значения C и проверим, может ли число с такой последней цифрой быть простым:

$C=0$: невозможно, так как $A \geq 1$, $B \geq 0$, значит, $A+B \geq 1$.

$C=1$: $A+B=1$. Возможные варианты: $A=1$, $B=0$. Число 101. Проверим, простое ли оно: 101 не делится ни на одно простое число до $101 \approx 10,05$. Значит, 101 – простое. Но цифры 1 и 1 повторяются – не подходит по условию.

$C=2$: $A+B=2$. Варианты:

$A=1$, $B=1 \rightarrow 112$ (цифры повторяются);

$A=2$, $B=0 \rightarrow 202$ (чётное, делится на 2). Нет подходящих простых чисел.

$C=3$: $A+B=3$. Варианты:

123 (делится на 3: $1+2+3=6$);

213 (делится на 3);

303 (делится на 3). Нет простых чисел.

$C=4$: $A+B=4$. Все такие числа чётные (последняя цифра 4), значит, делятся на 2. Не подходят.

$C=5$: $A+B=5$. Варианты:

145 (делится на 5);

235 (делится на 5);

325(делится на 5);

415 (делится на 5).

Чётные не подходят, остальные делятся на 5. Нет простых.

$C=6: A+B=6$. Все такие числа чётные, делятся на 2. Не подходят.

$C=7: A+B=7$. Проверим варианты с разными цифрами:

167: простое (не делится на 2, 3, 5, 7, 11, 13);

257: простое;

347: простое;

527: $527=17*31$ – составное;

617: простое. **Подходят: 167, 257, 347, 617.**

$C=8: A+B=8$. Все такие числа чётные, делятся на 2. Не подходят.

$C=9: A+B=9$. Варианты:

89 (делится на 3);

279 (делится на 3);

369 (делится на 3) и т. д.

Все делятся на 3 (сумма цифр $A+B+C=9+9=18$ делится на 3). Нет простых.

Итоговый анализ. Единственное возможное значение последней цифры, при котором существуют простые числа с заданными свойствами – число **7**.

Примеры таких чисел:

167 ($1+6=7$, простое);

257 ($2+5=7$, простое);

347 ($3+4=7$, простое);

617($6+1=7$, простое).

Что проверяем:

- Сочетание признаков делимости с условием, что число является простым числом.
- Перебор вариантов с ограничениями (различные цифры, сумма двух первых равна третьей).
- Исключение вариантов по признакам делимости (чётные цифры и 5 на конце).
- Поиск конкретных примеров, удовлетворяющих всем условиям.

Ответ: число может оканчиваться только на 7. Примеры: 167, 257, 347.

В 7 классе обучающиеся уже владеют основными признаками делимости, но имеют небольшой опыт их применения. Задача учителя, решая задачи, показать, как их можно применить в различных задачах, особенно в практико-ориентированных задачах.

В своей работе учителю важно помнить:

- 1) Делимость – основа для изучения важных тем курса алгебры.
- 2) Признаки делимости – это не просто правила, а мощный инструмент для анализа чисел.

Список литературы

1. Виленкин Н.Я., Депман И.Я. За страницами учебника математики. – 2-е изд. – М.: Мнемозина, 2020. – 256 с.
2. Галицкий М.Л., Гольдман А.М., Звавич Л.И. Сборник задач по алгебре. 7–9 классы. – М.: Мнемозина, 2018 – 296 с.
3. Кордемский Б.А. Математическая смекалка. – М.: Мир и образование, 2023. – 576 с.

ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ НА УГЛУБЛЕННОМ УРОВНЕ

*Комаева Светлана Михайловна,
учитель математики МБОУ СОШ № 10 г. Вязьмы*

*Если с человека не потребо-
вать многого, то от него и
не получишь многого.*

А.С. Макаренко

Сегодня углубленное преподавание предметов в рамках ФГОС и ФООП – важнейшая часть современной образовательной системы, направленная на раскрытие полного потенциала обучающихся как в школах, так и в колледжах. Развитие технического направления является в МБОУ СОШ № 10 г. Вязьмы Смоленской области приоритетным. С 1 сентября 2025 года в школе на базе 7А класса организовано углубленное изучение математики.

Цель открытия классов с углубленным изучением математики: обеспечение необходимого и достаточного уровня усвоения систематизированных знаний по математике через развитие познавательной и исследовательской компетентности.

Основными задачами при обучении учащихся математического класса стали:

- дифференциация предметного содержания, обеспечивающая освоение базового и повышенного уровня обучения;
- разработка и отбор средств, методов, приемов, использование технологий, обеспечивающих развитие познавательной и исследовательской компетентности;
- повышение качества работы учителей математики.

При изучении математики на углубленном уровне в 7–9 классах количество часов по сравнению с базовым изучением увеличивается до 8 в неделю (272 часов в год). Программа дополнена следующими элементами: приемы быстрого счета, свойства и признаки делимости, степень с натуральным показателем и её свойства, элементы логики и теории вероятностей, практикум по решению задач повышенной трудности. Курс характеризуется повышением теоретического уровня обучения, постепенным усилением роли теоретических обобщений и дедуктивных заключений. Прикладная направленность курса обеспечивается систематическим обращением к примерам, раскрывающим

возможности применения математики к изучению действительности и решению практических задач. Межпредметная связь реализуется на изучении тем «Степень с натуральным показателем и её свойства», «Проценты», «Уравнения» (с помощью изучения этих тем решают задачи с физическим, химическим, экономическим содержанием). В 7–8 классах межпредметная связь реализуется при изучении тем «Уравнения», «Системы уравнений», «Функции», «Степень с натуральным показателем», так как решаются задачи с физическим содержанием: на движение, выражение переменных из различных физических формул, таких величин, как плотность, масса, скорость, время и т.д.; с экономическим содержанием (производительность, время работы, объем работы); с химическим содержанием (задачи на смеси, сплавы и т.д.).

Несомненно, чтобы ученик начал «действовать», необходимы определенные мотивы, создание развивающей среды, обеспечивающей условия для формирования ключевых компетентностей. На уроках нужно применять прежде всего проблемно-поисковую и исследовательскую технологии. Создавать проблемные ситуации, которые побуждают обучающихся к самостоятельному поиску решения проблем. Отбирать задачи, позволяющие учащимся подойти к их решению с разных сторон, указать несколько решений. Для развития творческого мышления формировать умения исследовать задачи прикладного содержания, требующие для решения достаточно сложных математических средств. Ориентировать учебный процесс на развитие самостоятельности и ответственности ученика за результаты своей деятельности.

Работа в классах с углубленным изучением математики требует от учителя больших затрат сил и времени, постоянного самосовершенствования, знакомства с новинками методической и математической литературы. Самая кропотливая работа – это сотрудничество учителя и ученика на уроке. Лучшие результаты этого сотрудничества влекут за собой и работу с одаренными учениками, и различные формы дополнительного образования.

Таким образом, работа в классах с углубленным изучением математики обеспечивает достаточный уровень усвоения систематизированных знаний через развитие познавательной и исследовательской компетентности.

Как правило, с детьми работаю, начиная с 5-го класса и до 11-го. В работе можно выделить следующие ступени:

1. Работа с обучающимися 5–7 классов: основное направление - комплексное формирование мотивации к изучению предмета.
2. Работа с обучающимися 8–9 классов: основное направление – осуществление педагогической поддержки ребят с выраженным интересом к изучению предметов математики плюс развитие мотивационной сферы обучающихся с частично сформированным стимулом к учению (внешними мотивами).

3. Работа с обучающимися 10–11 классов: основное направление – целенаправленное развитие мотивированных учащихся, обладающих способностями к точным наукам плюс педагогическое сопровождение старшеклассников с чётко сформированным внешним мотивом к учению (подготовка к ЕГЭ).

На первой ступени: содержание образования предлагается на творческом уровне (уровне максимума), а административный контроль его усвоения – на уровне стандарта. Поэтому все дети, в том числе и более подготовленные, имеют возможность получить образование на максимально возможном для себя уровне. В 5–6 классе очень важно научить понимать, учить и применять правила – первые математические алгоритмы.

Мы обязательно решаем в 5–6 классах задания из учебника повышенной сложности, решаем дополнительные задания на контрольных работах. Возьмем самый простой вид групповой работы – работу в парах. На этапе закрепления новой темы, например, «Умножение десятичных дробей» предлагаю учащимся записать в тетради любые три десятичные дроби и дать соседу по парте пример на умножение. Укажите на необходимость прослушать не только полученный ответ, но и объяснение, как этот ответ получен. Разрешаю учащимся в случае разногласий задать вопрос себе или учащимся с соседней парты. Выделяю на выполнение этого задания конкретное время, вполне достаточно 5 минут. В течение этого времени каждый ученик класса получит возможность либо продемонстрировать свои знания, либо уточнить применение этого правила, в случае необходимости еще раз получить разъяснение. Каждый при этом еще и выступит в роли эксперта. Очевидно, что такие упражнения можно проводить при изучении самых разных тем. Все дети разные: кто-то из них выполнит все задания и пойдет дальше, а другие сделают часть, но после участия в обсуждении заданий более высокого уровня трудности, воспримут обязательный уровень как легкий для себя. Такой подход дает возможность многим ученикам быть нацеленными на успех, работать с увлечением.

В 7 классе мы начинаем изучать геометрию. Это уникальный предмет, в котором наиболее тесно переплетаются логический и интуитивный аспекты. Анри Пуанкаре писал: «Доказывают при помощи логики, изобретают при помощи интуиции». Геометрия, как никакой другой предмет способствует развитию обоих качеств. Я вообще считаю, что геометрия и есть единственная настоящая математика, а все остальные разделы – своего рода прикладные инструменты. В 7 классе окончательно становится понятно, кто из ребят готов изучать математику на повышенном уровне.

В 8 классе серьёзно меняется содержание образования и административный контроль его усвоения – уже не на уровне стандарта, а на повышенном уровне. Несомненно, при этом уже несколько меньше внимания оказывается

обучающимся со слабой подготовкой. Это одна из специфических особенностей работы в классах с углубленным изучением математики. Основная работа в классе ориентирована на тех ребят, кто может и хочет изучать предмет на высоком уровне сложности. Серьёзная ступень в это время – государственная итоговая аттестация в 9 классе. В классах с углубленным изучением математики мы обязательно решаем задания второй части экзамена. Всё больше времени уделяется самостоятельной работе обучающихся.

Конечно, я понимаю, что не все мои ученики успешно решат вторую часть экзамена. Но в процессе решения сложных задач и более слабые ребята отрабатывают свои вычислительные навыки, логические умения. Поэтому сложные задачи решать необходимо. Как в любом классе, ученики математических классов различаются по своим способностям и интересам, следовательно, для успешности обучения необходимо обеспечить каждому ученику нагрузку, соответствующую его индивидуальным возможностям.

В заключение хотелось бы сказать такие слова: «Если ты идешь на урок, то идти нужно вместе со своими учениками на урок, а не со своим любимым уроком к ученикам...».

Формы аттестации и оценочные материалы

Пример готовой методической разработки:

Блок «Алгебра»

Предметное умение: «Квадратное уравнение с параметром»

1. Решите следующее квадратное уравнение: $x^2 - (a + 1)x + a = 0$, где a – параметр.

2. При каком значении параметра a следующее уравнение имеет ровно один положительный корень: $(a + 1)x^2 + 4x + a - 1 = 0$?

3. Может ли следующее уравнение иметь более двух различных корней: $(a^2 - 1)x^2 + bx + c^2 = 4$, где a, b, c – параметры? Если нет, то объясните почему, а если да, то приведите хотя бы один пример таких параметров.

Блок «Геометрия»

Предметное умение: «Владеть понятием скалярного произведения векторов, понимать его геометрический смысл и уверенно пользоваться его выражением в декартовых координатах»

1. Даны точки $A(-2;3)$, $B(2;6)$, $C(6;-1)$ и $D(-3;-4)$. Докажите, что диагонали четырёхугольника $ABCD$ перпендикулярны.

2. Могут ли для треугольника ABC одновременно выполняться следующие равенства: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1$, $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -1$, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$?

3. Даны точки $A(2;4)$, $B(6; - 4)$ и $C(a;b)$. Приведите пример таких чисел a и b , при которых треугольник ABC прямоугольный. Укажите какой угол треугольника при этом будет прямой.

Блок «Вероятность и статистика»

Элемент содержания обучения: «Свойства дисперсии и стандартного отклонения»

1. Найдите первый и третий квартили числового набора: 0, 4, 3, 2, 4, 6, 3, 2, 1, 0, 10, 4, 6, 3, 1.
2. Как изменятся первый и третий квартили указанного в №1 числового набора, если к каждому числу набора прибавить 10?
3. Первый квартиль числового набора равен 3, а третий квартиль равен 9. Приведите пример такого набора, в котором 10 чисел.

Итоговая аттестация

Форма: Итоговая аттестация осуществляется в форме письменной контрольной работы. Описание, требования к выполнению: Содержание письменной контрольной работы представляет собой работу по курсу математики 7-9 классов, которые необходимо не только решить численно верно, но и оформить методически грамотно (в соответствии с рекомендациями). Максимальное время выполнения работы: два аудиторных часа. Работа состоит из трёх блоков: алгебра (5 заданий), геометрия (5 заданий), вероятность и статистика (3 задания). Задания контрольной работы по содержанию и уровню сложности совпадают или сопоставимы с теми заданиями, которые рассматривались на уроках.

Критерии оценивания: Отметка «отлично» выставляется, если верно решены и методически грамотно оформлены все задания в каждом блоке работы, то есть 5 заданий по алгебре, 5 заданий по геометрии и 3 задания по вероятности и статистике. Отметка «хорошо» выставляется, если верно решено и методически грамотно не менее 4 заданий по алгебре, не менее 4 заданий по геометрии и не менее 2 заданий по вероятности и статистике. Отметка «удовлетворительно» выставляется, если верно решено и методически грамотно оформлено не менее 3 заданий по алгебре, не менее 3 заданий по геометрии и не менее 1 задания по вероятности и статистике. Отметка «неудовлетворительно» выставляется в остальных случаях.

