

**Методическое сопровождение
изучения темы «Производная»
в курсе алгебры и начал анализа общеобразовательной школы**

Данное методическое сопровождение составлено на основе материалов участников круглого стола «Изучаем тему «Производная», проведенного 22 – 25 января 2021 года в дистанционном формате с целью методического сопровождения непрерывного профессионального развития педагогов.

Проблемное поле:

- Методические аспекты (методические приемы) при изучении темы «Производная» обучающимися 10 - 11 классов;
- Дидактическая база учителя (при изучении темы «Производная»);
- Памятки для обучающихся по теме «Производная»;
- Нестандартные подходы для формирования осознанных навыков дифференцирования;
- Система упражнений для чтения графиков производной и графиков функций, исходя из геометрического смысла производной.

Опыт работы по изучению темы «Производная»

представили учителя математики Смоленской области:

- «Методика подготовки к ЕГЭ по теме «Производная» (*Банькова Н. В. и Гелюх Н. М.*, МБОУ "Средняя школа № 2" г. Велижа);
- «Конспект урока по теме «Экстремумы функций», математика 11 класс (*Никитина Е. А.*, МБОУ "Средняя школа № 3 им. Ленинского комсомола" г. Гагарина);
- «Разработка уроков по теме «Производная» с использованием дифференцированного обучения» (*Евдокимова И. С.*, МБОУ Хохловская СШ Смоленского района);
- «Изучение темы «Производная и ее геометрический смысл» (*Жмуркина С. Н.*, МКОУ "Прудковская СОШ" Сафоновского района);
- «Производная в ЕГЭ. Изучаем производную, систематизируем, обобщаем и применяем знания» (*Мальшева И. Н.*, МБОУ СОШ № 3 г. Вязьмы);
- «Демонстрационный материал к урокам по темам: «Определение производной», «Исследование функций»; «Памятки»; «Формирование навыков дифференцирования» (*Панина Н. А.*, МБОУ "СШ № 33" г. Смоленска);
- «Изучаем тему «Производная» по учебнику «Алгебра и начала математического анализа» Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова, М.

И. Шабунин, Харитонов Л. Г., МБОУ Шимановская СОШ Вяземского района);

- «Система упражнений для чтения графиков производной и графиков функций, исходя из геометрического смысла производной» (Ипатова И. Н., МБОУ Гимназия г. Сафоново).

Актуальность изучения темы «Производная»

Понятие «производная» является фундаментальным для более сложных разделов математического анализа. Производная используется при решении практических задач, связанных с исследованием физических явлений и построением графиков функций. Поэтому без четкого понимания темы «Производная» невозможно дальнейшее освоение математики, физики, химии, экономики.

Обучающиеся средней школы испытывают затруднения при изучении производной. Это связано с тем, что производная является одним из абстрактных понятий, физический смысл которой трудно представить наглядно; определение производной базируется на понятии предела, которому уделяется недостаточно внимания в школьном курсе; при определении производной используются новые термины; появляются новые способы действий и т.д.

Методические приемы, для формирования определения производной, её приложения в математике и физике

1. Приступая к изучению производной целесообразно:

1) повторить все вопросы, связанные с линейными и элементарными функциями, т.к. основная идея дифференциального исчисления - это представление функции как о линейной в достаточно малой окрестности некоторой точки;

2) отработать такие понятия, как приращение функции и аргумента, выработать твердые навыки их нахождения;

3) выяснить геометрический смысл отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю, ввести понятие касательной к кривой как предельного положения секущей.

2. Классически удачным способом введения понятия производной является решение подводящих задач о нахождении мгновенной скорости прямолинейного движения, о линейной плотности в точке, о мгновенной

величине тока, используя видеоролики. Главная цель на этом этапе - показать обучающимся целесообразность изучения этой темы.

3. Особое внимание необходимо уделить сложной функции и ее производной, т.к. наибольшее количество ошибок связано именно с ней.

4. Вступительная беседа к геометрическому смыслу производной может иметь следующую идею:

- 1) показать, что функции, графиками которых являются кривые, описывают многие важные физические и технические процессы;
- 2) по сравнению с прямой кривые постоянно меняют угол наклона;
- 3) кривые могут быть непрерывными и при этом иметь точки, в которых нельзя провести касательную.

5. Этапы изучения геометрического смысла производной:

- 1) определение углового коэффициента прямой, угла наклона между положительным направлением оси Ox и прямой, свойства функции и графика в зависимости от коэффициента;
- 2) определение касательной к графику дифференцируемой функции;
- 3) геометрический смысл производной;
- 4) уравнение касательной к графику дифференцируемой функции.

6. Теоретический материал по исследованию функции может быть введен следующим образом:

Способ 1: на основании эмпирических исследований (наблюдение, индукция, дедукция, проверка гипотез) с последующими формулировками всех утверждений (без доказательств);

Способ 2: после эмпирических исследований показать в общем виде схему доказательства теорем; формулу Лагранжа дать без доказательства, а остальные теоремы доказать на ее основе.

