

**Аналитическая справка
по результатам мониторинга №2 достижения обучающимися 11 классов
общеобразовательных организаций Смоленской области планируемых
предметных результатов по математике базового и углубленного уровней**

Мониторинг достижения обучающимися 11 классов общеобразовательных организаций Смоленской области планируемых предметных результатов по математике базового и углубленного уровней проводился 15-16 декабря 2021 года на основании приказа ГАУ ДПО «Смоленский областной институт развития образования» 13.12.2021 № 1028.

Цель проведения: повторное определение уровня подготовки обучающихся 11 классов общеобразовательных организаций Смоленской области в соответствии с требованиями ФГОС, оценки уровня подготовки к сдаче единого государственного экзамена по математике и определение направлений адресной помощи обучающимся в подготовке к итоговой аттестации.

Предмет исследования: уровень сформированности предметных результатов по математике базового и углубленного уровней.

Участники мониторинга №2: обучающиеся 11 классов общеобразовательных организаций Смоленской области.

Для проведения мониторинга №2 разработаны контрольно-измерительные материалы, включающие тексты заданий в двух вариантах одинаковой сложности (для каждого уровня), спецификацию и кодификатор работы, ответы и критерии оценивания, а также шкалу перевода полученных обучающимися баллов в отметку по 5-балльной шкале.

Содержание диагностической работы разработано на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (ФГОС) (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 № 413 с изменениями, внесёнными приказами Министерства образования и науки Российской Федерации от 29.12.2014 № 1645, от 31.12.2015 № 1578, от 29.06.2017 № 613, приказами Министерства просвещения Российской Федерации от 24.09.2020 № 519, от 11.12.2020 № 712) с учётом примерной основной образовательной программы среднего общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28.06.2016 № 2/16з)) и соответствует проекту демоверсии 2022 года.

Задания, как углубленного, так и базового уровня сложности, предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего (полного) общего образования. Работа позволила более чётко распознать зону актуального развития обучающихся и осознать уровень и степень готовности обучающихся к ЕГЭ по математике, обнаружить точки роста. Для обучающихся работа способствовала осознанному выбору уровня (базовый или профильный) экзамена

по математике в 2022 году, повышению внутренней мотивации в процессе подготовки к ЕГЭ.

Распределение заданий КИМ ЕГЭ по содержанию и способам действий. Задания проверяли следующий учебный материал:

Математика, 5–6 классы.

Алгебра, 7–9 классы.

Алгебра и начала анализа, 10–11 классы.

Теория вероятностей и статистика, 7–9 классы.

Геометрия, 7–11 классы.

Содержание диагностической работы дало возможность проверить комплекс умений по предмету, причём 4 умения диагностировались повторно с расширением зоны применения:

- уметь решать уравнения и неравенства (на базовом уровне – повторно);
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (повторно);
- уметь выполнять вычисления и преобразования (повторно);
- уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь строить и исследовать математические модели (повторно),

и по результатам диагностики, исходя из индивидуальных способностей обучающихся составить прогноз успешности обучающегося на экзамене по математике в 2022 году.

Результаты мониторингового исследования следующие.

В исследовании участвовали 186 общеобразовательных организаций Смоленской области, которые представили отчёты о проведении диагностической работы №2 по математике в рамках подготовки к ЕГЭ 2022 года.

В таблице 1 обобщены результаты участия в диагностической работе.

Таблица 1

Результаты участия обучающихся 11-х классов образовательных организаций Смоленской области в диагностировании по определению уровня подготовки к ЕГЭ по математике

П/п	Район	Кол-во школ	Кол-во классов	Всего уч-ся (чел)	Выполняли работу (чел)	Не выполняли работу (чел)
1	Велижский	3	3	32	30	2
2	Вяземский	22	27	320	260	60
3	Гагаринский	11	12	131	108	23
4	Глинковский	2	2	4	3	1
5	Демидовский	2	2	7	7	0

6	Дорогобужский	8	9	108	99	9
7	Духовщинский	3	3	30	28	2
8	Ельнинский	4	4	50	39	11
9	Ершичский	3	3	17	13	4
10	Кардымовский	2	2	23	21	2
11	Краснинский	6	8	46	44	2
12	Монастырщинский	3	3	19	18	1
13	Новодугинский	2	4	21	20	1
14	Починковский	8	9	81	69	12
15	Рославльский	18	21	236	198	38
16	Руднянский	5	6	45	39	6
17	Сафоновский	17	19	193	175	18
18	Смоленский	11	11	89	73	16
19	Сычевский	2	2	34	25	9
20	Темкинский	1	1	10	10	0
21	Угранский	2	2	12	8	4
22	Хиславичский	1	1	19	18	1
23	Х-Жирковский	6	6	33	29	4
24	Шумячский	5	6	43	33	10
25	Ярцевский	10	11	159	139	20
26	г. Десногорск	4	8	146	116	30
27	г. Смоленск	25	43	914	767	147
	ИТОГО:	186	228	2822	2389	433

По данным, представленными общеобразовательными организациями Смоленской области, в диагностировании участвовали 2389 обучающихся, что на 462 человека меньше участвующих в диагностической работе №1. Кроме этого, 433 ученика (15%) 11-х классов не приняли участие в диагностировании, поэтому необходимо организовать их диагностику для оценки уровня подготовки к сдаче единого государственного экзамена по математике на уровне образовательной организации в январе 2022 года.

При выполнении диагностической работы №2, обучающимся была предоставлена возможность выбора уровня: профильный или базовый с учетом проведенной корректировки основных математических умений обучающихся в период с 18.10.2021 по 15.12.2021.

Анализ результатов осуществлен с использованием кластерного подхода:

кластер 1 – массовые школы (без учёта школ из кластеров 2 и 3);

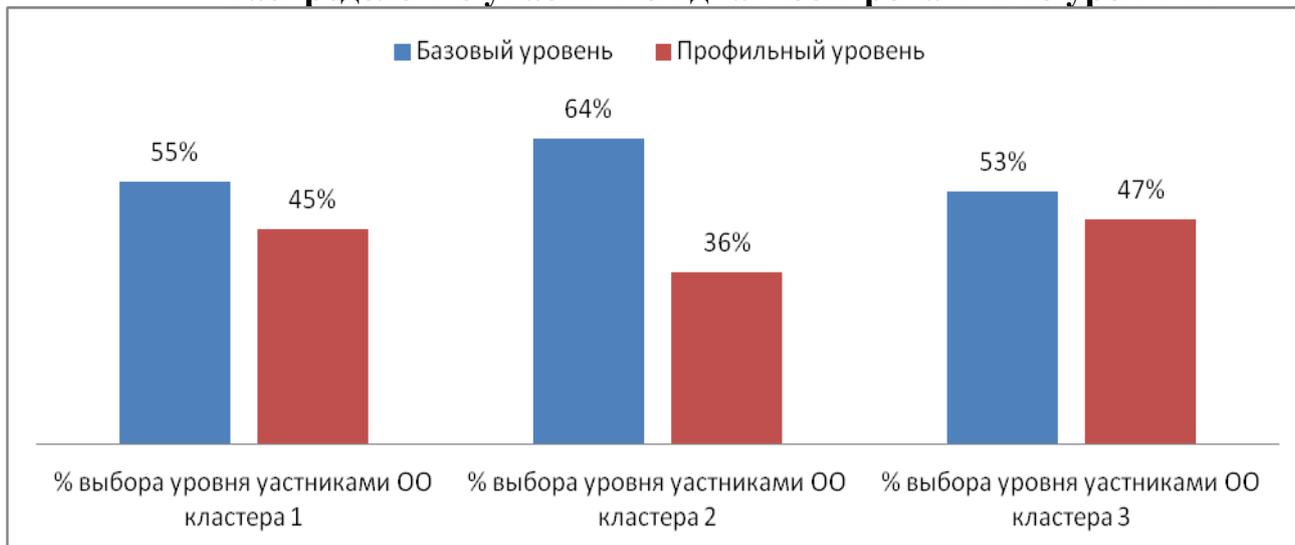
кластер 2 – школы с низкими образовательными результатами, которые сопровождает ЦНППМ ГАУ ДПО СОИРО

кластер 3 – школы с низкими образовательными результатами, которые сопровождают муниципальные образовательные центры.