Примеры заданий:

Примеры заданий первого блока (алгебра):

1. Докажите следующее тождество для всех натуральных значений n : $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = n^2$.
2. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^3 - x = a(x^3 + x)$ имеет ровно один корень?

3. Решите неравенство (используя свойства функций): $x^6 + x^4 + x^2 < 84$.

Примеры заданий второго блока (геометрия)

1. В треугольнике ABC взяты точка N на стороне AB, а точка M – на стороне AC. Отрезки CN и BM пересекаются в точке O, $AN : NB = 2 : 3$, $BO : OM = 5 : 2$. Найдите $CO : ON$.

2. Даны точки $A(-1;3)$, $B(1; -2)$, $C(6;0)$ и $D(4;5)$. Докажите, что четырёхугольник ABCD – квадрат.

3. Докажите, что прямая $3x - 4y + 25 = 0$ касается окружности $x^2 + y^2 = 25$ и найдите координаты точки касания.

Примеры заданий третьего блока (вероятность и статистика)

1. Дан набор из четырёх чисел: $-1, 0, 1, a$. Вычислите его дисперсию и стандартное отклонение. Укажите при каком значении параметра, а дисперсия и стандартное отклонение будут принимать наименьшее значение.

2. Случайная величина X имеет математическое ожидание m и стандартное отклонение s. С помощью неравенства Чебышёва оцените вероятность события $|X - m| > 3s$.

Список используемой литературы

1. Аверьянов Д.И. Задачник по геометрии, 8–9. – М.: Илекса, 2006.
2. Беккер Б.М., Некрасов В.Б. Применение векторов для решения задач. – СПб.: СМИОПресс, 2002. – 86 с.
3. Захарова В.Ф. Реализация практико-ориентированного обучения математике на примере раздела «Статистика и теория вероятностей»: Методические рекомендации учителю математики. – М.: Перо, 2018. – С.31–36.
4. Зив Б.Г., Гольдич В.А. Дидактические материалы. Алгебра. 8–11. – СПб.: Виктория плюс, 2013.
5. Зив Б.Г. и др. Задачи к урокам геометрии. 7–11 классы: Пособие для учителей, школьников и абитуриентов. – СПб.: Виктория плюс, 2023 и последующие годы издания.
6. Лукичева Е.Ю., Жигулев Л.А., Захарова В.Ф., Некрасов В.Б. Мониторинг качества школьного математического образования: Учебно-методическое пособие. – СПб.: СПб АППО, 2022.

ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ» НА ПРОФИЛЬНОМ УРОВНЕ

*Степченкова Маргарита Васильевна,
учитель математики МБОУ СШ № 1 Ярцевского МО*

Вводная часть

На изучение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» отводится 272 часа: в 10 классе – 136 часов (4 часа в неделю) и в 11 классе – 136 часов (4 часа в неделю). Тема «Тригонометрические выражения и уравнения» занимает 22 часа и изучается в 10 классе. Планируемые результаты ее изучения:

Предметные:

– обучающиеся смогут свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента, арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента;

– свободно оперировать понятиями: тождество, равносильные уравнения и уравнения-следствия;

– применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений;

– свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических уравнений.

Метапредметные:

– выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

– воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

– выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

– делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

– выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев);

- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
- составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации;
- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи.

Теоретическая часть

Задания, связанные с тригонометрическими выражениями и уравнениями, являются обязательными как в базовой части, так и во второй части, где предлагаются задания более высокого уровня. При сдаче профильной математики обучающиеся сталкиваются с тем, что у них в КИМах практически отсутствуют справочные материалы, а задания, связанные с тригонометрией очень богаты формулами, числовыми значениями и понятиями, которые необходимо знать. Невозможно решить задания любой сложности без базовых знаний. Если устранить проблему запоминания, то любая тема становится простой для изучения. И здесь на помощь может прийти мнемотехника.

Мнемотехника (или *мнемоника*) – от греч. *mneponikon* – искусство запоминания, означает совокупность приемов и способов, облегчающих запоминание и увеличивающих объем памяти путем образования искусственных ассоциаций, мысленных образов.

О свойствах памяти М.А. Зиганов говорит следующее: «Хорошо известно, что язык мозга – это образы. И, прежде всего, зрительные образы. Если обращаться к мозгу на его языке, он выполнит любые наши команды, например, команду «запомнить». Но где взять такие программы, которые позволят нам общаться с мозгом и будут кодировать телефоны, даты, номера автомобилей на его образный язык? Мнемотехника и является такой программой. Она состоит из нескольких десятков мыслительных операций, благодаря которым удается

«наладить контакт» с мозгом и взять под сознательный контроль некоторые его функции, в частности, функцию запоминания».¹

Мнемотехника известна с давних времен и насчитывает как минимум две тысячи лет. Считается, что термин «мнемоника» введен Пифагором Самосским в 6 веке до н. э. Первый сохранившийся труд по мнемонике приписывают Цицерону. Мнемотехнику изучал, разрабатывал и преподавал Джордано Бруно, ею интересовался Аристотель и обучал этому искусству своего ученика Александра Македонского. Феноменальной памятью, основанной на мнемотехнике, обладали Юлий Цезарь и Наполеон Бонапарт.

А что же такое современная мнемотехника? Это возможность накапливать в памяти большое количество точной информации. Мнемотехника не только позволяет запоминать большие объемы информации, но и имеет целый ряд побочных, положительных эффектов – это экономия времени при запоминании, это мощная тренировка внимания и мышления, это увеличение скорости работы мозга, это просто отличная гимнастика для ума.

В основе развитой памяти лежат два основных фактора – воображение и ассоциация. Для того чтобы запомнить что-то новое, необходимо соотнести это новое с чем-то, т.е. провести ассоциативную связь с каким-то уже известным фактором, призвав на помощь свое воображение.

Некоторые приёмы мнемотехники:

- Рифмизация – для того, чтобы быстрее запомнить набор цифр или слов, между ними составляют рифмы.
- Использование ярких ассоциаций – если вам нужно запомнить информацию, то вы можете запомнить мини-фильм с рядом ассоциаций.
- Нахождение ярких необычных ассоциаций (картинки, фразы, ситуации), которые соединяются с запоминаемой информацией.
- Метод Цицерона – это метод пространственного воображения. Запоминание информации посредством связывания ее с предметами из окружающей среды.

Практическая часть

В своей работе я часто использую мнемонические приемы для запоминания понятий, формул. Некоторые приемы я заимствую у коллег, некоторые возникают при изучении той или иной темы с помощью обучающихся, некото-

¹ Зиганов М.А., Козаренко В.А. Мнемотехника. Запоминание на основе визуального мышления // М.: Школа рационального чтения, 2001

рые предлагаю я сама. Те приемы, которые я наиболее часто использую, хочу предложить для рассмотрения и дальнейшего применения в работе.

1. Часто возникает проблема запоминания значений основных острых углов. Здесь на помощь приходит «Правило левой руки» (рис. 1, 2, 3).

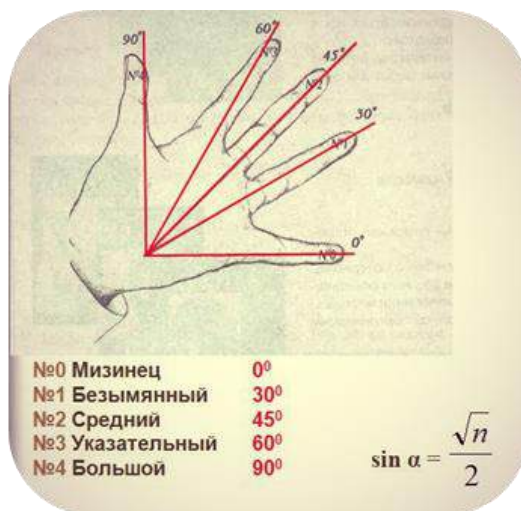


Рис. 1

№ пальца	Угол α	
0	0	$\sin 0^\circ = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$
1	30	$\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
2	45	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
3	60	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
4	90	$\sin 90^\circ = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$

Рис. 2

№ пальца	Угол α	
4	0	$\cos 0^\circ = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$
3	30	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2	45	$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
1	60	$\cos 60^\circ = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
0	90	$\cos 90^\circ = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$

Рис. 3

2. Запомнить знаки по четвертям позволяет правило ударных гласных (рис.4).

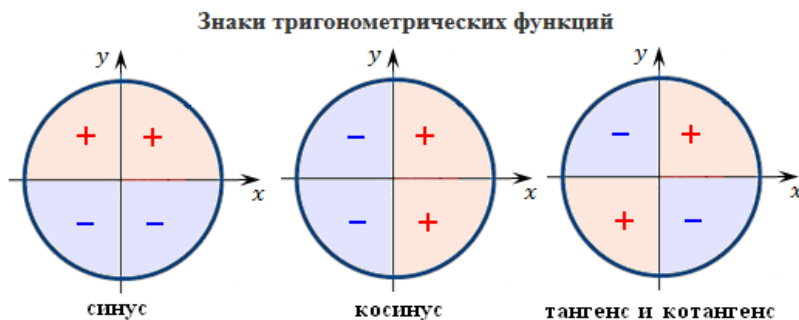


Рис. 4

В 1 четверти всегда знаки «+»

Произнесите «сИнус» – ударная «И» вытягивает рот в горизонтальную линию (\leftrightarrow), значит знаки «+» по горизонтали (сверху).

Произнесите «кОсинус» – ударная «О» вытягивает рот в вертикальную линию (\updownarrow), значит знаки «+» по вертикали (справа).

3. Чтобы легче запомнить тригонометрические формулы, которых много, можно использовать рифмы, некоторые примеры которых я хочу привести в таблице (таблица 1).

Таблица 1

Формулы	Рифмы
$\sin^2 + \cos^2 = 1$	Косинус квадрат очень рад – К нему едет брат – синус квадрат. Когда встретятся они, окружность удивится: Выйдет целая семья, то есть единица
$\operatorname{ctg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$	Тангенс вы СИльно удивите, Снус к косинусу отнесите
$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	К единице прибавим тангенс квадрат Каждый будет этому рад И захочет он всех удивить Единицу на косинус квадрат поделить
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$	Синус запомним двойного угла: Это два синус и косинус а
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$	Косинус знаем двойного угла! Тождество главное вспомним тогда: Плюс мы скорее на минус заменим, Формулу эту мы быстро применим!
$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$	Выучим тангенс двойного угла. Дробь эта будет загадок полна: В числителе два тангенса альфа мы пишем, А в знаменателе разность мы ищем Единицы и тангенса квадрат.– Формулу эту я выучить рад!
$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$	Косинус квадрат половинного угла – Легко я запомню, и лучше с утра: Единицу плюс косинус смело возьмём, А половину мы быстро найдём!
$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$	Синус квадрат половинного угла: Только чудак не запомнит тогда: Слева – синус, справа – минус!
$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$	Чтобы синусы сложить Нужно синус с косинусом подружить Полусумму и полуразность предъявить И удвоить не забыть

4. Очень важны для запоминания формулы приведения, которые используются как при работе с выражениями, так и при решении уравнений. Здесь может помочь метод Цицерона – запоминание информации посредством связывания ее с предметами из окружающей среды.

При переходе через π и 2π (функция не меняется и знак определяется по исходной функции) – перешли в квартире из одной комнаты в другую комнату – обувь не меняем и знак квартиры оставляем.

При переходе через $\pi/2$ и $3\pi/2$ (функция меняется на родственную и знак определяется по исходной функции) – переходим через порог на улицу – меняем обувь, а знак квартиры оставляем.

5. Мнемонические приемы также могут помочь запомнить формулы решения тригонометрических уравнений.

$$\text{Cos}x = a$$

КОСинус – КОСить траву, косой косим горизонтально (ось Ox)

$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ (косить можем и вправо и влево « \pm », косить можем по кругу « $2\pi n$ »)

$$\text{Cos}x = 1; x = 2\pi n, n \in \mathbf{Z} (+1 - \text{косим вправо}) \text{ (рис. 5)}$$

$$\text{Cos}x = -1; x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z} (-1 - \text{косим влево}) \text{ (рис. 5)}$$

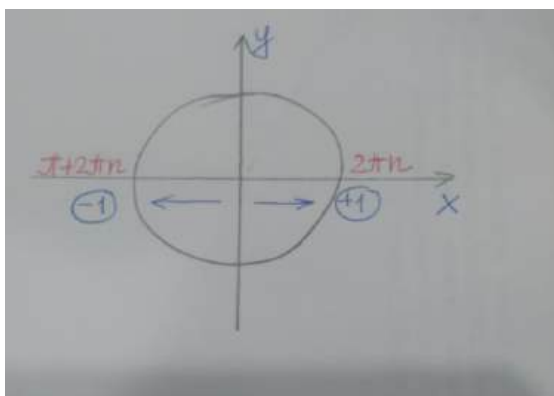


Рис. 5

$$\text{Cos}x = 0; x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbf{Z}$$

Пусть не косим мы траву

И лежим мы на лугу,

Полпирога мы можем съесть,

А можем весь пирог доест. (« $\pi/2 + \pi n$ »)

$$\text{Sin}x = a$$

СИнус – СИнее небо, смотри вверх вертикально (ось Oy)

$x = (-1)^k \arcsin a + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ (при взлете пилота не считаем « $(-1)^k$ », взлетаем и садимся «делаем полукруг πn »)

$$\text{Sin}x = 1; x = \pi n/2 + 2\pi n, n \in \mathbf{Z} (+1 - \text{взлетаем вверх}) \text{ (рис. 6)}$$

$$\sin x = -1; x = -\pi n/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ (-1 - вниз) (рис. 6)}$$

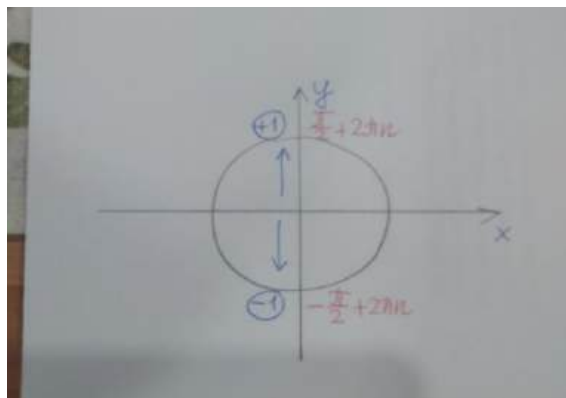


Рис. 6

$$\sin x = 0; x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

От полетов отдыхаем

И пирог употребляем (« π »)

Заключительная часть

Ключевые идеи *Концепции развития математического образования в РФ* ориентируют нас то, что «математика является важным элементом национальной культуры, важнейшей составляющей научно-технического прогресса, предметом нашей гордости и конкурентным преимуществом России. В современном обществе каждый гражданин должен обладать необходимой математической компетентностью...». Для развития математической компетентности нужно, прежде всего, развивать память. Развитие памяти улучшает и мышление за счет того, что постоянно приходится работать с мысленными объектами, придумывать связывающие их ассоциации. А для этого иногда необходим творческий подход.