Способ 1 рекомендуется для базового уровня обучения, способ 2 – для углублённого и профильного обучения.

7. Основные этапы исследования функции:

- 1) установление области определения функции;
- 2) нахождение производной;
- 3) нахождение стационарных и критических точек;
- 4) установление промежутков монотонности;
- 5) нахождение точек экстремума;
- 6) построение графика функции или ответ на главный вопрос задачи.

8. Одним из трудных вопросов является решение задач на наибольшее и наименьшее значение (задачи на оптимизацию), связаны с построением и исследованием некоторой модели. Трудности возникают при составлении математической модели на основе условия задачи. Здесь

требуется грамотный анализ условия, опора на полученный при работе с сюжетными (текстовыми) задачами опыт поиска решения.

Решение тестовых задач физического, геометрического и практического содержания с применением производной позволяет обучающимся познакомиться со всеми этапами решения прикладных задач: составление математической модели (перевод задачи на язык функций), решение полученной задачи средствами математического анализа, и наконец, интерпретация полученного решения в терминах исходной задачи.

9. Работая над техникой дифференцирования функций, требовать выполнения 5 шагов обучающимися:

Шаг 1. Определить последнее действие в формуле, задающей функцию;

Шаг 2. Выбрать правило дифференцирования, соответствующее последнему действию, и применить его (при отсутствии действий: сложение, вычитание, умножение, деление – шаг отсутствует);

Шаг 3. Выбрать последнее действие в компоненте, находящейся под знаком дифференцирования, и сконцентрировать своё внимание на установлении вида функции;

Шаг 4. Осознать, какую функцию (элементарную или сложную) дифференцируют;

Шаг 5. Осуществить окончательный выбор формулы дифференцирования (возможно, лишь на промежуточном этапе) и применить её.

Шаги повторяются до получения окончательного результата.

Изучение темы «Производная» – актуальная и волнующая тема для каждого учителя математики. Познакомившись с материалом по теме «Производная» в учебниках под редакциями А.Г. Мордковича, С.М. Никольского, А.Ш. Алимова, А.Н. Колмогорова, Ю. М. Колягина можно заметить, что основные принципы изучения этой темы схожи. Они представляют собой стандартный набор сведений о производной: понятие, геометрический смысл, таблица производных, правила дифференцирования. Имеются различия в приложении по теме. К сожалению, немаловажная и интересная информация об истории возникновения и развития производной отсутствует. Устранить это в силах любого учителя математики. Для этого, на уроке или внеурочных занятиях можно использовать: практические задачи на нахождение кратчайшего пути (важные предпосылки появления дифференциального исчисления); задачи на нахождение максимума и минимума (экстремумов) функции (V в. до н.э.). Можно предложить обучающимся подготовить сообщения о решении задач Евклидом, Архимедом, Кеплером, Героном, Ферма. Это интересно, так как общие

способы не были разработаны, каждая задача имела индивидуальное решение. Лишь в XVII веке Ньютоном и Лейбницем были разработаны общие методы решения задач на экстремум (максимум и минимум).

Использование исторических сведений при введении темы «Производная» рекомендуем осуществлять по плану:

- 1) развитие и возникновение понятия производной;
- 2) примеры, приводящие к понятию производной;
- 3) И. Ньютон и его дифференциальное исчисление;
- 4) роль Лейбница в создании дифференциального исчисления.

Проведение интегрированных уроков «Производная в физике и технике». Проведение таких уроков является обязательным при изучении темы, так как уровень интеграции содержания сводится к параллельному существованию в одном уроке различных пластов материала по физике и математике. Это уроки, способствующие **целостному восприятию** изучаемых по данной теме вопросов. Формы уроков различны: практикумы, конференции и т.п. Более подробно этот вопрос освещен в Приложении № 1.

Спасибо всем участникам круглого стола за предоставленные материалы.

Р.С. 29 января 2021 года на региональном вебинаре «Подготовка к ЕГЭ по математике (профильный уровень)» представлены методические материалы участников круглого стола и проведен практикум с демонстрацией приемов и способов решения упражнений по теме «Производная» в заданиях №7 и №12 ЕГЭ по математике профильного уровня (материалы прилагаются).

Карамулина Ирина Владимировна,
методист кафедры методики преподавания предметов основного и среднего образования
ГАУ ДПО СОИРО, руководитель ОМО учителей математики Смоленской области;

Панина Нина Александровна,
учитель математики МБОУ «СШ № 33» г. Смоленска,
председатель региональной предметной комиссии по математике в 11 классе;

Харитонова Людмила Георгиевна,
учитель математики МБОУ Шимановской СОШ Вяземского района,
председатель ОМО учителей математики Смоленской области;

Цыганкова Полина Владимировна,
методист кафедры методики преподавания предметов основного и среднего образования
ГАУ ДПО СОИРО, руководитель ОМО учителей физики Смоленской области