1. Результаты выбора уровня выполнения работы представлены на диаграмме 1.

Диаграмма 1

Распределение участников диагностирования по уровням



По данным диаграммы видно, что большинство обучающихся, как и прежде, выбрали работу на «базовом» уровне. Это не случайно, так как большинство учащихся изучает математику на базовом уровне. При этом, более 1000 обучающихся претендуют на «профильный» уровень экзамена. По мнению учителей, правильный выбор, в соответствии со своими возможностями и старанием сделали лишь 62% обучающихся. Среди учеников, выполнявших работу на «базовом» уровне, 20% тех, т.е. каждый пятый, кто мог бы выполнить ее на «профильном» уровне, но их дальнейший выбор связан с определенными жизненными планами, где достаточен «базовый» уровень освоения математики.

Выполнение диагностической работы на профильном уровне

Статистические данные по выполнению диагностической работы на профильном уровне представлены в Таблице 2.

Таблица 2

Выполнение диагностической работы на профильном уровне

	Выбрали профильный уровень (ч)	Работу выполнили (ч / %)	Работу не выполнили (ч / %)
Участники кластера 1	858	588/68,5	270/31,5
Участники кластера 2	62	40/64,5	22/35,5
Участники школ кластера 3	143	61/42,7	82/57,3

Диагностическую работу №2 на профильном уровне выполняли 1063 ученика, что составило 45% от числа участников. Из них выполнили работу 689

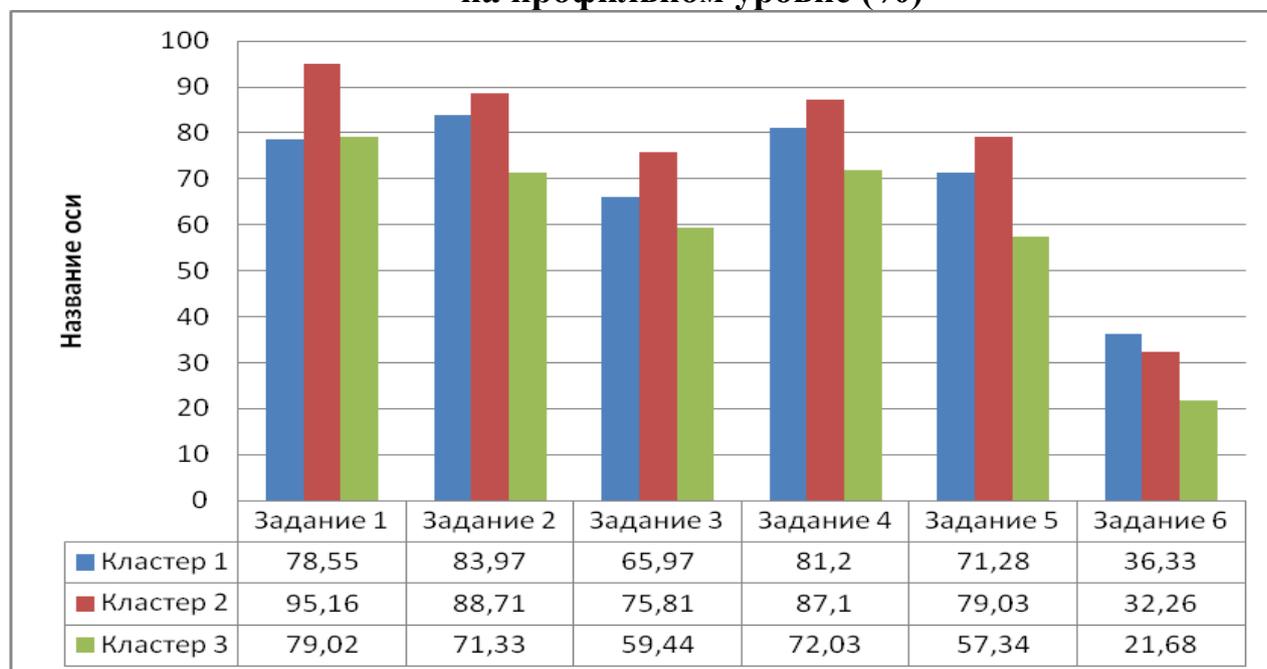
учеников (64,8%), не выполнили – 374 (35,2%). Соответственно у обучающихся школ кластера 1 процент выполнения 68,5, невыполнения – 31,5; кластера 2 процент выполнения – 64,5, невыполнения – 35,5. Результаты обучающихся этих двух групп улучшились, что нельзя сказать о результатах обучающихся школ кластера 3. Значительное понижение (в пределах 20%) можно объяснить тем, что в обозначенный период времени не была проведена соответствующая коррекционная работа из-за сложной эпидемиологической обстановки.

Диагностическая работа № 2 по профильной математике состояла из пяти заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Задание № 6 – задание с развёрнутым ответом. По уровню сложности три задания (№ 1, 2, 3) имели базовый уровень, три задания (№ 4, 5, 6) – повышенный уровень сложности. Каждое задание оценивалось одним баллом.

На диаграмме 2 представлены результаты выполнения заданий (№1 - №6) трех кластеров.

Диаграмма 2

Результаты выполнения заданий диагностической работы на профильном уровне (%)



Пояснение к диаграмме:

ряд 1 - % выполнения диагностической работы на профильном уровне обучающимися школ кластера 1 от общего количества участников школ кластера 1;

ряд 2 - % выполнения диагностической работы на профильном уровне обучающимися школ с низкими результатами кластера 2 от общего количества участников школ кластера 2;

ряд 3 - % выполнения диагностической работы на профильном уровне обучающимися школ с низкими результатами кластера 3 от общего количества участников школ кластера 3.

Выполнение заданий свидетельствует о наличии общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе.

Сравнительный анализ результатов выполнения заданий диагностических работ № 2 и № 1 соответственно, проверяющих наличие умения повторно (по диаграммам 2 двух аналитических справок):

№ 1 и № 1 (умение решать уравнения базового уровня сложности). Динамика: $-3,28\%$ в кластере 1, $+2,66\%$ в кластере 2, $-6,87\%$ в кластере 3;

№ 2 и № 3 (умение выполнять действия с геометрическими фигурами на плоскости, находить углы, расстояния). Динамика: $+5,19\%$ в кластере 1, $-1,29\%$ в кластере 2, $-11,49\%$ в кластере 3;

№ 4 и № 4 (умения выполнять вычисления, преобразования). Динамика: $+15,89\%$ в кластере 1, $+13,35\%$ в кластере 2, $-2,82\%$ в кластере 3;

№ 5 и № 6 (уметь строить и исследовать математические модели). Динамика: $+16,86\%$ в кластере 1, $+9,03\%$ в кластере 2, $+8,87\%$ в кластере 3.

Положительная динамика свидетельствует о правильно организованной по итогам диагностики № 1 коррекционной работе. Но, несмотря на положительную динамику, результат сформированности основных умений вызывает тревогу: в целом, умения сформированы только на достаточном уровне, что не может являться гарантией хорошего результата на ЕГЭ. Считать, что коррекция достигла цели, рано. Все темы коррекционной работы должны оставаться под контролем педагога, определяющим направления коррекции конкретного умения, частоту и дозирование для каждого обучающегося индивидуально. Кроме этого, круг коррекции необходимо расширить, учитывая результаты диагностики № 2 и результаты успешности обучающихся при выполнении тренировочных вариантов.

Отрицательная динамика в кластере 3 свидетельствует о недостаточности (или неправильной организации) коррекционной работы. Муниципальным образовательным центрам следует обратить внимание на это.