Гораздо больше людей сомневаются в своей памяти, чем доверяют ей. Чем меньше доверяют, тем меньше хотят ею пользоваться. Чем меньше пользуются, тем меньше она работает и, как следствие, доверяют ей еще меньше. Казалось бы, это замкнутый круг, но ситуацию можно изменить.

Я считаю, что мнемотехника, развивая память, значительно повысит качество знаний не только по математике, но и по любым дисциплинам и даст возможность не отставать от технического прогресса. Тем более, что мнемотехника, как на стадии обучения, так и на стадии использования не требует никакого оборудования, технических средств и материальных затрат.

Список литературы и используемых интернет-источников

1. Зиганов М.А., Козаренко В.А. Мнемотехника. Запоминание на основе визуального мышления. – М.: Школа рационального чтения, 2001.
2. Васильев В.Ю., Васильева Е.Е. Суперпамять, или как запомнить, чтобы вспомнить? – М.: АСТ, 2007.
3. Лурия А.Р. Маленькая книжка о большой памяти. – М., Издательство МГУ, 2011.

ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ» НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ

*Дегтярева Ольга Владимировна,
учитель МБОУ «Средняя школа № 1» г. Рудни (МБОУ «РСШ № 1»)*

Вводная часть

Тема «Производная» занимает ключевое место в рабочих программах, разработанных на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (ФГОС СОО). Она входит в содержательную линию «Начала математического анализа» и является одним из основных разделов курса «Алгебра и начала математического анализа».

Планируемые результаты её изучения (предметные): использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач; использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы

Теоретическая часть

Задание 8 Профильного ЕГЭ по математике – это задачи на геометрический и физический смысл производной. Это задачи о том, как производная связана с поведением функции. Здесь ошибки у старшеклассников возникают из-за непонимания смысла производной. Многие считают, что если функция в какой-либо точке отрицательна, то и производная тоже, и наоборот. На самом деле это совсем не так.

Производная – это математическое отражение пути функции. Например, если функция «поднимается» (возрастает), то ее производная положительна, если «падает» (убывает), то производная отрицательна. Так как в одной точке графика функция может возрастать, а другой убывать, то и производная в разных точках функции будет разной. Поэтому знак производной не зависит от знака функции. Кроме того, на графике видно, что иногда функция возрастает совсем медленно, а иногда буквально «взлетает». Получается, что скорость возрастания функции будет в этих точках разной, значит, и производная будет отличаться.

Практическая часть

Выполнение заданий на исследование функций по графикам

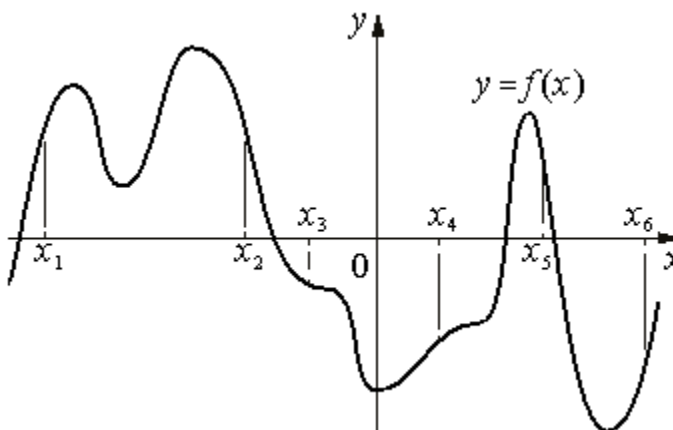
(из открытого банка заданий ЕГЭ (задание 8))

Класс делится на группы с названиями: «Функция», «Производная», «Критические точки», «Касательная к графику функции». Всем группам предлагаются одинаковые задания с изображениями графиков функций или произ-

водной и отмеченными точками или промежутками. На обсуждение дается 1 минута. Затем представители групп описывают поведение функции, производной, касательной в данных точках в соответствии с названием групп. После обсуждения каждого графика названия группы меняются по часовой стрелке. Таким образом, каждая группа должна отработать все повторяемые понятия и связи между ними.

Задание 1

На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены шесть точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. Опишите поведение функции, производной, касательной в данных точках в соответствии с названием групп.



Ответы учащихся:

Группа «Функция»: в точках x_1, x_4, x_6 функция возрастает; в точках x_2, x_3, x_5 функция убывает.

Группа «Производная»: в точках x_1, x_4, x_6 производная положительна; в точках x_2, x_3, x_5 производная отрицательна.

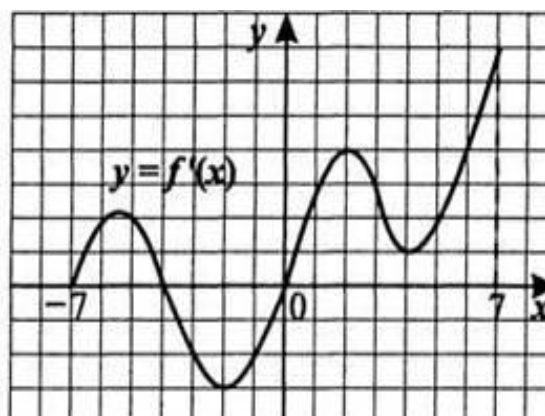
Группа «Касательная к графику функции»: в точках x_1, x_4, x_6 угол наклона касательной к графику функции острый, тангенс угла наклона больше нуля; в точках x_2, x_3, x_5 угол наклона касательной к графику функции тупой, тангенс угла наклона меньше нуля.

Группа «Критические точки»: эти точки не являются критическими

Задание 2

На рисунке изображён график производной функции $y=f'(x)$. Опишите поведение функции, производной, касательной в соответствии с названием групп.

Ответы учащихся: Группа «Производная»: в промежутках $(-7;-4)$ и $(0;7)$ производная положительна; в



промежутке $(-4;0)$ производная отрицательна.

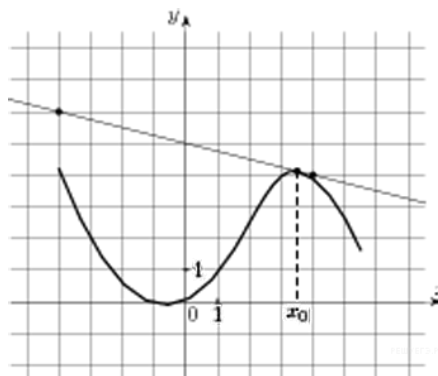
Группа «Функция»: в промежутках $[-7;-4]$ и $[0;7]$ функция возрастает; в промежутке $[-4;0]$ функция убывает

Группа «Касательная к графику функции»: в точках $-4;0$ касательная к графику функции параллельна оси абсцисс

Группа «Критические точки»: точки $-4, 0$ – стационарные; -4 – точка максимума, 0 – точка минимума.

Задание 3

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответы учащихся:

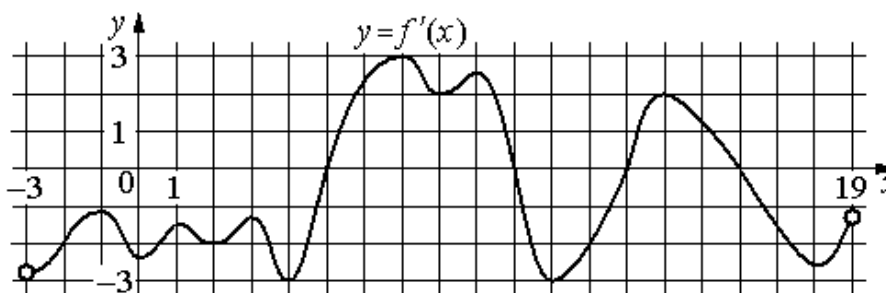
Группа «Функция»: в точке x_0 функция убывает.

Группа «Производная»: значит, в точке x_0 производная отрицательна. Значение производной равно угловому коэффициенту касательной.

Группа «Касательная к графику функции»: угловый коэффициент касательной – это тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси Ox . Чтобы найти угловой коэффициент, выберем две точки A и B , лежащие на касательной, абсциссы и ординаты которых – целые числа. Теперь определим модуль углового коэффициента. Это отношение y к x из прямоугольного треугольника. На данном рисунке $f'(x_0) = -0,25$

Задание 4

На рисунке изображён график $y=f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 19)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2; 15]$.



Ответы учащихся:

Группа «Производная»: на графике производной точки экстремума – это точки, в которых производная

равна 0. Это точки 5,10,13,16.

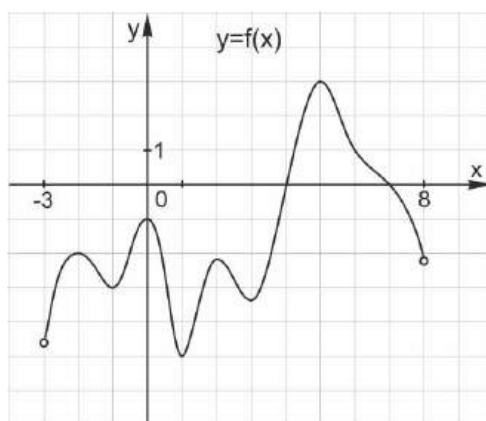
Группа «Критические точки»: точки максимума - это точки, где производная меняет знак с «+» на «-». На отрезке $[-2; 15]$ это точка 10.

Группа «Касательная к графику функции»: В точках 5,10,13,15 касательная к графику функции параллельна оси Ox .

Группа «Функция»: на графике функции в этих точках будут вершинки и впадинки.

Задание 5

На рисунке изображён график функции, определённой на интервале . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой.



Ответы учащихся:

Группа «Касательная к графику функции»: Прямая параллельна оси абсцисс.

Найдем на графике функции точки, в которых касательная параллельна оси абсцисс, то есть горизонтальна. Таких точек на графике 7. Группа «Производная»: В этих точках производная равна 0. Группа «Функция»: на графике функции в этих точках будут вершинки и впадинки. Группа «Критические точки»: Это точки максимума и минимума. На рисунке их 7.

Список литературы и используемых интернет-источников

1. Сдам ГИА: Решу ЕГЭ. – [Электронный ресурс] // Образовательный портал для подготовки к экзаменам. URL: <https://math-ege.sdangia.ru/test?theme=68> (дата обращения: 05.04.2026)

2. Сдам ГИА: Решу ЕГЭ. – [Электронный ресурс] // Образовательный портал для подготовки к экзаменам. URL: <https://math-ege.sdangia.ru/test?theme=70> (дата обращения: 05.04.2026)

3. Типичные ошибки ЕГЭ на профильной математике. – [Электронный ресурс] // URL: <https://blog.maximumtest.ru/post/tipichnye-oshibki-v-ege-po-profilnoy-matematike.html> (дата обращения: 04.04.2026).

ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВ» НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ

*Кодукова Наталья Николаевна,
учитель математики МБОУ «СШ № 33» г. Смоленска*

Курс «Алгебра и начала математического анализа» (углубленный уровень) включает методико-содержательную линию «Уравнения и неравенства». В 11 классе в рамках этой линии изучается тема «Основные методы решения иррациональных неравенств». Согласно федеральной рабочей программе по математике, на раздел «Иррациональные, показательные и логарифмические неравенства» предусмотрено 24 учебных часа. Таким образом, на изучение каждого типа неравенств можно выделить по 8 часов.

Иррациональные неравенства представляют собой один из важнейших классов неравенств в элементарной математике, наряду с рациональными, логарифмическими, показательными и тригонометрическими. При их решении применяется значительно больше общих теорем равносильности и следования, чем при решении рациональных неравенств. Кроме того, методы решения иррациональных неравенств включают множество нестандартных приёмов. Всё это позволяет утверждать, что работа с данным типом неравенств служит эффективным средством усвоения общих положений теории неравенств.

К концу изучения темы: «Основные методы решения иррациональных неравенств» ученик 11 класса должен достигнуть следующих планируемых результатов.

Предметные результаты: свободно оперировать понятиями: иррациональные неравенства, находить их решения с помощью равносильных переходов.

Метапредметные результаты

познавательные универсальные учебные действия:

– выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

– выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учетом самостоятельно выделенных критериев);

коммуникативные универсальные учебные действия: воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

регулятивные универсальные учебные действия: владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи.

В настоящей статье кратко описаны основные методические приемы изучения темы «Основные методы решения иррациональных неравенств» в рамках учебного курса «Алгебра и начала математического анализа», 11 класс.

Изучение темы целесообразно начать с повторения основных понятий.

Определение 1. Областью допустимых значений неравенства с одним неизвестным $f(x) > g(x)$ называется общая часть (пересечение) областей определения функций $y=f(x)$ и $y=g(x)$.

Определение 2. Два неравенства $f_1(x) > g_1(x)$ и $f_2(x) > g_2(x)$ называются равносильными, если множество решений первого неравенства совпадает с множеством решений второго неравенства.

Определение 3. Два неравенства $f_1(x) > g_1(x)$ и $f_2(x) > g_2(x)$ называются равносильными на множестве M , если совпадают множества их решений, принадлежащие множеству M .

Определение 4. Если множество решений неравенства $f_2(x) > g_2(x)$ содержит множество решений неравенства $f_1(x) > g_1(x)$, то неравенство $f_2(x) > g_2(x)$ называется следствием неравенства $f_1(x) > g_1(x)$.

Замечание. Аналогично формулируются определения для неравенств вида

$$f(x) < g(x), f(x) \geq g(x), f(x) \leq g(x).$$

Определение 5. Под иррациональными неравенствами понимаются неравенства, в которых неизвестные величины находятся под знаком корня (радикала).

Далее обращаем внимание старшеклассников на то, что множество решений неравенства обычно представляет собой числовой промежуток. Выполнить проверку для всех чисел этого промежутка практически невозможно, поэтому при решении неравенств используются исключительно равносильные переходы. Основным методом решения иррациональных неравенств является сведение исходного неравенства к равносильной системе или совокупности систем рациональных неравенств. Ключевой прием при этом – возведение обеих ча-

стей неравенства в чётную или нечётную степень. Справедливы следующие теоремы.

Теорема 1. Если обе части неравенства возвести в одну и ту же нечетную степень, оставив знак неравенства без изменения, то получится неравенство равносильное данному.

Теорема 2. Если обе части неравенства $f(x) > g(x)$ неотрицательны в области его определения (в ОДЗ), то после возведения обеих частей неравенства в одну и ту же четную степень n получится неравенство того же смысла $(f(x))^n > (g(x))^n$, $n \in N$, равносильное данному в его ОДЗ.

После того как были повторены основные понятия и рассмотрены две ключевые теоремы, переходим к способам решения простейших иррациональных неравенств. На уроке обучающимся предлагается провести работу в парах и заполнить пропуски в третьем столбце следующей таблицы.

№ 1	Исходное неравенство	Равносильное неравенство или схема
1.	$\sqrt{f(x)} \geq c, c \geq 0$	
2.	$\sqrt{f(x)} \geq c, c < 0$	
3.	$\sqrt{f(x)} \leq c, c \geq 0$	
4.	$\sqrt{f(x)} < c, c \leq 0$	

Правильные ответы

№ 1	Исходное неравенство	Равносильное неравенство или схема
1.	$\sqrt{f(x)} \geq c, c \geq 0$	$\sqrt{f(x)} \geq c^2$
2.	$\sqrt{f(x)} \geq c, c < 0$	$f(x) \geq 0$
3.	$\sqrt{f(x)} \leq c, c \geq 0$	$\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ f(x) \leq c^2. \end{cases}$
4.	$\sqrt{f(x)} < c, c \leq 0$	Решений нет

Далее следует обобщить, что соответствующие равносильные переходы остаются верны, если в левой части неравенства содержится корень n – степени, где n – натуральное четное число.

Для отработки навыков решения простейших иррациональных неравенств обучающимся можно предложить следующие задания.

Пример 1. Решите неравенство $\sqrt[6]{6x-9x^2} \geq 1$.

Решение. Данное неравенство равносильно следующему:

$$6x-9x^2 \geq 1, \quad 6x-9x^2-1 \geq 0, \quad -(3x-1)^2 \geq 0, \quad x = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}$.

Пример 2. Решите неравенство $\sqrt[4]{\frac{2x-3}{4-x}} > -2$.

Решение. Данное неравенство будет верно при любых значениях переменной из области допустимых значений (ОДЗ). Таким образом приходим к решению рационального неравенства:

$$\frac{2x-3}{4-x} \geq 0, \quad \frac{x-1,5}{x-4} \leq 0, \quad 1,5 \leq x < 4.$$

Ответ: $[1,5; 4)$.

Пример 3. $\sqrt[3]{1-x^2-x^3} \leq 1$.

Решение. Данное неравенство равносильно следующему

$$1-x^2-x^3 \leq 1, \quad x^3+x^2 \geq 0, \quad x^2(x+1) \geq 0, \quad \begin{cases} x=0, \\ x \geq -1; \end{cases} \quad x \geq -1.$$

Ответ: $[-1; \infty)$.

Пример 4. Решить неравенство $\sqrt{x^2+8x} < 3$.

Решение. Данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} x^2+8x \geq 0, \\ x^2+8x < 9. \end{cases} \quad \begin{cases} \begin{cases} x \leq -8, \\ x \geq 0, \end{cases} \begin{cases} -9 < x \leq -8, \\ 0 \leq x < 1. \end{cases} \\ -9 < x < 1; \end{cases}$$

Решение системы $x \in (-9; -8] \cup [0; 1)$.

Ответ: $(-9; -8] \cup [0; 1)$

Затем целесообразно предложить обучающимся решение иррационального неравенства более высокого уровня сложности на замену переменной, которое сводится к решению нескольких простейших иррациональных неравенств. В качестве примера возьмем задание из пособия по подготовке к ЕГЭ по профильной математике под редакцией И.В. Яценко.

Пример 5. Решите неравенство $\sqrt{x^2-7} < 1 + \frac{4}{5-\sqrt{x^2-7}}$.

Решение. Пусть $\sqrt{x^2-7} = t$, тогда данное неравенство примет вид $t < 1 + \frac{4}{5-t}$.

Отсюда $\frac{(t-3)^2}{t-5} < 0$, $\begin{cases} t < 3, \\ 3 < t < 5. \end{cases}$

Вернемся к исходной переменной, получим совокупность $\begin{cases} \sqrt{x^2-7} < 3, \\ 3 < \sqrt{x^2-7} < 5. \end{cases}$

Первое неравенство совокупности равносильно системе

$$\begin{cases} x^2 - 7 \geq 0, \\ x^2 - 7 < 9; \end{cases} \begin{cases} x^2 \geq 7, \\ x^2 < 16; \end{cases} \begin{cases} |x| \geq \sqrt{7}, \\ |x| < 4; \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} x \leq -\sqrt{7}, \\ x \geq \sqrt{7}, \end{cases} \\ -4 < x < 4; \end{cases} \begin{cases} -4 < x \leq -\sqrt{7}, \\ \sqrt{7} \leq x < 4. \end{cases}$$

Второе неравенство совокупности равносильно неравенству $9 < x^2 - 7 < 25$,

$$16 < x^2 < 32, \quad 4 < |x| < 4\sqrt{2}, \quad \begin{cases} \begin{cases} x < -4, \\ x > 4, \end{cases} \\ -4\sqrt{2} < x < 4\sqrt{2}; \end{cases} \begin{cases} -4\sqrt{2} < x < -4, \\ 4 < x < 4\sqrt{2}. \end{cases}$$

Решение совокупности $x \in (-4\sqrt{2}; -4) \cup (-4; -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}; 4) \cup (4; 4\sqrt{2})$.

Ответ: $(-4\sqrt{2}; -4) \cup (-4; -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}; 4) \cup (4; 4\sqrt{2})$.

После тренинга по методам решения простейших иррациональных неравенств, следует познакомить обучающихся с теоремами о равносильных переходах в неравенствах данного типа.

Теорема 3. Неравенство $\sqrt[n]{f(x)} > \sqrt[n]{g(x)}$, $n \in \mathbb{N}$, равносильно системе $\begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$

Теорема 4. Неравенство $\sqrt[n]{f(x)} > g(x)$, $n \in \mathbb{N}$, равносильно совокупности двух систем: $\begin{cases} \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geq 0, \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) > (g(x))^{2n}. \end{cases} \end{cases}$

Теорема 5. Неравенство $\sqrt[n]{f(x)} < g(x)$, $n \in \mathbb{N}$ равносильно системе $\begin{cases} g(x) > 0, \\ f(x) < (g(x))^{2n}, \\ f(x) \geq 0. \end{cases}$

Далее целесообразно перейти к практикуму на применение теорем. Начать можно со следующей системы упражнений.

Пример 1. Решите неравенство $\sqrt{25-x^2} < \sqrt{5x-11}$.

Решение. Данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} 25 - x^2 \geq 0, \\ 25 - x^2 < 5x - 11; \end{cases} \begin{cases} x^2 \leq 25, \\ x^2 + 5x - 36 > 0; \end{cases} \begin{cases} |x| \leq 5, \\ (x+9)(x-4) > 0; \end{cases} \begin{cases} x < -9, \\ x > 4, \\ -5 \leq x \leq 5; \end{cases} \quad 4 < x \leq 5.$$

Ответ: (4;5].

Пример 2. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 5x + 6} \leq x + 4$.

Решение. Данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} x + 4 \geq 0, \\ x^2 - 5x + 6 \geq 0, \\ x^2 - 5x + 6 \leq (x + 4)^2; \end{cases} \begin{cases} x \geq -4, \\ (x - 2)(x - 3) \geq 0, \\ -13x \leq 10; \end{cases} \begin{cases} x \geq -4, \\ \begin{cases} x \leq 2, \\ x \geq 3, \end{cases} \\ x \geq -\frac{10}{13}; \end{cases} \begin{cases} -\frac{10}{13} \leq x \leq 2, \\ x \geq 3. \end{cases}$$

Ответ: $\left[-\frac{10}{13}; 2\right] \cup [3; +\infty)$.

Пример 3. Решите неравенство $\sqrt{x^2 + 7x + 12} > 6 - x$.

Решение. Данное неравенство равносильно совокупности из двух систем.

$$\text{а) } \begin{cases} 6 - x < 0, \\ x^2 + 7x + 12 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x > 6, \\ \begin{cases} x \leq -4, \\ x \geq -3; \end{cases} \end{cases} \quad x > 6.$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6 - x \geq 0, \\ x^2 + 7x + 12 > (6 - x)^2; \end{cases} \begin{cases} x \leq 6, \\ x > \frac{24}{19}; \end{cases} \quad \frac{24}{19} < x \leq 6.$$

Решение совокупности $x \in \left(\frac{24}{19}; +\infty\right)$.

Ответ: $\left(\frac{24}{19}; +\infty\right)$.

Пример 4. Решите неравенство $(x - 3)\sqrt{x^2 + 4} \leq x^2 - 9$.

Решение. Перепишем исходное неравенство в таком виде:

$$(x - 3)(\sqrt{x^2 + 4} - x - 3) \leq 0.$$

Это неравенство равносильно совокупности двух систем.

$$\text{а) } \begin{cases} x - 3 \geq 0, \\ \sqrt{x^2 + 4} \leq x + 3; \end{cases} \begin{cases} x \geq 3, \\ x^2 + 4 \leq x^2 + 6x + 9; \end{cases} \begin{cases} x \geq 3, \\ x \geq -\frac{5}{6}; \end{cases} \quad x \geq 3.$$

$$\text{б) } \begin{cases} x - 3 \leq 0, \\ \sqrt{x^2 + 4} \geq x + 3; \end{cases} \begin{cases} x \leq 3, \\ x \leq -\frac{5}{6}; \end{cases} \quad x \leq -\frac{5}{6}.$$

Решение совокупности $x \in \left(-\infty; -\frac{5}{6}\right] \cup [3; +\infty)$.

Ответ: $\left(-\infty; -\frac{5}{6}\right] \cup [3; +\infty)$.

Пример 5. Решите неравенство $(x-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$.

Решение. Вероятно, наиболее рациональный путь решения неравенства подобного типа - это переход к следующей совокупности:

$$\begin{cases} (x-1)\sqrt{x^2-x-2} = 0, \\ (x-1)\sqrt{x^2-x-2} > 0. \end{cases}$$

Решим уравнение совокупности. Оно равносильно системе

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0, \\ \begin{cases} x - 1 = 0, & x^2 - x - 2 = 0, \\ x^2 - x - 2 = 0; \end{cases} \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ x = -1. \end{cases}$$

Неравенство совокупности равносильно системе

$$\begin{cases} x - 1 > 0, \\ x^2 - x - 2 > 0; \end{cases} \begin{cases} x > 1, \\ \begin{cases} x < -1, & x > 2. \\ x > 2; \end{cases} \end{cases}$$

Решение исходного неравенства $x \in \{-1\} \cup [2; +\infty)$.

Ответ: $\{-1\} \cup [2; +\infty)$.

Рассмотрим еще одно неравенство, которое предлагалось на пробных экзаменах ЕГЭ по профильной математике.

Пример 6. Решить неравенство $\sqrt{x-2} + \sqrt{x-5} \leq \sqrt{x-3}$.

Решение. Воспользуемся теоремой о том, что если обе части неравенства неотрицательны в ОДЗ неравенства, то после возведения в четную степень обеих частей неравенства, знак неравенства сохранится. Таким образом, данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} x \geq 5, \\ x - 2 + 2\sqrt{(x-2)(x-5)} + x - 5 \leq x - 3; \end{cases} \begin{cases} x \geq 5, \\ 2\sqrt{(x-2)(x-5)} \leq 4 - x. \end{cases}$$

Обращаем внимание учеников на то, что при $x \geq 5$ правая часть второго неравенства системы принимает отрицательные значения, а левая - неотрицательные, значит, данная система решений не имеет.

Ответ: решений нет.

Пример 7. Решите неравенство $\sqrt{3x^2+5x+7} - \sqrt{3x^2+5x+2} > 1$.