Тригонометрическое задание с развёрнутым ответом вызвало наибольшие затруднения у обучающихся всех трех кластеров. Возможная причина – недостаточное владение методикой применения тригонометрических формул (или незнание тригонометрических формул), неумение составлять формулы корней уравнения. Коррекционная работа по теме «Тригонометрия» должна быть организована не позднее марта 2022 года (в противном случае доминантой деятельности будет служить кратковременная память, а не осознание методов и приёмов действий; результат выполнения тригонометрического задания на ЕГЭ будет носить случайный характер).

Рекомендации по организации дальнейшей работы будут общими для всех участников диагностирования, так как всем учителям необходимо проанализировать выполнение двух диагностических работ каждым учеником и в соответствии с результатами и рекомендациями, продолжить подготовку к итоговой аттестации. Обучающиеся, чьи результаты по итогам двух диагностических работ, ниже 4-х баллов, требуют особого внимания, как со стороны учителя, так и со стороны администрации ОО, родителей.

Эффективно организовать коррекционную индивидуальную работу помогают листы успешности обучающихся (см. образец в Приложении).

Выполнение диагностической работы на базовом уровне

Статистические данные по выполнению диагностической работы № 2 на базовом уровне представлены в таблице 3.

Таблица 3

Выполнение диагностической работы на базовом уровне

	Выбрали базовый уровень (ч)	Работу выполнили (ч / %)	Работу не выполнили (ч / %)
Участники школ кластера 1	1058	735/ 69,5	323/ 30,5
Участники школ кластера 2	109	83/ 76,1	26/ 23,9
Участники школ кластера 3	159	76/ 47,8	83/ 52,2

Диагностическую работу на базовом уровне выполняли 1326 учеников, что составило 55% от числа всех участников диагностирования №2. Из них выполнили работу 894 учеников (67,4%), не выполнили – 432 (32,6%). Соответственно у учеников школ кластера 1 процент выполнения – 69,5, невыполнения – 30,5; кластера 2: процент выполнения – 76,1, невыполнения – 23,9. Результаты обучающихся школ кластера 3: процент выполнения – 47,8, невыполнения – 52,2. Результаты Кластера 3, как и на «профильном» уровне, значительно ниже, поэтому муниципалитетам следует усилить работу по сопровождению образовательных организаций по вопросам подготовки к итоговой аттестации по математике. Важно серьезно проанализировать результаты, выявить лучшие школы в муниципалитете и организовать обмен опытом. В случае, если нет возможности организовать такую работу на уровне района, необходимо обратиться за помощью в образовательные организации, которые будут представлены, как школы, с наилучшими результатами по итогам двух диагностических работ.

Диагностическая работа по базовой математике состояла из семи заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое задание оценивалось одним баллом.

На диаграмме 3 представлены результаты выполнения заданий (№1 - №7) по кластерам образовательных организаций.

Пояснение к диаграмме:

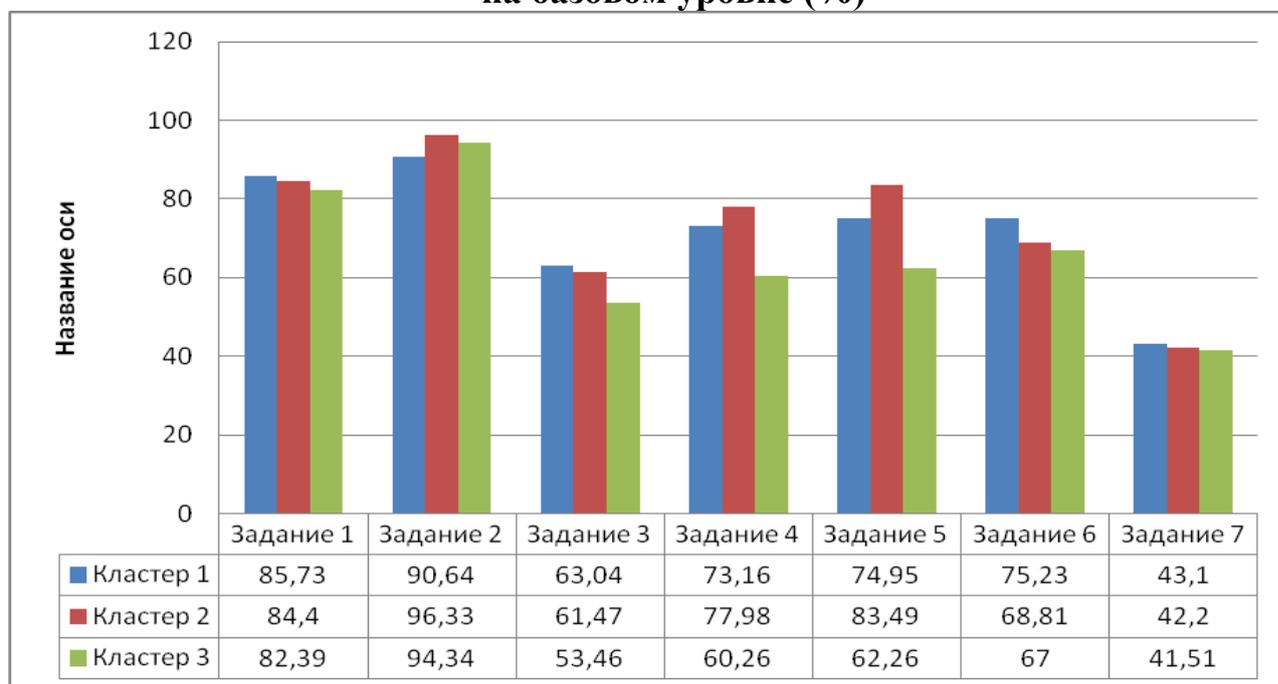
ряд 1 - % выполнения диагностической работы на базовом уровне обучающимися школ кластера 1 от общего количества обучающихся школ кластера 1, участвующих в диагностической работе;

ряд 2 - % выполнения диагностической работы на базовом уровне обучающимися школ с низкими результатами кластера 2 от общего количества обучающихся школ кластера 2, участвующих в диагностической работе;

ряд 3 - % выполнения диагностической работы на базовом уровне обучающимися школ с низкими результатами кластера 3 от общего количества обучающихся школ кластера 3, участвующих в диагностической работе.

Диаграмма 3

Результаты выполнения заданий диагностической работы на базовом уровне (%)



Содержание диагностической работы по базовой математике позволило проверить комплекс умений по предмету:

- уметь выполнять вычисления и преобразования (повторно);
- уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (повторно);
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь строить и исследовать математические модели (повторно);
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.

Сравнительный анализ результатов выполнения заданий диагностических работ № 2 и № 1 соответственно, проверяющих наличие умения повторно (по диаграммам 3 и 4 двух аналитических справок):

№ 1 и № 1 (умение выполнять вычисления и преобразования). Динамика: +4,79% в кластере 1, +5,33% в кластере 2, +9,49% в кластере 3;

№ 2 и № 2 (умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни). Динамика: +5,44% в кластере 1, +19,59% в кластере 2, +10,3% в кластере 3;

№ 5 и № 5 (уметь строить и исследовать математические модели). Динамика: +10,72 в кластере 1, +23,80% в кластере 2, +8,54% в кластере 3.

Положительная динамика свидетельствует о наличии коррекционной работы по ликвидации пробелов в знаниях и умениях обучающихся, планирующих сдавать ЕГЭ по математике на базовом уровне. Однако, диаграмма 3 показывает, что обучающиеся успешны именно в заданиях: № 1 и 2, остальные задания выполняют недостаточно хорошо. Наибольшие затруднения у обучающихся, при выполнении диагностической работы на базовом уровне, вызвали геометрические задания, а также задания, в которых необходимо было продемонстрировать умения решать уравнения и неравенства (критический уровень сформированности умения).

Каждый третий, планирующий сдавать ЕГЭ по математике на базовом уровне, к преодолению минимального порога ещё не готов.