Решение. Пусть $3x^2+5x+2=t$, тогда получим неравенство $\sqrt{t+5} - \sqrt{t} > 1$, преобразуем его к следующему виду $\sqrt{t+5} > 1 + \sqrt{t}$.

Это неравенство равносильно системе $\begin{cases} t \geq 0, \\ t+5 > 1+2\sqrt{t}+t; \end{cases} \begin{cases} t \geq 0, \\ \sqrt{t} < 2; \end{cases} 0 \leq t < 4.$

Вернемся к исходной переменной $\begin{cases} 3x^2+5x+2 \geq 0, \\ 3x^2+5x+2 < 4; \end{cases} \begin{cases} (x+1)\left(x+\frac{2}{3}\right) \geq 0, \\ (x+2)\left(x-\frac{1}{3}\right) < 0; \end{cases}$

$$\begin{cases} x \leq -1, \\ x \geq -\frac{2}{3}, \\ -2 < x < \frac{1}{3}. \end{cases} \quad x \in (-2; -1] \cup \left[-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Ответ: $(-2; -1] \cup \left[-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$

Рекомендации по работе с заданием. Предложите обучающимся обсудить в парах, какой метод целесообразно применить для решения данного неравенства. Обсудите рационально ли в этом случае возводить обе части неравенства в квадрат?

Пример 8. Решите неравенство $\frac{x}{\sqrt{x^4-9x^2}} \geq \frac{1}{x+2}.$

Решение. Преобразуем левую часть неравенства, получим неравенство $\frac{x}{\sqrt{x^2(x^2-9)}} \geq \frac{1}{x+2}; \frac{x}{|x|\sqrt{x^2-9}} \geq \frac{1}{x+2}.$

Полученное неравенство равносильно совокупности двух систем:

$$\text{а) } \begin{cases} x > 0, \\ \frac{1}{\sqrt{x^2-9}} \geq \frac{1}{x+2}; \end{cases} \begin{cases} x > 0, \\ x^2-9 > 0, \\ \frac{1}{x^2-9} \geq \frac{1}{(x+2)^2}; \end{cases} \begin{cases} x > 3, \\ x^2-9 \leq x^2+4x+4; \end{cases} \begin{cases} x > 3, \\ x \geq -3, 25; \end{cases} \quad x > 3.$$

$$\text{б) } \begin{cases} x < 0, \\ -\frac{1}{\sqrt{x^2-9}} \geq \frac{1}{x+2}; \end{cases} \begin{cases} x < 0, \\ \frac{-1}{\sqrt{x^2-9}} \geq \frac{-1}{-x-2}; \end{cases} \begin{cases} x < 0, \\ \frac{1}{\sqrt{x^2-9}} \leq \frac{1}{-x-2}; \end{cases} \begin{cases} x < 0, \\ x^2-9 > 0, \\ \frac{1}{x^2-9} \leq \frac{1}{(x+2)^2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -3, \\ x^2-9 \geq x^2+4x+4; \end{cases} \begin{cases} x < -3, \\ x \leq -3, 25; \end{cases} \quad x \leq -3, 25.$$

Решение совокупности: $x \in (-\infty; -3, 25] \cup (3; +\infty).$

Ответ: $(-\infty; -3, 25] \cup (3; +\infty).$

Предложенный список примеров на решение иррациональных неравенств можно дополнить разнообразными задачами, которые предлагаются на ЕГЭ по профильной математике, предметных олимпиадах и конкурсах различного уровня, но это тема отдельного разговора. Добавим, что в рамках изучения темы можно предложить обучающимся выполнить мини-проекты по темам: «Смешанные неравенства», «Использование свойств функции при решении иррациональных неравенств». Надеемся, что предложенный нами порядок взаимосвязанного изучения в 11 классе задач на решение иррациональных неравенств окажется полезным для учителей, работающих в профильных классах.

Список литературы и используемых интернет-источников

1. Федеральная рабочая программа по математике для среднего общего образования (углубленный уровень) / Министерство просвещения РФ. – URL: [https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/06/25_frp_matematika_10_11-klassy_ugl_18062025_itog-na-sajt.pdf] (дата обращения: 06.04.2026).

2. Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Углублённый уровень: Учебник / Под ред. В.Е. Подольского. – 8-е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2024. – 481 с.

3. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебраический тренажёр: Пособие для школьников и абитуриентов. – Москва: Илекса, 2007. – 320 с.

4. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты. 36 вариантов / Под ред. И.В. Ященко. – Москва: Национальное образование, 2026. – 160 с.

ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ДВИЖЕНИЕ МОЛЕКУЛ. ДИФФУЗИЯ» НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ

*Сариогло Надежда Николаевна,
учитель МКОУ «Липецкая ОШ» Новодугинского МО*

Вводная часть

Место темы в рабочей программе по предмету

Тема «Движение молекул. Диффузия» включена в рабочую программу по учебному предмету «Физика». Место темы может быть связано с изучением явления самопроизвольного смешивания веществ в твёрдом, жидком и газообразном состояниях, а также с исследованием зависимости скорости протекания диффузии от агрегатного состояния вещества и температуры.

Планируемые результаты изучения темы

Предметные:

– ученик научится:

1. объяснять физическое явление «Диффузия», определять понятие диффузии;
2. приводить примеры протекания диффузии в твердых телах, жидкостях и газах;
3. приводить примеры диффузии в твердых телах, жидкостях и газах.

– ученик получит возможность научиться:

1. применять полученные знания для объяснения условий протекания физических явлений в природе на примере диффузии;
2. уметь выдвигать гипотезы на основе знания основополагающих физических закономерностей протекания диффузии, проверять их экспериментальными средствами (модель протекания диффузии).

Метапредметные

Регулятивные

1. выдвигать версии решения проблемы, осознавать конечный результат.

Познавательные

1. строить логичное рассуждение, включающее установление причинно-следственных связей (зависимость скорости протекания диффузии от типа вещества, температуры);
2. применять полученные знания и умения для решения практических задач повседневной жизни (диффузия в живых организмах).

Коммуникативные

1. вести диалог, выслушивать мнение других.

Личностные

1. развитие теоретического мышления на основе формирования умений устанавливать факты, различать причины и следствие, формулировать доказательство закономерностей на примере наблюдения протекания диффузии.

Теоретическая часть

Теоретическая часть при изучении темы «Движение молекул. Диффузия» включает: определение явления, закономерности протекания диффузии, факторы, влияющие на скорость диффузии, исторические факты, практические и теоретические задания, применение явления в различных сферах.

При изучении темы могут возникать трудности в понимании явления, проведении опытов, решении задач и запоминании терминологии. Эти трудности связаны с тем, что диффузия – процесс взаимного проникновения молекул одного вещества между молекулами другого, и его объяснение требует учёта особенностей агрегатных состояний веществ и температуры.

Практическая часть

Практическая часть при изучении темы «Движение молекул. Диффузия» включает:

эксперименты, которые демонстрируют процесс диффузии в разных агрегатных состояниях вещества – газах, жидкостях и твёрдых телах.

Фрагменты уроков, содержащие нетрадиционные приёмы изучения материала

Мотивационная часть

Сегодня на уроке мы будем говорить об очень интересном и важном явлении, которое связано с молекулярным строением вещества.

Немного истории:

По крупицам собирают археологи и историки сведения об этрусках, таинственном древнем народе, некогда заселявшем большую часть современной Италии. Примерно к середине I тысячелетия до нашей эры их цивилизация достигла культурного и экономического расцвета.



Рис. 1. Затерянная цивилизация



Рис. 2. Жилище этрусков

Грозную силу представляли собой этрусские города и в военном отношении. Но после изгнания в 510 году до нашей эры этрусских царей из Рима у этрусков в Италии появились в лице римлян опасные соперники. Длительные войны закончились через несколько столетий покорением этрусков, и в начале нашей эры они полностью растворились в пестрой массе народов Римской империи.

От них остались лишь немногочисленные надписи на до сих пор не расшифрованном окончательно языке, отдельные памятники выдающегося развития ремесел и искусств и скупые сообщения римских авторов... При раскопках городов Этрурии археологам удалось найти самые разнообразные свидетельства высокого уровня развития угасшей цивилизации.

Всеобщее восхищение вызвали ювелирные изделия этрусков, и среди них в первую очередь – так называемые гранулированные украшения, подлинные шедевры безымянных мастеров. Они представляют собой медные пластинки со сложными узорами, выложенными тысячами мельчайших (диаметром около 0,2 мм золотых шариков. И как это удавалось мастерам долгие годы оставалось неизвестным.



Рис. 3. Этрусское украшение

Сегодня на уроке мы постараемся разгадать загадку: как же удавалось этрусским мастерам создавать такие ювелирные изделия?

Отрывок из произведения Владимира Солоухина «Третья охота»
(учитель зачитывает перед началом изучения темы)

О чесночнике

Много раз я встречал в книгах упоминание о чесночном грибе, или, проще, о чесночнике. Говорилось, что этот гриб обладает запахом чеснока и что из него можно готовить разные приправы и соусы к мясным блюдам.

Механически сощипнул я один грибочек, механически растер между пальцами, и вдруг явственный крепкий запах свежего чеснока облаком расплылся меж мокрых елей, благоухающих смолой и хвоей. Это было так неожиданно... Из корзины пахло так, будто там не грибы, а растолченный чеснок...

В этот день я пришел домой с необычайной добычей. Страшно было класть грибы на сковородку. Но вопреки ожиданиям получилось очень острое и душистое кушанье.



Рис. 4. Чесночник обыкновенный

По прочтении отрывка задаётся вопрос:

– Как вы считаете, почему вся еда будет пахнуть чесноком?

Из предположений и ответов учащихся учитель делает уточнение: *Молекулы веществ движутся и проникают друг между другом.*

Дается определение диффузии.

Явление, при котором происходит взаимное проникновение молекул одного вещества между молекулами другого, называется диффузией.

Практикумы, тренинги, системы заданий (с ответами)

Задание. «Верю – не верю» (перед началом изучения темы)

Приведены высказывания, среди которых есть правильные и неправильные. На партах лежат листы с заранее написанными номерами от 1 до 10. Если вы согласны с высказыванием, ставите рядом с номером вопроса «да». Если нет – «нет»

1. Вещество состоит из мельчайших частиц, едва различимых невооруженным глазом.
2. Объем газа при нагревании увеличивается, т.к. каждая молекула становится больше по размеру.
3. Атом – мельчайшая частица вещества.
4. Стальной шарик при нагревании увеличивается в объеме, т.к. промежутки между молекулами становятся больше
5. Молекулы воды точно такие же, как и молекулы льда
6. Атомы состоят из молекул.
7. Объем тела при нагревании уменьшается.
8. Объем жидкости при охлаждении уменьшается, т.к. промежутки между молекулами становятся меньше.
9. Молекулы воды и водяного пара разные.
10. Объем тела равен сумме объемов его молекул.

Ответы: 1 – нет, 2 – нет, 3 – да, 4 – да, 5 – да, 6 – нет, 7 – нет, 8 – да, 9 – нет, 10 – нет.

История открытия Броуновского движения и его описание

Беспорядочное движение частиц жидкостей впервые было доказано ботаником, Почетным хранителем ботанического отделения Британского музея шотландцем Робертом Броуном в 1827 году. Рассматривая в микроскоп пыльцу, размешанную с водой, он увидел непрерывно и хаотично двигающиеся темные точки. Он писал, что это движение соответствовало его ожиданиям, т.к. оно принадлежало самим частичкам. Броун считал эти частички пыльцы живыми, и что он, вероятно, открыл новое проявление жизни. Но впоследствии он открыл,

что частички пыли двигаются даже после кипячения. Те, что были покрупнее, двигались медленнее, не спеша меняли свое направление. Более мелкие – прыгали беспорядочно, случайно, бросаясь из стороны в сторону. Ученый задумался: «Почему?»

– Ребята, почему частички пыли двигались? Что способствовало движению пыли?

– Частички пыли двигались под действием ударов, наносимых им движущимися молекулами воды.

Броун исследовал непонятное явление и обнаружил, что любые мелкие частицы находятся в постоянном хаотическом движении. Явление движения взвешенных частичек в жидкости или газе сейчас называют броуновским движением. Это явление есть еще одно яркое доказательство движения молекул веществ.

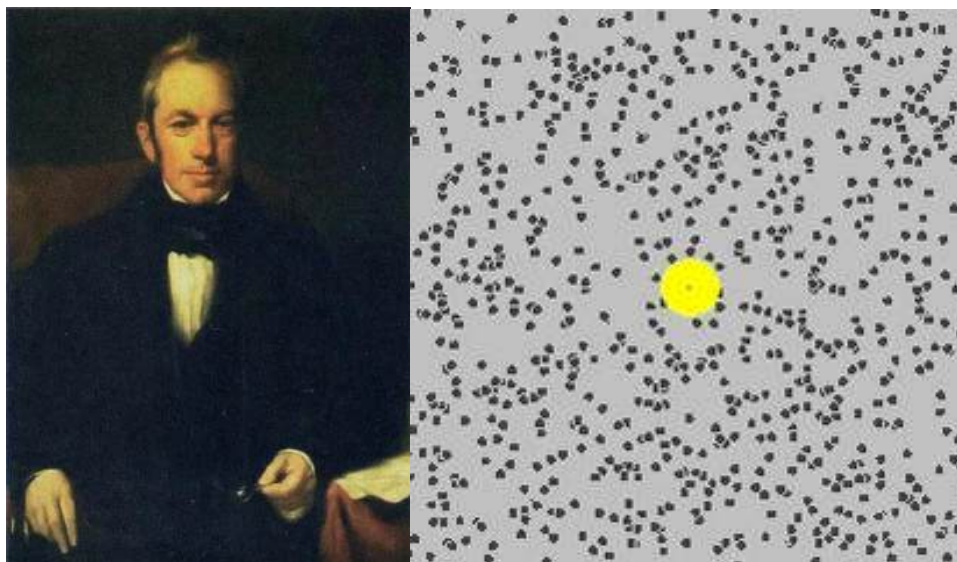


Рис. 5. Портрет Роберта Броуна Рис. 6. Броуновского движения крупной частицы

Демонстрация 1

Рассмотрим диффузию в газах. Проведем эксперимент. Распыляем в классе дезодорант.

– Ребята, вы почувствовали запах дезодоранта?

Если открыть духи, то почти сразу можно почувствовать приятный запах. Также, если распылить какую-то едкую жидкость, немедленно можно почувствовать неприятный запах.



Рис. 7. Распространение запахов

– Почему возможно распространение запахов в пространстве?

Распространение запахов возможно благодаря движению молекул веществ. Это движение носит непрерывный и беспорядочный характер. Сталкиваясь с молекулами газов, входящих в состав воздуха, молекулы дезодоранта много раз меняют направление своего движения и, беспорядочно перемещаясь, разлетаются по всей комнате.

– Сделайте вывод о причине диффузии.

Причина диффузии: молекулы вещества находятся в непрерывном и беспорядочном движении.

Мы наблюдали процесс диффузии в газах. А возможна ли диффузия в жидкостях?

Демонстрация 2

В стакан налита вода, положим в неё 3 кусочка сахара.

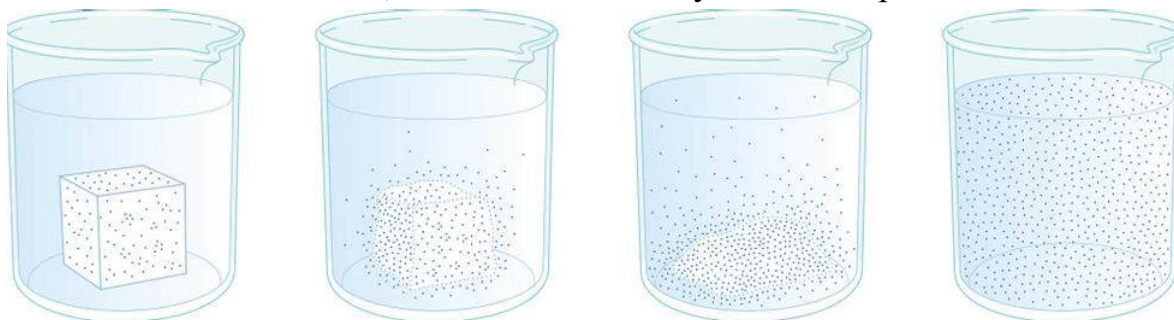


Рис. 8. Растворение сахара в воде

Вопросы:

1. Что мы наблюдаем? (Сахар растворяется, становясь невидимым.)
2. Подумайте, почему это происходит? (Молекулы двигаются, и молекулы одного вещества проходят в промежутки между молекулами другого вещества, а так как они очень маленькие, то мы их не видим.)
3. Какие выводы мы можем сделать?
 - 1) Молекулы двигаются бесконечно и хаотично;
 - 2) Молекулы веществ перемешиваются;
 - 3) Причина этого – движение молекул.

Возможен ли процесс диффузии в твердых телах?

Если отшлифованные пластины свинца и золота положить одна на другую и сжать грузом, то при обычной комнатной температуре (около 20°C) за 5 лет золото и свинец взаимно проникнут друг в друга на расстояние всего около 1 мм.

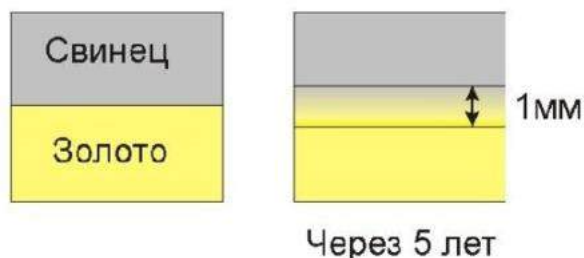


Рис. 9. Опыт с золотом и свинцом

– Какой вывод можно сделать по приведенному примеру?

Диффузия в твёрдых телах происходит чрезвычайно медленно.

– Как вы думаете, почему?

В твердых телах расстояния между молекулами совсем маленькие. Они такие же, как размеры самих молекул. Проникновение через такие малые промежутки молекул другого вещества крайне затруднено и поэтому диффузия происходит очень медленно.

Демонстрация 3

В один стакан налита холодная вода, в другой горячая. Положим в каждый стакан пакетик с чаем.

Вопросы:

1. Что будет происходить, если положить в каждый стакан пакетик с чаем?
2. В каком из стаканов вода окрасится быстрее?
3. Почему быстрее окрасилась горячая вода?
4. Почему на окрашивание холодной воды требуется больше времени?
Как же ускорить процесс протекания диффузии?

Увеличить температуру!



Рис. 10. Окрашивание холодной и горячей воды

За несколько дней до урока надо собрать демонстрацию 4)

Демонстрация 4

В стакан налить воды и осторожно сверху налить зеленки, к уроку граница между жидкостями будет размыта. Перед уроком закрыть листом бумаги от класса.

Повторить демонстрацию в классе, обратив внимание ребят на то, что граница между жидкостями четкая. Снять лист, показать результат диффузии. Вот так продвинулась диффузия в жидкости за несколько дней.



Рис. 11. Наблюдение явления диффузии в жидкости с течением времени

Подходим к разгадке этрусских мастеров.

– Попробуйте объяснить, как же удавалось этрусским мастерам соединять медь и золото в своих украшениях?

(Обсуждение учащихся)

Мастерам из далекого прошлого помогла диффузия. Искусство грануляции, достигшее высокого уровня в древнем мире, около 1000 года до н. э. было забыто. Только в XIX веке были сделаны попытки выяснить технику грануляции, но они не дали результатов. Тайну удалось открыть лишь намного позже – в 1933 году.

Раньше никто не мог объяснить, как золотых дел мастера в древности припаивали золотые крупинки к меди, не расплавляя их при этом. Технология оказалась довольно сложной. Золотые шарики особым способом приклеивали к папирусу, который затем накладывали на медную основу и постепенно нагревали. При температуре 890 градусов шарики припаивались, так как при нагревании меди в контакте с золотом их общая температура плавления ниже, чем при нагревании каждого металла в отдельности. В этом и заключается секрет припаивания золота к меди.

Задания на закрепление пройденного материала

Задание 1. «Верю – не верю»

Приведены высказывания, среди которых есть правильные и неправильные. На партах лежат листы с заранее написанными номерами от 1 до 5. Если

вы согласны с высказыванием, ставите рядом с номером вопроса «да». Если нет – «нет»

1. Молекулы воды и водяного пара разные.
2. Быстрее диффузия происходит в жидкостях, чем в газах.
3. Соль растворится быстрее в холодной воде.
4. Молекулы быстрее двигаются в горячем молоке, чем в холодном.
5. При сжатии газа уменьшается размер молекул.

Ответы: 1 – нет, 2 – нет, 3 – нет, 4 – да, 5 – нет.

Задание 2. (Ученики выбирают правильный ответ)

1. Какое из приведенных ниже утверждений верно?

- А) только газы состоят из молекул
- Б) только жидкости состоят из молекул
- В) все тела состоят из молекул

2. В каких телах диффузия, при одинаковых температурах, происходит быстрее?

- А) в газах
- Б) в жидкостях
- В) в твердых телах

3. Что доказывает процесс диффузии?

- А) что молекулы взаимодействуют между собой
- Б) что молекулы состоят из атомов
- В) что молекулы непрерывно хаотично движутся

4. Как зависит скорость протекания диффузии от температуры?

- А) не зависит
- Б) чем ниже температура вещества, тем меньше скорость
- В) чем выше температура вещества, тем меньше скорость

Ответы: 1 – В, 2 – А, 3 – В, 4 – Б.

Исследовательские работы

Опыты, демонстрирующие явление диффузии в газах

• Опыт с цилиндрическим стеклянным сосудом без дна

К внутренней поверхности сосуда прикрепляют вертикальные полоски универсальной индикаторной бумаги, которые изменяют цвет под действием паров некоторых веществ. Нальют небольшое количество такого вещества на дно чашки и поместят в эту чашку цилиндрический сосуд. Сначала индикаторные полоски изменят цвет в их нижней части, но уже через 10–20 секунд по-

лоски приобретут ярко-синюю окраску по всей длине. Это значит, что воздух и газообразное вещество самопроизвольно перемешались между собой, то есть произошло взаимное проникновение молекул одного вещества в промежутки между молекулами другого.

- **Опыт с ватой, смоченной нашатырным спиртом, и фенолфталеином**

Ватку, смоченную нашатырным спиртом, помещают на дно стеклянного сосуда, а смоченную фенолфталеином – прикрепляют к крышке и накрывают этой крышкой стеклянный сосуд. Уже через несколько секунд ватка, смоченная фенолфталеином, начинает окрашиваться. В результате непрерывного и беспорядочного движения молекулы нашатырного спирта и молекулы воздуха в стеклянном сосуде перемешиваются, и смоченная фенолфталеином ватка окрашивается.

Опыты, демонстрирующие явление диффузии в жидкостях:

- **Изучение влияния структурированной воды на диффузионные свойства веществ**

Эксперименты с диффузией веществ в различных видах структурированной воды (обработанной кварцевым излучением, магнитным полем, музыкой и др.). По результатам работы можно сделать вывод, что структурированная вода оказывает влияние на процессы протекания диффузии различных веществ: может выступать в качестве «ускорителя» процесса или «замедлителя». school-journal.ruschool-herald.ru

- **Исследование причины плохого смешивания некоторых жидкостей**

Опыт с диффузией растительного масла и воды комнатной температуры. В кружку наливают растительное масло, затем добавляют воду и наблюдают. Масло не смешивается с водой, а всплывает на поверхность, так как плотность воды больше плотности масла. В результате исследования можно выяснить, что жидкости с разными плотностями смешиваются плохо: жидкости с меньшей плотностью располагаются выше относительно более плотных жидкостей. Хорошо смешиваются жидкости, если их плотности примерно равны. school-science.ru

Применение диффузии

Диффузия в растительном и животном мире

Большинство клопов, божьи коровки, некоторые листоеды используют для своей защиты резкие запахи. Запах клопов отвратительный, а божьи коровки выделяют желтую пахучую ядовитую жидкость. Передача запахов происходит посредством диффузии воздуха и пахучего вещества. Так же отпугивает

своих обидчиков скунс. осьминог выпускает чернильное пятно, чтобы спрятаться от неприятеля. Все живые создания должны дышать, чтобы не умереть. Простейшей формой дыхания, вероятно, обладают медузы и большинство червей. Они вообще не имеют органов дыхания. Растворенный в воде кислород всасывается через их кожу, а растворенный углекислый газ выводится наружу тем же путем.

Роль диффузии для человека

Процесс всасывания питательных веществ в кишечнике возможен благодаря диффузии. А как же дышит человек? У человека в дыхании принимает участие вся поверхность тела – от самого толстого эпидермиса пяток до покрытой волосами кожи головы. Особенно интенсивно дышит кожа на груди, спине и животе. Благодаря диффузии кислород из легких проникает в кровь человека, а из крови – в ткани.

Применение диффузии на производстве

Диффузия находит широкое применение в промышленности. На явлении диффузии основана диффузионная сварка металлов. Методом диффузионной сварки соединяют между собой металлы, неметаллы, металлы и неметаллы, пластмассы. Детали помещают в закрытую сварочную камеру с сильным разрежением, сдавливают и нагревают до 800 градусов. На явлении диффузии основан процесс металлизации – покрытия поверхности изделия слоем металла или сплава. Он применяется для защиты изделий от коррозии, износа, повышения контактной электрической проводимости, в декоративных целях.

Применение диффузии в быту

Засолка и засахаривание, смешивание различных ингредиентов при приготовлении пищи, склеивание поверхностей.

Вредные проявления диффузии.

Дымовые трубы предприятий выбрасывают в атмосферу углекислый газ, оксиды азота и серы. Избыток углекислого газа в атмосфере опасен для живого мира Земли, нарушает круговорот углерода в природе, приводит к образованию кислотных дождей. Процесс диффузии играет большую роль в загрязнении рек, морей и океанов. Годовой сброс производственных и бытовых стоков в мире равен примерно 10 триллионов тонн.

Загрязнение водоёмов приводит к тому, что в них исчезает жизнь, а воду, используемую для питья, приходится очищать, что очень дорого. Кроме того, в загрязненной воде происходят химические реакции с выделением тепла. Температура воды повышается, при этом снижается содержание кислорода в воде, что плохо для водных организмов. Из-за повышения температуры воды многие реки теперь зимой не замерзают.

Для снижения выброса вредных газов из промышленных труб, труб тепловых электростанций устанавливают специальные фильтры. Для предупреждения загрязнения водоемов необходимо следить за тем, чтобы вблизи берегов не выбрасывался мусор, пищевые отходы, навоз, различного рода химикаты.

Выводы

Мы видим, как велико значение диффузии в неживой природе, а существование живых организмов было бы невозможно, если бы не было этого явления. К сожалению, приходится бороться с отрицательным проявлением этого явления, но положительных факторов намного больше и поэтому мы говорим об огромном значении диффузии в природе.

Диффузия в стихах

Калидаса. Рождение Кумары

Гостеприимные древние кедры
Благоухают смолою целебной.

– *Какое физическое явление вы узнаете в этих поэтических строках?*

Заи Хай. Написано по случаю посещения Синеи горы

По запаху лотосов вышел к саду,
Так сладко пахли они.

Ибн Абд Раббихи. «Хоть мускус был в мешках упрятан...»

Хоть мускус был в мешках упрятан,
Распространяет аромат он...

– *Почему запахи распространяются в воздухе?*

А.С. Пушкин. Борис Годунов

Один: Все плачут, заплачем, брат, и мы.

Другой; Я силюсь, брат.

Да не могу.