ВЫВОДЫ:

1. Результаты обучающихся по диагностической работе № 2 углубленного уровня улучшились на 5%. Было 60%, стало – 65%. Есть положительная динамика, хоть и небольшая. Этому способствовала организация систематического повторения курса математики, зачётная система контроля умений при выполнении заданий-прототипов ЕГЭ.

Сложность диагностической работы № 2 повысилась, поэтому статистика результатов не отражает динамику в полной мере.

2. На конец I полугодия учебного года у 35% обучающихся необходимые математические умения не сформированы для успешного прохождения ЕГЭ по математике углубленного уровня.

3. Значительно повысился процент выполнения обучающимися диагностической работы № 2 базового уровня. Было 40%, стало – 67%.

4. На конец I полугодия учебного года у 33% обучающихся необходимые математические умения не сформированы для успешного прохождения ЕГЭ по математике базового уровня.

5. В кластере 3 доля обучающихся, непреодолевших минимальный порог диагностической работы № 2 и на профильном уровне, и на базовом уровне, превышает 50%.

6. Лучшие результаты диагностической работы достигнуты в МБОУ «Гимназия №1 имени Н.М. Пржевальского», МБОУ «Гимназия №4», МБОУ «Лицей №1 имени академика Б.Н. Петрова», ЧОУ «Смоленский ФМЛ при МИФИ», МБОУ «СШ №33», МБОУ «СШ № 6» г. Смоленска, МКОУ «Новодугинская СШ», МБОУ «Средняя школа №7 г. Рославля», МБОУ «СШ №2» г. Велижа.

7. Не все темы еще успели повторить (классы уходили на карантин и дистанционное обучение. Болели учителя-предметники и ученики).

РЕКОМЕНДАЦИИ

1. Органам местного самоуправления, осуществляющим управление в сфере образования организовать работу по распространению опыта работы

учителей математики МБОУ «Гимназия №1 имени Н. М. Пржевальского», МБОУ «Гимназия №4», МБОУ «Лицей №1 имени академика Б. Н. Петрова», ЧОУ «Смоленский ФМЛ при МИФИ», МБОУ «СШ №33», МБОУ «СШ № 6» г. Смоленска, МКОУ «Новодугинская СШ», МБОУ «Средняя школа №7 г. Рославля», МБОУ «СШ №2» г. Велижа в части достижения предметных результатов по математике базового и углубленного уровней.

2. ЦНППМ ГАУ ДПО СОИРО организовать сопровождение учителей образовательных организаций Смоленской области из списка школ кластера 2 по вопросу подготовки обучающихся к итоговой аттестации по математике, исходя из результатов диагностики и разработанных направлений их коррекции.

3. Муниципальным образовательным центрам организовать сопровождение учителей образовательных организаций Смоленской области из списка школ кластера 3 по вопросу подготовки обучающихся к итоговой аттестации по математике, исходя из результатов диагностики и разработанных направлений их коррекции.

4. Учителям математики проанализировать каждую работу ученика с целью выявления

- хорошо сформированных умений и навыков,
- умений недостаточно сформированных (в том числе и несформированных вовсе),
- зоны ближайшего математического развития обучающихся,
- учащихся, которые могут выполнять роль консультанта для своих одноклассников,
- учащихся, требующих пристального внимания и ежедневного контроля их каждой классной и домашней работы.

Это позволит учителю правильно спланировать подготовку к ЕГЭ-2022 по математике, отобрать содержание корректирующей работы, выбрать эффективные формы и методы коррекции результата, адресно организовать педагогическую поддержку обучающихся.

5. Рекомендуем вести индивидуальные листы успешности обучающихся, (см. образец в Приложении).

Для эффективной ликвидации пробелов в знаниях предлагаем рекомендации по организации коррекционной работы по каждому заданию.

5. Учителям математики для организации подготовки к ГИА обратить внимание на разработанные направления коррекции.

Задание 1. Цель: у каждого обучающегося выявить уровень сформированности компетенции «уметь решать уравнения» и выявить группу учащихся, которым требуется коррекция умения.

Рекомендации по коррекции умения: используя тренировочную базу, создать условия для полного освоения темы «Решение уравнений (базовый уровень сложности)». Актуальны тренировочные базы ФИПИ, Решу ЕГЭ, Я сдам ЕГЭ и другие. Полная группа прототипов – это совокупность линейных, квадратных, простейших кубических, дробно-рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений вида:

1. Линейные, квадратные, кубические уравнения

1. Найдите корень уравнения $-\frac{2}{3}x = 5\frac{1}{3}$.

2. Найдите корень уравнения $(x+3)^2 = (x-5)^2$.

3. Решите уравнение $(2x-1)^2 = (2x+3)^2$.

4. Решите уравнение $(3x-2)^2 = -24x$.

5. Найдите корень уравнения $x^2 - 9 = (x-9)^2$.

6. Найдите корень уравнения $\frac{1}{7}x^2 = 5\frac{1}{7}$. Если уравнение имеет более

одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

7. Найдите корень уравнения $x^2 - 11x + 30 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите сумму квадратов корней.

8. Найдите корень уравнения $(x+3)^3 = -64$.

2. Дробно-рациональные уравнения

1. Найдите корень уравнения $\frac{2x-87}{x+11} = -6$.

2. Найдите корень уравнения $x + \frac{15}{x-3} = \frac{5x}{x-3}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

3. Найдите корень уравнения $\frac{9}{x^2-7} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

4. Решите уравнение $\frac{x^2-x}{x-7} = \frac{7x-7}{x-7}$. Если корней более одного, то в ответе укажите бóльший из корней.

5. Решите уравнение $\frac{x-4}{x+5} = \frac{x-4}{2x-7}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

6. Решите уравнение $\frac{x^2-1}{x-3} = \frac{8x-16}{x-3}$. Если корней более одного, в ответе укажите сумму квадратов корней.

7. Решите уравнение $\frac{x+3}{3x-2} = \frac{x+3}{2x+4}$. Если корней более одного, в ответе укажите сумму квадратов корней.

8. Найдите корень уравнения $\frac{3}{x+11} = 5$.

3. Иррациональные уравнения

1. Найдите корень уравнения $\sqrt{8-5x} = 6$.

2. Решите уравнение $\sqrt{\frac{2-x}{4}} = \frac{1}{2}$.

3. Решите уравнение $\sqrt{\frac{5-x}{2}} = 0,1$.

4. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{3}{4x-1}} = 5$.

5. Решите уравнение $\sqrt{8-2x} = x$. Если корней более одного, то в ответе укажите меньший из них.

6. Решите уравнение $\sqrt{15-2x} = -x$. Если корней более одного, то в ответе укажите бóльший из них.

7. Решите уравнение $\sqrt{7-2x} = x-2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

8. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{2-4x} = -2$.

4. Показательные уравнения

1. Найдите корень уравнения $3^{2x+1} = 27$.

2. Найдите корень уравнения $4^{5x+1} = \frac{1}{16}$.

3. Найдите корень уравнения $\left(\frac{2}{5}\right)^{x+7} = \frac{4}{25}$.

4. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x-3} = 25$.

5. Решите уравнение $\left(\frac{11}{15}\right)^{2x+7} = \left(\frac{11}{15}\right)^{3x-5}$.

6. Решите уравнение $7^{4x+3} = 7^{3x-2}$.

7. Решите уравнение $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-10} = 3^{3x+8}$.

8. Решите уравнение $9^{12-x} = 27^{2x+7}$.

9. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{36}\right)^{7-x} = 6^{4x-1}$.

10. Решите уравнение $5^{2x+1} = 6,25 \cdot 2^{2x+1}$.

5. Логарифмические уравнения

1. Найдите корень уравнения $\log_3(4-2x) = 5$.

2. Найдите корень уравнения $\log_2(1-x) = -3$.

3. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{2}}(3-5x) = 2$.

4. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{3}}(7+2x) = -2$.

5. Решите уравнение $\log_{5-2x} 36 = 2$. Если корней более одного, то в ответе укажите бóльший из корней.

6. Решите уравнение $\log_{12}(4-2x) = \log_{12}(3+8x)$.

7. Решите уравнение $\log_8(x^2-4) = \log_8(2x+4)$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

8. Найдите корень уравнения $\log_9 3^{x+4} = 1$.

9. Найдите корень уравнения $3^{\log_2(x+4)} = 81$.

6. Тригонометрические уравнения

1. Решите уравнение $\sin \frac{\pi(x+3)}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

2. Решите уравнение $\cos \frac{\pi(x-2)}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответ запишите наименьший положительный корень.

3. Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{\pi(x-5)}{3} = -\sqrt{3}$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

PS. Обучающийся, выбирающий профильный экзамен по математике, должен осознавать, что

- задание «Решить уравнение» является одним из шести самых простых заданий ЕГЭ,
- его непременно нужно правильно выполнить,
- по содержанию экзаменационное задание окажется аналогичным одному из заданий прототипов.

Следовательно, указанные выше прототипы следует воспринимать как обязательные результаты обучения при выборе профильного экзамена. Выполнение с ошибками даже незначительной части предложенных заданий может обернуться низким результатом на ЕГЭ.

Задания 2 и 10. Цель: у каждого обучающегося выявить уровень сформированности компетенции «уметь строить простейшие математические модели» и выявить группу учащихся, которым требуется коррекция умения. Средство достижения цели: задача по теории вероятностей базового уровня сложности.

Классическая вероятность в задаче по ТВ – самая простая из всех возможных задач. Но и здесь важно понимать, что решение задачи по формуле классической вероятности возможно только тогда, когда все исходы испытания (опыта) равновозможны. Если это не так, то нужно изменить логику решения.

На ЕГЭ теория вероятностей будет представлена двумя задачами с кратким ответом. Задание № 2 имеет базовый уровень сложности, задание № 10 – повышенный уровень сложности. Задача № 10 – это интеграция: «Текстовая задача и вероятность», «Комбинаторика и вероятность», «Метод перебора и вероятность», «Алгебра событий и вероятность». В процессе подготовки к ЕГЭ по теории вероятностей важно отработать безупречный навык распознавания равновозможных и неравновозможных исходов испытания (опыта), сформировать ассоциативный ряд «ключевая фраза из текста задачи – первый шаг решения».

Также, как и в задании № 1, обучающийся, выбирающий профильный экзамен по математике, должен осознавать, что

- базовое задание по теории вероятностей является одним из шести самых простых заданий ЕГЭ,
- его непременно нужно правильно выполнить,

• по методу решения (а может быть, и по содержанию) экзаменационное задание окажется аналогичным одному из заданий прототипов.

Следовательно, прототипы базового уровня сложности следует воспринимать как обязательные результаты обучения при выборе профильного экзамена. Выполнение с ошибками даже незначительной части предложенных заданий может обернуться низким результатом на ЕГЭ. Понимая, что нужно не только сдать ЕГЭ, но и обеспечить возможность продолжения образования, подготовка к выполнению задания повышенного уровня сложности должна быть серьёзной.

1. **Прототипы базового уровня сложности**
(задание № 2)

1. В кармане у Коли было пять конфет — «Грильяж», «Ласточка», «Барбарис», «Взлётная» и «Василёк», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Коля случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Ласточка».

2. В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 7 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

3. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 190 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

4. На олимпиаде по русскому языку 250 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 120 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

5. За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

6. На первом этапе жеребьёвки восемь команд, среди которых команда «Динамо», распределены случайным образом по восьми игровым группам — по одной команде в группу. Затем по этим же группам случайным образом распределяются еще восемь команд, среди которых команда «ЦСКА». Найдите вероятность того, что команды «Динамо» и «ЦСКА» окажутся в одной игровой группе.

7. В соревновании по биатлону участвуют спортсмены из 25 стран, одна из которых — Россия. Всего на старт вышло 60 участников, из которых 6 — из России. Порядок старта определяется жребием, стартуют спортсмены друг за другом. Какова вероятность того, что десятым стартовал спортсмен из России?

8. У Вити в копилке лежит 12 рублёвых, 6 двухрублёвых, 4 пятирублёвых и 3 десятирублёвых монеты. Витя наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит более 70 рублей.

9. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы две решки.

10. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шашкистов, среди которых 3 спортсмена из России, в том числе Василий Лукин. Найдите вероятность того, что в первом туре Василий Лукин будет играть с каким-либо шашкистом из России.

11. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

12. В группе туристов 30 человек. Их вертолёт в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта.

13. В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по пять команд в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Франции окажется во второй группе?

14. Из множества натуральных чисел от 10 до 19 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

15. Игральную кость бросили два раза. Известно, что три очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 8».

2. Прототипы повышенного уровня сложности
(задание № 10)

16. В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

17. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Сапфир» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Сапфир» начнёт игру с мячом не более одного раза.

18. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

19. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,9. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,88. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

20. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

21. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая — 30%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стекол, а вторая — 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

22. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

23. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

24. Какова вероятность того, что случайно выбранный номер телефона оканчивается двумя чётными цифрами?

25. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25, вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе» равна 0,2, вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,11. Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.

26. На зачёте по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос по теме «Параллелограмм», равна 0,25. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на зачёте школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

27. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, команде нужно набрать хотя бы 3 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 2 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Известно, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований.

28. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,7 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 11 ноября, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 14 ноября в Волшебной стране будет отличная погода.

29. Агрофирма закупает яблоки в двух домашних хозяйствах. 40% яблок из первого хозяйства — яблоки высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яблок имеют высшую категорию. Всего высшую категорию получают 35% яблок.

Найдите вероятность того, что яблоко, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

30. В городе 48% взрослого населения — мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

31. Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

32. В коробке 8 синих, 6 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

33. Баскетболист М. выполняет 3-очковый бросок (попадает в кольцо) с вероятностью 0,9, если бросает мяч фирмы X, и с вероятностью 0,4, если бросает мяч фирмы У. В корзине лежат 4 мяча фирмы X и 6 мячей фирмы У. На тренировке М. случайным образом берёт из корзины мяч и бросает его в кольцо. Какова вероятность того, что 3-очковый бросок будет выполнен?

Задание 3. Геометрическая задача на плоскости. Базовый уровень сложности. Цель: у каждого обучающегося выявить уровень сформированности компетенции «уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами» и выявить группу учащихся, которым требуется коррекция умения.

Задача входит в шесть самых простых задач ЕГЭ. Невыполнение этого задания значительно ухудшит результат экзамена. Это должен понимать обучающийся, выбирающий экзамен по профильной математике.

Коррекцию умений следует начинать с актуализации теоретических знаний, рассматривая всю систему теоретических фактов. Эффективно проведение зачёта. На каждый предложенный вопрос обучающийся должен дать ответ (сформулировать определение или теорему) и проиллюстрировать утверждение на чертеже (предлагает обучающийся). На последующих уроках рекомендуется система дополнительных вопросов обучающемуся после его устного ответа на оценку по текущему содержанию обучения. Здесь можно пойти дальше, добавив третий шаг: на готовом чертеже (это чертежи к геометрическим задачам, в том числе и к прототипам задания № 3) найти предмет утверждения и зафиксировать геометрический факт, используя символику.

Перечень вопросов к зачёту и опросу:

1. Вертикальные углы
2. Смежные углы
3. Накрест лежащие углы при двух прямых и секущей
4. Односторонние углы при двух прямых и секущей
5. Соответственные углы при двух прямых и секущей
6. Свойство углов при параллельных прямых и секущей
7. Признаки параллельности прямых на плоскости

8. Теорема Фалеса
9. Обратная теорема Фалеса
10. Вписанный угол. Теорема об измерении вписанного угла
11. Свойство вписанных углов, опирающихся на одну и ту же дугу
12. Центральный угол. Теорема об измерении центрального угла
13. Угол между касательной и хордой, проведённой из точки касания
14. Свойство касательной к окружности
15. Свойство касательных к окружности, проведённых из одной точки
16. Свойство секущих, проведённых из одной точки
17. Свойство пересекающихся хорд
18. Диаметр, перпендикулярный хорде
19. Диаметр, делящий хорду пополам
20. Треугольник и его виды
21. Сумма углов треугольника
22. Внешний угол треугольника
23. Медиана треугольника. Свойство медиан треугольника
24. Теорема о точке пересечения медиан треугольника
25. Свойство медианы прямоугольного треугольника, проведённой из вершины прямого угла
26. Биссектриса угла. Свойство точек биссектрисы угла
27. Биссектриса треугольника. Свойство биссектрис треугольника
28. Биссектриса треугольника делит сторону треугольника ...
29. Высота треугольника. Свойство высот треугольника
30. Высота прямоугольного треугольника, опущенная из вершины прямого угла
31. Свойства равнобедренного треугольника
32. Признаки равнобедренного треугольника
33. Свойство острых углов прямоугольного треугольника
34. Теорема Пифагора
35. Средняя линия треугольника (определение, теорема)
36. Окружность, вписанная в треугольник. Её центр
37. Окружность, описанная около треугольника. Её центр
38. Выпуклый многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
39. Правильный n -угольник.
40. Нахождение внутреннего угла правильного n -угольника.
41. Нахождение количества сторон правильного n -угольника
42. Параллелограмм. Свойства параллелограмма
43. Признаки параллелограмма
44. Прямоугольник. Свойства прямоугольника
45. Признаки прямоугольника
46. Ромб. Свойства ромба
47. Признаки ромба
48. Квадрат. Свойства квадрата
49. Признаки квадрата

50. Трапеция и её виды. Свойство углов трапеции
51. Трапеция, вписанная в окружность
52. Свойства равнобедренной трапеции
53. Средняя линия трапеции (определение, теорема)
54. Окружность, описанная около четырёхугольника
55. Свойство углов четырёхугольника, вписанного в окружность
56. Окружность, вписанная в четырёхугольник
57. Свойство сторон четырёхугольника, описанного около окружности
58. Синус острого угла прямоугольного треугольника
59. Косинус острого угла прямоугольного треугольника
60. Тангенс острого угла прямоугольного треугольника
61. Признаки равенства треугольников
62. Признаки равенства прямоугольных треугольников
63. Признаки подобия треугольников
64. Площадь прямоугольного треугольника
65. Площадь треугольника (3 формулы нахождения площади)
66. Площадь треугольника, если в него вписана окружность
67. Способ нахождения радиуса вписанной окружности
68. Площадь треугольника, если вокруг него описана окружность
69. Способ нахождения радиуса описанной окружности
70. Площадь прямоугольника (2 формулы)
71. Площадь параллелограмма (3 формулы)
72. Площадь ромба (3 формулы)
73. Площадь квадрата (2 формулы)
74. Площадь трапеции (2 формулы)
75. Площадь четырёхугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны
76. Площадь круга и его частей
77. Длина окружности, длина дуги
78. Площадь многоугольника, в который вписана окружность
79. Теорема синусов
80. Теорема косинусов
81. Вектор. Координаты вектора
82. Действия над векторами в координатной форме
83. Коллинеарные векторы. Свойство координат коллинеарных векторов
84. Скалярное произведение векторов
85. Угол между векторами

Задание 4. Цель: у каждого обучающегося выявить уровень сформированности компетенции «уметь выполнять вычисления и преобразования» и выявить группу учащихся, которым требуется коррекция умения. Базовый уровень сложности. Это одно из шести самых простых заданий ЕГЭ. Как и в предыдущих трёх заданиях, это задание нужно непременно выполнить. Невыполнение значительно ухудшит результат.

Рекомендации по коррекции умения: используя тренировочную базу, создать условия для полного освоения темы «Вычисления и преобразования (базовый уровень сложности)». Актуальны тренировочные базы ФИПИ, Решу ЕГЭ, Я сдам ЕГЭ и другие. Полная группа прототипов – это совокупность преобразования алгебраических выражений и дробей, числовых и буквенных иррациональных выражений, числовых и буквенных логарифмических выражений, степенных, тригонометрических выражений, вычисление значения выражения. Это задания вида:

1. Преобразование алгебраических выражений и дробей

1. Найдите значение выражения $\frac{(15a)^2 + 15a}{15a + a}$
2. Найдите значение выражения $\frac{(27a^4)^2 \cdot (4b)^4}{(12a^2b)^4}$
3. Найдите значение выражения $\frac{4m^2 - 25}{2m + 5} - 2m$
4. Найдите значение выражения $(4a^2 - 25) \cdot \left(\frac{3}{2a + 5} - \frac{3}{2a - 5} \right)$
5. Найдите $p(x+2) \cdot p(-x-5)$, если $p(x) = \left(\frac{2}{3} \right)^x$
6. Найдите $p(x+2) + p(4-x)$, если $p(x) = \frac{x(6-x)}{x-3}$ при $x \neq 3$
7. Найдите $p(x+5) + p(11-x)$, если $p(x) = 7x + 3$
8. Найдите значение выражения $8(p(3x) - 3p(x+2))$, если $p(x) = 5x - 7$
9. Найдите $\frac{2a}{b}$, если $\frac{4a+7b}{7a+4} = -1$
10. Найдите $\frac{3a+30b+20}{2a+17b+10}$, если $\frac{a}{b} = -4$
11. Найдите $26a + 4b - 34$, если $\frac{5a+8b-3}{4a-3b-7} = -2$
12. Найдите значение выражения $3a + b + 2c$, если $2a + 3b = 4$ и $7a + 6c = 8$
13. Найдите значение выражения $\frac{(3a+5b)^2 - (3a-5b)^2}{15ab}$
14. Найдите значение выражения $(5x+2)(2-5x) + 25x^2$
15. Найдите значение выражения $a(4a^2 - 9) \left(\frac{3}{2a+3} - \frac{3}{2a-3} \right)$ при $a = 11,2$

2. Преобразование числовых и буквенных иррациональных выражений

1. Найдите значение выражения $\sqrt{50^2 - 14^2} - (\sqrt{11} + \sqrt{3})(\sqrt{3} - \sqrt{11})$
2. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{1,5} \cdot \sqrt{3,5} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{0,63}} + \frac{(2\sqrt{10})^2}{0,8}$

3. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{14\frac{2}{5}} - \sqrt{6\frac{2}{5}}\right) : \sqrt{\frac{32}{45}} + (\sqrt{28} - \sqrt{63}) \cdot \sqrt{175}$
4. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[6]{10} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt[5]{32}} + \frac{\sqrt[7]{48} \cdot \sqrt[7]{40}}{\sqrt[7]{15}}$
5. Найдите значение выражения $\sqrt[6]{8} \cdot \sqrt[2]{8} \cdot \sqrt[18]{8} + \frac{12 - \sqrt{119}}{(\sqrt{17} - \sqrt{7})^2}$
6. Найдите значение выражения $\frac{3\sqrt{x}}{x} - \frac{3 - 7\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ при $x > 0$
7. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[5]{32}}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt{a}}$ при $a = 5$
8. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[7]{\sqrt{m}}}{\sqrt{25\sqrt[7]{m}}} - \frac{\sqrt[3]{8\sqrt[4]{m}}}{\sqrt[12]{m}}$ при $m > 0$
9. Найдите значение выражения $\frac{17 \cdot \sqrt[8]{\sqrt[15]{x}} - 11 \cdot \sqrt[12]{\sqrt[10]{x}}}{\sqrt[6]{64 \cdot \sqrt[20]{x}}}$ при $x > 0$
10. Найдите значение выражения $\frac{11\sqrt{a} - 9}{\sqrt{a}} + \frac{9\sqrt{a}}{a} - 4a + 7,3$ при $a = 5,1$
11. Найдите значение выражения $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + x$ при $x \leq 3$
12. Найдите значение выражения $\sqrt{(x-9)^2} + \sqrt{(x-4)^2}$ при $4 \leq x \leq 9$