Первый: Я также. Нет ли луку?

– *Для чего потребовался лук?*

Афанасий Фет. Золотой век

Я посещал тот край обетованный
Где золотой блистал когда-то век,
Где, розами и миртами венчанный,
Под сенью дерев благоуханной
Блаженствовал незлобный человек.
Леса полны поныне аромата...

Пословицы и поговорки

Можно провести между командами небольшой конкурс. В фольклоре народов тоже упоминается о процессе диффузии. Нужно вспомнить несколько пословиц или поговорок, в которых так или иначе идет речь о диффузии.

1. Ложка дёгтя в бочке мёда. (Русская)
2. Нарезанный лук пахнет и жжёт глаза сильнее. (Мальгашская)
3. Тухлое яйцо портит всю кашу. (Немецкая)
4. На мешке с солью и верёвка солёная. (Корейская)
5. Овощной лавке вывеска не нужна. (Японская)
6. Капля яду ведро молока портит. (Тамильская)
7. Запах мускуса не скроешь. (Персидская)
8. Волка нюх кормит. (Узбекская)

Оценочные материалы

Тестирование

Отметка в баллах	Критерии выставления отметок
«5»	ставится, если ученик выполнил правильно от 80% до 100% от общего числа баллов
«4»	ставится, если ученик выполнил правильно от 60 % до 79% от общего числа баллов
«3»	ставится, если ученик выполнил правильно от 35 % до 59% от общего числа баллов
«2»	ставится, если ученик выполнил правильно менее 35 % от общего числа баллов или не приступил к работе, или не представил на проверку
«1»	ставится, если ученик не приступил к работе

Критерии оценивания качественных задач

Отметка в баллах	Критерии выставления отметок
«5»	Представлен правильный ответ на вопрос, и приведено достаточное обоснование, не содержащее ошибок
«4»	Представлен правильный ответ на поставленный вопрос, но его обоснование некорректно или не является достаточным, хотя содержит указание на физические явления (законы), причастные к обсуждаемому вопросу

Отметка в баллах	Критерии выставления отметок
«3»	Представлены корректные рассуждения, приводящие к правильно-му ответу, но ответ явно не сформулирован
«2»	Представлены общие рассуждения, не относящиеся к ответу на поставленный вопрос ИЛИ Ответ на вопрос неверен независимо от того, что рассуждения пра-вильны или неверны, или отсутствуют
«1»	Ответ на вопрос или рассуждения отсутствуют

Критерии оценивания лабораторных и практических работ

Отметка в баллах	Критерии выставления отметок
«5»	Ставится, если ученик: Правильно определил цель опыта и выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности проведе-ния опытов и измерений. Самостоятельно и рационально выбрал и подготовил для опыта необходимое оборудование, все опыты про-вел в условиях и режимах, обеспечивающих получение результатов и выводов с наибольшей точностью. Научно грамотно, логично описал наблюдения и сформировал выводы из опыта. В представ-ленном отчете правильно и аккуратно выполнил все записи, табли-цы, рисунки, чертежи, графики, вычисления и сделал выводы. Пра-вильно выполнил анализ погрешностей (9-11 классы). Проявляет организационно-трудовые умения (поддерживает чистоту рабочего места и порядок на столе, экономно использует расходные матери-алы). Эксперимент осуществляет по плану с учетом техники без-опасности и правил работы с материалами и оборудованием.
«4»	Ставится, если ученик; Выполнил требования к оценке «5», но: Опыт проводил в условиях, не обеспечивающих достаточной точности измерений. Было допу-щено два – три недочета или более одной грубой ошибки и одного недочета. Эксперимент проведен не полностью или в описании наблюдений из опыта ученик допустил неточности, выводы сделал неполные.
«3»	Ставится, если ученик: Правильно определил цель опыта; работу выполняет правильно не менее чем наполовину, однако объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы по ос-новным, принципиально важным задачам работы. Подбор оборуд-ования, объектов, материалов, а также работы по началу опыта провел с помощью учителя; или в ходе проведения опыта и изме-

Отметка в баллах	Критерии выставления отметок
	<p>рений опыта были допущены ошибки в описании наблюдений, формулировании выводов. Опыт проводился в нерациональных условиях, что привело к получению результатов с большей погрешностью, или в отчете были допущены в общей сложности не более двух ошибок (в записях единиц, измерениях, в вычислениях, графиках, таблицах, схемах, анализе погрешностей и т.д.) не принципиального для данной работы характера, но повлиявших на результат выполнения; не выполнен совсем или выполнен неверно анализ погрешностей (9-11 классы). Допускает грубую ошибку в ходе эксперимента (в объяснении, в оформлении работы, в соблюдении правил техники безопасности при работе с материалами и оборудованием), которая исправляется по требованию учителя.</p>
«2»	<p>Ставится, если ученик: Не определил самостоятельно цель опыта: выполнил работу не полностью, не подготовил нужное оборудование и объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов. Опыты, измерения, вычисления, наблюдения производились неправильно. В ходе работы и в отчете обнаружилось в совокупности все недостатки, отмеченные в требованиях к оценке «3». Допускает две (и более) грубые ошибки в ходе эксперимента, в объяснении, в оформлении работы, в соблюдении правил техники безопасности при работе с веществами и оборудованием, которые не может исправить даже по требованию учителя.</p>
«1»	<p>Ставится, если ученик: Совсем не выполнил работу.</p>

Использованная литература

1. Физика. Инженеры будущего. 7 класс. Углублённый уровень: Учебник: для общеобразовательных учреждений: В 2 ч. / В.В. Белага, Н.И. Воронцова, И.А. Ломаченков, Ю.А. Панебратцев / Под ред. Ю.А. Панебратцева. – /М. Просвещение, 2025.

ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ» НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ

*Бабакова Ирина Викторовна,
Гайжуtene Елена Ионасовна,
учителя физики МБОУ «СШ № 33» г. Смоленска*

Вводная часть

Тема «Тепловые явления» занимает важное место в рабочих программах по физике, особенно в курсе основного общего образования. Она часто включается в раздел, посвящённый физическим явлениям, и направлена на формирование у учащихся знаний о процессах теплопередачи, агрегатных состояниях вещества, законах сохранения энергии и их практическом применении.

В ходе изучения темы «Тепловые явления», обучающиеся должны научиться распознавать тепловые явления и объяснять на основе имеющихся знаний их основные свойства или условия протекания, должны научиться применять знания в новых условиях, решать задачи.

В современных условиях модернизации образования особую значимость приобретает поиск эффективных средств формирования у обучающихся способности применять знания в практической деятельности, анализировать реальные ситуации и принимать обоснованные решения. В этой связи использование ситуационных задач в обучении физике представляется особенно актуальным, поскольку данный вид заданий ориентирован не только на усвоение предметного содержания, но и на развитие познавательной самостоятельности, критического мышления и межпредметной интеграции знаний.

Ситуационные задачи в современной педагогической практике рассматриваются как значимый дидактический инструмент, обеспечивающий поэтапное формирование и развитие познавательных умений, обучающихся в процессе работы с информацией. Их применение направлено на последовательное освоение интеллектуальных операций, включающих ознакомление, понимание, применение, анализ, синтез и оценку, что соотносится с уровнями познавательной деятельности, представленными в таксономии Б. Блума.

В контексте физического образования особый интерес представляют ситуационные физические задачи, основанные на описании или моделировании реальных жизненных, научных и технических ситуаций, требующих применения физических знаний для объяснения явлений, решения практических проблем или определения существенных характеристик объектов и процессов. Практико-ориентированная направленность таких задач обуславливает их зна-

чимость в формировании у обучающихся способности использовать теоретические положения физики в условиях, приближенных к реальной действительности.

Следует отметить, что ситуационная задача отличается от традиционной учебной задачи более выраженной практической направленностью, контекстностью и вариативностью способов решения. Если традиционная физическая задача, как правило, ориентирована на применение известного алгоритма в рамках заданных условий, то ситуационная задача предполагает анализ конкретной жизненной, научной или технической ситуации, самостоятельный выбор способов действия, оценку имеющейся информации и обоснование принимаемого решения.

Для решения ситуационной физической задачи, как правило, недостаточно использования исключительно знаний из области физики, поскольку в большинстве случаев возникает необходимость привлечения положений и закономерностей из иных учебных дисциплин. Вследствие этого ситуационные задачи обладают выраженным межпредметным характером, что следует рассматривать как одно из их наиболее значимых преимуществ. В процессе решения таких задач у обучающихся осуществляется интеграция знаний, умений и способов деятельности, сформированных при изучении различных учебных предметов. Это позволяет формировать целостное представление об изучаемых явлениях и развивать способность к переносу знаний в новые образовательные и практические ситуации.

Ситуационная задача обладает определенной структурной организацией, обеспечивающей ее дидактическую целостность и методическую эффективность. В качестве базовой модели ситуационной задачи могут быть выделены следующие компоненты:

- *название*, отражающее основную идею представленной ситуации;
- *вступление*, содержащее описание физической ситуации и проблемного вопроса;
- *необходимые данные*, включающие сведения о физических объектах, величинах и параметрах, значимых для решения;
- *формулировка* самой задачи;
- *решение*, в котором представлены используемые методы, формулы, теоретические положения и логика рассуждений;
- *ответ*, фиксирующий итог решения поставленного вопроса.

Наряду с этим общий вид ситуационной задачи может быть описан через систему взаимосвязанных блоков:

- *мотивационно-проблемный* (ориентирован на раскрытие практической значимости задачи и ее связи с реальными жизненными обстоятельствами);

- *ресурсный* (включает информацию и источники, необходимые для решения проблемы);
- *дидактический* (содержит совокупность заданий и вопросов, подлежащих выполнению в рамках рассматриваемой ситуации);
- *критериально-оценочный* (предназначен для диагностики уровня сформированности у обучающихся соответствующих компетенций, умений и личностно значимых качеств).

К ситуационным физическим задачам предъявляется ряд требований.

Они должны *содержать* достаточный объем информации, необходимой для их решения, *отражать* реальную или приближенную к реальности проблему, предпочтительно практической направленности, быть *интересными* для обучающихся, включать *достоверные факты*, а также предусматривать возможность *сопоставления различных условий*, параметров и характеристик.

Существенным признаком таких задач выступает разнообразие познавательных действий, которые они актуализируют. Данный тип заданий ориентирует обучающихся не только на воспроизведение ранее усвоенных знаний, но и на анализ информации, выдвижение гипотез, формулирование выводов, аргументацию собственной позиции, а также на поиск и сопоставление различных способов решения.

Ситуационные задачи по физике могут быть классифицированы по нескольким основаниям.

По содержанию они подразделяются на задачи, связанные с явлениями повседневной жизни, техническими процессами, природными объектами и экспериментальными ситуациями.

По степени сложности можно выделить репродуктивные, частично-поисковые и исследовательские задачи.

По характеру познавательной деятельности обучающихся ситуационные задачи могут быть аналитическими, прогностическими, оценочными и проективными.

Кроме того, важным основанием классификации выступает степень межпредметности, в соответствии с которой можно выделить внутриспредметные, межпредметные и комплексные задачи.

Пример 1

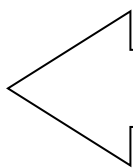
Социально-контекстная ситуация: **ПАРЯЩИЕ ПТИЦЫ**

Методический прием: ситуационная задача.

Цель: анализировать ситуацию образования конвекционных потоков.

Реализуется на этапе учебного занятия.

Оргмомент	
Актуализация опорных знаний	✓
Усвоение новых знаний	
Закрепление	✓
Контроль	
Инструктаж по д/з	
Рефлексия	



Форма организации учебной деятельности и при реализации приема:

- индивидуальная
- парная
- групповая
- коллективная

Содержание приема предлагается на примере учебного занятия по физике (8 кл.)

Содержание приема «Ситуационная задача»	Результаты		
	Личностные	Мета-предметные	Предметные
<p><i>Класс работает в группах. Каждая решает ситуационную задачу, отличающуюся по содержанию от задач других групп. (Пример организации работы для одной из групп).</i></p> <p>1. Прочитайте условие задачи. В стихотворении А.С. Пушкина «Кавказ» есть такие слова: «Орел, с отдаленной поднявшись вершины, парит неподвижно со мной наравне». Объясните почему орлы, ястребы, коршуны и другие крупные птицы, парящие высоко в небе, могут держаться на одной высоте, не взмахивая при этом крыльями. Осмыслите содержание. <i>Объясните ситуацию парения крупных птиц высоко в небе.</i></p> <p>2. Создайте модель. Используя оборудование ОЭЛ, смоделируйте образование конвекционных потоков.</p> <p>3. Сделайте вывод. <i>Сделайте вывод о причинах парения птиц.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> • Осознание ценностей физического знания, как важнейшего компонента научной картины мира; • оценивает собственную учебную деятельность; • проявляет доверие к соучастнику деятельности. 	<ul style="list-style-type: none"> • Формируется и развивается познавательный интерес; • выстраивает алгоритм действий; • удерживает цель деятельности до получения её результата; • оценивает весомость приводимых рассуждений 	<ul style="list-style-type: none"> • Анализирует влияние конвекционных потоков на парение больших птиц.

Ключ к решению задачи

Нагретый у земли воздух поднимается на значительную высоту. Эти теплые потоки воздуха ударяются снизу в распростертые крылья птицы и поддерживают её. Птицы опираются крыльями на конвекционные потоки.

Пример 2

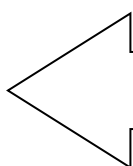
Социально-контекстная ситуация: **БРИЗ**

Методический прием ситуационная задача.

Цель: анализировать ситуацию образования дневного и ночного бриза.

Реализуется на этапе учебного занятия.