3. Преобразование числовых и буквенных степенных выражений

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{2}{3}\right)^{-0,28} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{-0,36}$
2. Найдите значение выражения $\frac{4^{7,3}}{16^{3,15}}$
3. Найдите значение выражения $\frac{3^{4,8} \cdot 5^{2,8}}{15^{3,8}}$
4. Найдите значение выражения $\left(\frac{4^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[18]{4}}{16^{\frac{1}{9}}}\right)^3$
5. Найдите значение выражения $7^{6+4\sqrt{5}} \cdot 7^{2-3\sqrt{5}} : 7^{5+\sqrt{5}}$
6. Найдите значение выражения $\frac{10(a^2)^3 b^{-5} \cdot (b^3)^5}{(2a)^2 b} : \frac{(b^3)^5}{a^{-3}} : \frac{5a^5}{b^{-3}}$ при $a = 1,5$; $b = -2$
7. Найдите значение выражения $\frac{17(a^4)^{10} + 11(a^5)^8}{(\sqrt{2}a^{20})^2}$ при $a \neq 0$
8. Найдите значение выражения $\frac{(a^2)^{0,9} \cdot \sqrt[3]{-27a^6}}{(\sqrt{5}a^{2,9})^2}$ при $a = 2$

9. Найдите значение выражения $\frac{m^{4\sqrt{3}+1}}{(m^{\sqrt{3}})^4} - \frac{(m^{\sqrt{5}})^{3\sqrt{5}}}{m^{15}}$ при $m = 2,04$

4. Преобразование числовых и буквенных логарифмических выражений

1. Найдите значение выражения $(\log_5 25) \cdot \left(\log_3 \frac{1}{3}\right) - 3 \cdot 7^{\log_7 2}$
2. Найдите значение выражения $7 \cdot 64^{\log_8 5} + (\log_{0,2} 25) \cdot (\log_9^2 27)$
3. Найдите значение выражения $\log_{12} 16 + \log_{12} 9 - \log_2 20 + \log_2 5$
4. Найдите значение выражения $\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8 \cdot \log_8 9$
5. Найдите значение выражения $\log_{12} \log_4 \log_2 16 + \log_2 2\sqrt{2}$
6. Найдите значение выражения $\frac{\log_8 9}{\log_{64} 9} + \frac{\log_5 50}{4 + 2\log_5 2}$
 $7^{\log_8 147}$
7. Найдите значение выражения $\frac{7^{\log_8 147}}{7^{\log_8 3}}$
8. Найдите значение выражения $\log_a \left(a^7 b^{\frac{2}{3}}\right)$, если $\log_a b = 6$
9. Найдите значение выражения $\log_a \left(a^4 b^{\frac{2}{5}}\right)$, если $\log_b a = -2$
10. Найдите значение выражения $\log_a \frac{a^3}{b^{-5}}$, если $\log_a b = -3$

5. Преобразование тригонометрических выражений и вычисление значений

1. Найдите значение выражения $\frac{8\cos(\alpha - \pi) + 4\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{10\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$
2. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{4}{\sqrt{17}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$
3. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$
4. Найдите $2\sqrt{10} \sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$
5. Найдите $8\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$
6. Найдите $10\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos\alpha = -0,6$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

7. Найдите $\frac{8\cos\alpha}{10\sin 12\alpha}$, если $\sin\alpha = 0,4$
8. Найдите $12\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = -0,3$
9. Найдите $\operatorname{tg}^2\alpha$, если $3\sin^2\alpha + 10\cos^2\alpha = 4$
10. Найдите $\frac{2\sin\alpha - \cos\alpha}{3\sin\alpha + 5\cos\alpha}$, если $\operatorname{tg}\alpha = 5$
11. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\frac{\sin\alpha - 3\cos\alpha}{2\sin\alpha + \cos\alpha} = -2$
12. Найдите значение выражения $18\sqrt{2}\sin\frac{7\pi}{6}\cos\frac{5\pi}{4}$
13. Найдите значение выражения $\frac{\sin^2 17^\circ + 4 + \sin^2 73^\circ}{\sin 54^\circ + \frac{\sin 44^\circ}{2\cos 22^\circ \cdot \cos 68^\circ}}$
14. Найдите значение выражения $\frac{\sin 54^\circ}{2\cos 36^\circ} + \frac{\sin 44^\circ}{2\cos 22^\circ \cdot \cos 68^\circ}$
15. Найдите значение выражения $\sqrt{72}\cos^2\frac{7\pi}{8} - \sqrt{72}\sin^2\frac{7\pi}{8}$
16. Найдите значение выражения $4\sqrt{3}\sin^2\frac{\pi}{12} - 2\sqrt{3}$

Задание 5. Геометрическая задача в трёхмерном пространстве. Базовый уровень сложности. Цель: у каждого обучающегося выявить уровень сформированности компетенции «уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами» и выявить группу учащихся, которым требуется коррекция умения.

Задача входит в шесть самых простых задач ЕГЭ. Невыполнение этого задания значительно ухудшит результат экзамена. Это должен понимать обучающийся, выбирающий экзамен по профильной математике.

Коррекцию умений следует начинать с актуализации теоретических знаний, рассматривая всю систему теоретических фактов.

Перечень теоретических вопросов для подготовки учащихся к выполнению задания № 5 на ЕГЭ

1. Определение параллельных прямых в пространстве \mathbb{R}^3
2. Определение скрещивающихся прямых
3. Взаимное расположение прямых в трёхмерном пространстве
4. Теорема о пересечении плоскости параллельными прямыми
5. Признаки параллельности прямых в трёхмерном пространстве
6. Взаимное расположение прямой и плоскости
7. Определение параллельности прямой и плоскости
8. Признак параллельности прямой и плоскости
9. Если плоскость проходит через прямую, параллельную другой плоскости и ...
10. Если одна из двух параллельных прямых параллельна плоскости, то ...
11. Признак скрещивающихся прямых

12. Углы с сонаправленными сторонами в трёхмерном пространстве
13. Угол между пересекающимися прямыми
14. Угол между скрещивающимися прямыми
15. Определение параллельных плоскостей
16. Признак параллельности плоскостей
17. Свойства параллельных плоскостей
18. Определение прямой, перпендикулярной к плоскости
19. Теорема о параллельных прямых, перпендикулярных к плоскости
20. Признак перпендикулярности прямой и плоскости
21. Теорема о прямой, перпендикулярной к плоскости
22. Расстояние от точки до плоскости
23. Расстояние между параллельными прямыми
24. Расстояние между скрещивающимися прямыми
25. Расстояние между параллельными плоскостями
26. Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью
27. Теорема о трёх перпендикулярах и обратная к ней
28. Угол между прямой и плоскостью
29. Двугранный угол и его градусная мера
30. Линейный угол двугранного угла
31. Определение перпендикулярных плоскостей
32. Признак перпендикулярности двух плоскостей
33. Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две плоскости, ...
34. Многогранники, виды, основные понятия. Площади поверхностей многогранников
35. Площадь прямоугольной проекции многоугольника
36. *Пространственная теорема Пифагора
37. Призма (наклонная, прямая, правильная). Площади боковой и полной поверхностей призмы
38. Свойство диагоналей параллелепипеда
39. Свойство диагонали прямоугольного параллелепипеда
40. Пирамида, правильная пирамида. Площади боковой и полной поверхностей пирамиды
41. Если боковые рёбра пирамиды равны, то ...
42. Если апофемы пирамиды равны, то ...
43. Если боковые рёбра пирамиды равнонаклонены к плоскости основания, то ...
44. Если боковые грани пирамиды равнонаклонены к плоскости основания, то ...
45. Усечённая пирамида. Площади боковой и полной поверхностей усечённой пирамиды
46. Объёмы многогранников
47. Прямой круговой цилиндр, конус, шар, сфера
48. Боковая и полная поверхности тел вращения
49. Объёмы тел вращения
50. Равенство векторов в трёхмерном пространстве