Оргмомент	
Актуализация опорных знаний	✓
Усвоение новых знаний	
Закрепление	✓
Контроль	
Инструктаж по д/з	
Рефлексия	



Форма организации учебной деятельности при реализации приема:

- индивидуальная
- парная
- групповая
- коллективная

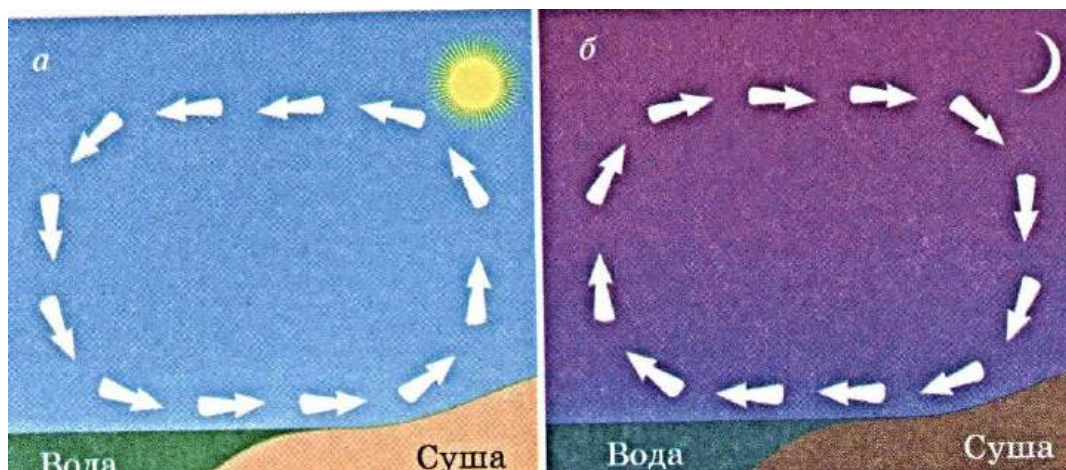
Содержание приема предлагается на примере учебного занятия по физике (8 кл.)

Содержание приема «Ситуационная задача»	Результаты		
	Личностные	Мега-предметные	Предметные
<p><i>Класс работает в группах. Каждая решает ситуационную задачу, отличающуюся по содержанию от задач других групп. (Пример организации работы для одной из групп).</i></p> <p>4. Прочитайте условие задачи. В полдень (см. рисунок) $t_3 > t_m$. В полночь $t_m > t_3$. Куда дует ветерок? И какой дует ветерок: теплый или прохладный? Будете на море – непременно поставьте на берегу флюгер и понаблюдайте как он поворачивается в течение суток.</p> <p>Осмыслите содержание. <i>Объясните ситуацию образования ветра.</i></p> <p>5. Сделайте вывод. <i>Проанализируйте рисунок.</i></p> <div style="text-align: center;"> </div> <p><i>Сделайте вывод о причинах образования ветра.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> • Осознание ценностей физического и географического знания, как важнейшего компонента научной картины мира; • оценивает собственную учебную деятельность; • проявляет доверие к соучастнику деятельности. 	<ul style="list-style-type: none"> • Формируется и развивается познавательный интерес; • выстраивает алгоритм действий; • удерживает цель деятельности до получения её результата; • оценивает весомость приводимых рассуждений 	<p>Анализирует условия образования дневного и ночного бриза.</p>

Ключ к решению задачи

Это – пример естественной конвекции.

Днем почва нагревается сильнее, чем вода. Нагретый воздух легче холодного, поэтому он поднимается, а на его место с моря приходит более прохладный воздух. Поэтому днем ветер (перемещение воздушных масс) дует обычно с моря. Его называют *дневным бризом*.



Ночью почва остывает быстрее, чем вода. Поэтому ночью ветер дует с суши на море. Этот ветер называют *ночным бризом*. Ночной бриз отгоняет волны от берега, поэтому рано утром море бывает особенно спокойным.

Пример 3

Социально-контекстная ситуация: **ТЕРМОМЕТР В АНТАРКТИДЕ**

Методический прием: *ситуационная задача*.

Цель: анализировать ситуацию о причинах применения различных термометров.

Реализуется на этапе учебного занятия.

Оргмомент	
Актуализация опорных знаний	✓
Усвоение новых знаний	
Закрепление	✓
Контроль	
Инструктаж по д/з	
Рефлексия	

Форма организации учебной деятельности при реализации приема:

- индивидуальная
- парная
- групповая
- коллективная

Содержание приема предлагается на примере учебного занятия по физике (8 кл.)

Содержание приема «Ситуационная задача»	Результаты		
	Личностные	Мета-предметные	Предметные
<p><i>Класс работает в группах. Каждая решает ситуационную задачу, отличающуюся по содержанию от задач других групп. (Пример организации работы для одной из групп).</i></p> <p>6. Прочитайте условие задачи. В сосуде термометра находится ртуть. Где такой термометр не будет действовать? Минимальная температура на Земле $-89,2^{\circ}\text{C}$; Антарктида, 1983г. А чем заменить там ртуть? Какой жидкостью?</p> <p>Осмыслите содержание. <i>Объясните ситуацию невозможности использования ртутного термометра в Антарктиде.</i></p> <p>7. Сделайте вывод. <i>Сделайте вывод о причинах применения различных термометров в разных местах земного шара.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> • осознание ценностей физического и географического знания, как важнейшего компонента научной картины мира; • оценивает собственную учебную деятельность; • проявляет доверие к соучастнику деятельности. 	<ul style="list-style-type: none"> • Формируется и развивается познавательный интерес; • выстраивает алгоритм действий; • удерживает цель деятельности до получения её результата; • оценивает весомость приводимых рассуждений 	Анализирует причины применения различных термометров.

Ключ к решению задачи

Температура кристаллизации (отвердевания) ртути -39°C . В Антарктиде температура опускается ниже этого значения, следовательно, ртуть в термометре замерзнет.

Можно использовать спиртовой термометр, т.к. температура отвердевания спирта -114°C .

Методика решения ситуационных задач основывается на понимании того, что решить физическую ситуационную задачу означает выявить и применить те физические знания, законы и зависимости, которые соответствуют условиям задачи и позволяют получить обоснованный результат. В этой связи процесс решения может быть представлен как совокупность аналитического, собствен-

но решающего и учебно-познавательного, или исследовательского, компонентов.

Процесс решения ситуационных задач по физике может быть описан как поэтапная деятельность, включающая построение идеализированной физической модели, позволяющей применить к рассматриваемому явлению соответствующие законы и теории; анализ условий задачи и определение ее содержательных характеристик; построение знаково-символической модели в виде краткой записи, графика, схемы или чертежа; выбор необходимых формул и зависимостей; выполнение расчетов; формулировку ответа с указанием единиц измерения; а также проверку его достоверности и физической правдоподобности. При необходимости отдельные этапы могут быть объединены, переставлены местами или частично опущены в зависимости от специфики задачи и уровня подготовки обучающихся.

В качестве методических рекомендаций по использованию ситуационных задач в процессе обучения физике целесообразно выделить несколько последовательных действий: определение цели задания и планируемого образовательного результата; отбор конкретной ситуации, связанной с повседневной жизнью, профессиональной деятельностью или физическим экспериментом; предоставление информации, необходимой для решения задачи; организацию самостоятельной разработки решения обучающимися; обсуждение полученных результатов и используемых способов действия; а также предоставление обратной связи, включающей оценку правильности решения и анализ допущенных ошибок.

Особое значение имеет рефлексивный этап, предполагающий обсуждение с обучающимися того, какие знания, способы действия и интеллектуальные приемы были освоены в процессе решения. Кроме того, перед началом работы с серией ситуационных задач важно определить цели, ожидаемые результаты и критерии оценки. Это позволяет повысить осознанность учебной деятельности и сделать применение ситуационных задач более результативным.

Таким образом, ситуационные задачи занимают значимое место в системе обучения физике, выступая эффективным средством формирования предметных знаний, универсальных учебных действий и ключевых компетенций обучающихся. Их применение обеспечивает связь теоретического материала с практикой, способствует развитию аналитического, критического и исследовательского мышления, а также создает условия для интеграции знаний из различных предметных областей. Это позволяет рассматривать ситуационные задачи как важный компонент современного физического образования, отвечающий требованиям практико-ориентированного и компетентностного подходов.

Список литературы и используемых источников

1. Акулова А.В. Конструирование ситуационных задач для оценки компетентности учащихся: Учебно-методическое пособие для педагогов школ. – СПб.: КАРО, 2008.

2. Демидова М. Компетентностно-ориентированные задания в естественно-научном образовании // Народное образование. – 2008. – № 4.

3. Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированного образования // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58–64.

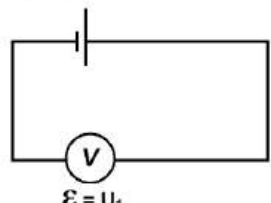
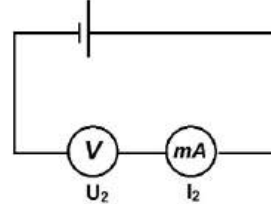
4. Хуторской А.В. Технология проектирования ключевых и предметных компетенций // Интернет-журнал «Эйдос». – 2005. – 12 декабря. – URL: <http://www.eidos.ru/journal/2005/1212.htm> (дата обращения: 10.03.2026)

КОМПЛЕКТ ИЗ 4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ПО ТЕМАМ «ЗАКОН ОМА ДЛЯ ПОЛНОЙ ЦЕПИ», «ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ», «САМОИНДУКЦИЯ», «ПРАВИЛО ЛЕНЦА»

*Мамичев Дмитрий Иванович,
Мамичева Ирина Сергеевна,*

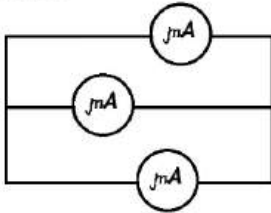
учителя физики, МБОУ Шаталовская СШ Починковского МО

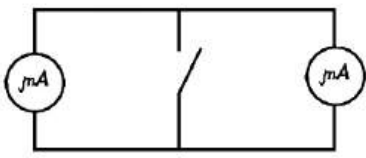
Предлагаем рассмотреть комплект из 4 экспериментальных задач с амперметрами. С амперметрами (миллиамперметрами и микроамперметрами) и подсказками. Количество подсказок, конечно, определит уровень самостоятельности, но подсказка точно поможет решить задачу.

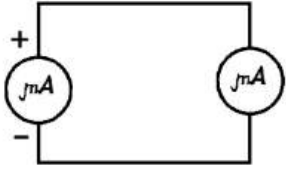
ЗАДАЧА 1.	
Определите внутренние сопротивления миллиамперметра и вольтметра	
ОБОРУДОВАНИЕ: миллиамперметр, вольтметр, соединительные провода, гальванический элемент 1,5 - 4,5 В	
ПОДСКАЗКА1:	
вольтметр показывает напряжение «на самом себе», миллиамперметр – ток «через себя»	
ПОДСКАЗКА 2:	
Соберите схему (рис.1) и определите значение ε	<p style="text-align: center;">РИС.1</p> 
Соберите схему (рис.2) и определите показания приборов U_2, I_2	<p style="text-align: center;">РИС.2</p> 
ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ:	
$R_V = \frac{U_2}{I_2}$	$R_{mA} = \frac{U_1 - U_2}{I_2}$

Задачи логичнее решать по порядку, так раскрываются особенности явлений.

Далее миллиамперметр заменен на микроамперметр.

ЗАДАЧА 2. Потребуется неисправный микроамперметр.	
Имеется три микроамперметра. Обмотка одного из них имеет разрыв. Используя соединительные провода, определите неисправный микроамперметр	
ОБОРУДОВАНИЕ: 3 микроамперметра, соединительные провода	
ПОДСКАЗКА1:	
Вспомните устройство и принцип действия приборов магнитоэлектрической системы	
ПОДСКАЗКА 2:	
Если раскачать рамку микроамперметра, в обмотке возникнет ЭДС индукции	
ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ:	
Соберите схему (рис.3)	<p>рис.3</p> 
Аккуратно покачивая один из микроамперметров, наблюдайте за поведением стрелок оставшихся приборов	
Если обе они неподвижны, значит неисправный прибор у вас в руках	
Иначе неисправным является тот, у которого стрелка не раскачивается	

ЗАДАЧА 3.	
Используя ключ и соединительные провода, определите, какой из двух микроамперметров неисправен	
ОБОРУДОВАНИЕ: 2 микроамперметра, соединительные провода	
ПОДСКАЗКА:	
Помимо явления электромагнитной индукции существует явление самоиндукции. В качестве магнитного поля используйте магнитное поле Земли	
ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ:	
Соберите схему (рис.4)	<p>рис. 4</p> 
Покачивая один из микроамперметров, замкните ключ	
Если прибор исправен, амплитуда колебаний его стрелки в момент замыкания ключа резко уменьшится	

ЗАДАЧА 4. Потребуется микроамперметр с неизвестной полярностью.	
Как, имея микроамперметр с известной полярностью, установить неизвестную полярность второго микроамперметра?	
ОБОРУДОВАНИЕ: 2 микроамперметра, 2 соединительные провода	
ПОДСКАЗКА:	
Если в электроизмерительном приборе перепутать полярность, его стрелка будет отклоняться влево	
ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ:	
Соберите схему (рис.5)	<p>рис.5</p> 
Покачивая прибор с известной полярностью, наблюдайте за стрелкой испытуемого прибора	
Если стрелки колеблются в противофазе, значит, приборы соединены противоположными полюсами. Иначе - наоборот	

Составитель
Цыганкова Полина Владимировна

**СБОРНИК ЛУЧШИХ ПРАКТИК
ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ
НА УГЛУБЛЁННОМ УРОВНЕ**

Подписано в печать 27.05.2026 г. Бумага офсетная.
Формат 60x84/16. Гарнитура «Times New Roman».
Печать лазерная. Усл. печ. л. 5,75
Тираж 100 экз.

ГАУ ДПО СОИРО
214000, г. Смоленск, ул. Октябрьской революции, 20а