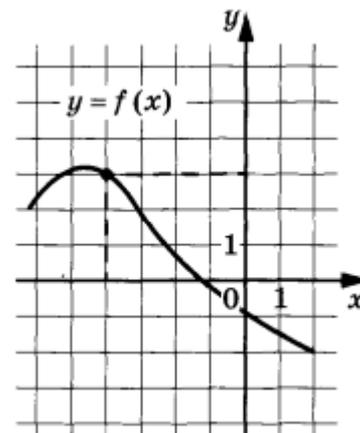
- 51. Координаты вектора, длина вектора
- 52. Коллинеарность векторов в пространстве \mathbb{R}^3
- 53. Компланарность векторов в трёхмерном пространстве
- 54. Скалярное произведение векторов
- 55. Нахождение угла между векторами в пространстве \mathbb{R}^3

Задание 6. Базовый уровень сложности. Цель: у каждого обучающегося выявить уровень сформированности компетенции «уметь выполнять действия с функциями», применяя знания и умения из тем «Производная» и «Первообразная», и выявить группу учащихся, которым требуется коррекция умения. По сравнению с банком прототипов этого задания в предыдущие годы существенных изменений нет (в предыдущие годы это было задание № 7). По-прежнему полная группа прототипов задания содержит задания на

- физический смысл производной;
- геометрический смысл производной (в том числе, аналитический расчёт абсциссы, ординаты точки касания; аналитический расчёт параметра);
- по графику непрерывной функции составление суждения о количестве точек, в которых производная функции положительна (отрицательна; равна 0; не определена);
- по графику функции составление суждения о количестве точек, в которых первообразная для функции обладает определённым свойством;
- по графику производной функции составление суждений о монотонности функции;
- по графику производной функции составление суждений о количестве точек экстремума функции;
- по графику производной функции составление суждений о точках минимума (максимума) функции;
- по графику производной функции составление суждений о принадлежности заданных значений аргумента промежуткам возрастания (убывания) функции;
- по графику производной функции составление суждений о количестве точек графика функции, касательная в которых параллельна заданной прямой;
- по графику производной функции составление суждения о значении аргумента, в котором функция принимает наибольшее (наименьшее) значение на заданном промежутке;
- по графику первообразной для функции $f(x)$ составление суждения о количестве корней уравнения $f(x) = 0$.

Требования к знаниям и умениям, необходимым для выполнения этого задания, не изменились по сравнению с предыдущими годами. Однако, некоторые задания предусматривают иную логическую последовательность действий. Например,

1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой -4 . Найдите значение производной функции в точке $x_0 = -4$.



2. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой -4 . Найдите значение производной функции $g(x) = (5x + 2) f(x)$ в точке $x_0 = -4$.

Актуальны тренировочные базы ФИПИ, Решу ЕГЭ, Я сдам ЕГЭ и другие.

Задание 7. Цель: у каждого обучающегося выявить уровень сформированности компетенции «уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни» и выявить группу учащихся, которым требуется коррекция умения.

Это задание повышенного уровня сложности. В ЕГЭ предыдущих лет оно присутствовало под № 10. Тренировочная база ЕГЭ 2022 содержит все соответствующие задания прошлых лет.

Рекомендации по коррекции умения: используя тренировочную базу, создать условия для осмысленного приобретения опыта применения математических знаний в технических расчётах по формулам, решении прикладных уравнений и неравенств. Актуальны тренировочные базы ФИПИ, Решу ЕГЭ, Я сдам ЕГЭ и другие. Приобретение опыта решения этих задач положительно скажется на результатах ЕГЭ.

Задание 8. Цель: у каждого обучающегося выявить уровень сформированности компетенции «уметь строить и исследовать простейшие математические модели» и выявить группу учащихся, которым требуется коррекция умения. Средство достижения цели: текстовая задача, уровень сложности повышенный.

Аналогичное задание присутствовало и в ЕГЭ предыдущих лет (№ 11).

Рекомендации по коррекции умения: используя тренировочную базу, создать условия для осмысленного приобретения опыта решения текстовых задач. Актуальны тренировочные базы ФИПИ, Решу ЕГЭ, Я сдам ЕГЭ и другие. Исходя из статистики ЕГЭ, наблюдается низкий процент решения задач на работу, на проценты. На задачи этих типов следует обратить особое внимание. Приобретение опыта решения текстовых задач положительно скажется на результатах ЕГЭ.

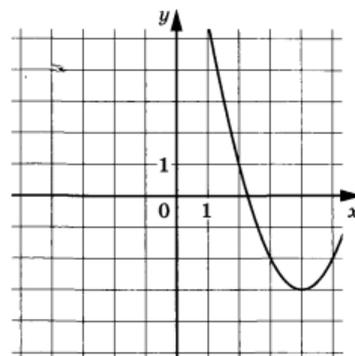
Задание 9. Задание повышенного уровня сложности. В КИМах ЕГЭ-2022 будет представлено впервые. Базируется на учебном материале 7-11 классов по теме «Функции, их свойства и графики». Полезны знания и умения по теме «Преобразования графиков» Цель: систематизировать знания и умения

обучающихся по теме, у каждого обучающегося выявить уровень сформированности компетенции «уметь выполнять действия с функциями» и организовать подготовку к выполнению задания на ЕГЭ.

Полный каталог заданий представлен на сайте РЕШУ ЕГЭ. Полезны также тренировочные базы ФИПИ, сайта *ALEXLARIN.NET*

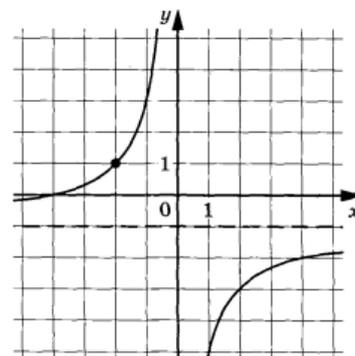
Образцы заданий:

1. На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где a, b, c – целые числа. Найдите $f(-5)$.

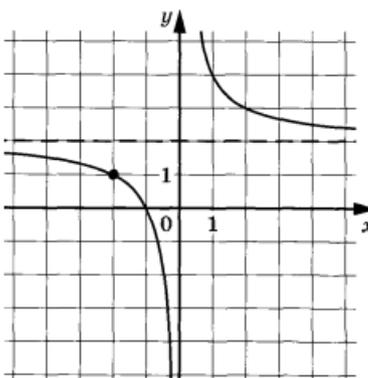


2. На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где a, b, c – целые числа. Найдите положительное значение x , при котором значение функции равно 22.

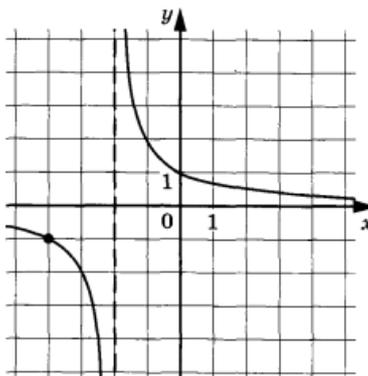
3. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите $f(-8)$.



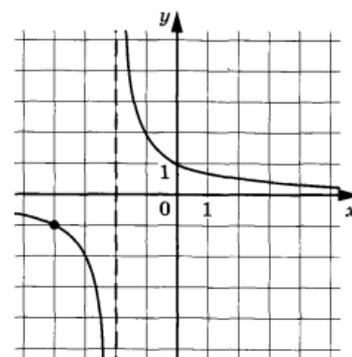
4. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите, при каком значении x значение функции равно 7.



5. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите $f(-7)$.

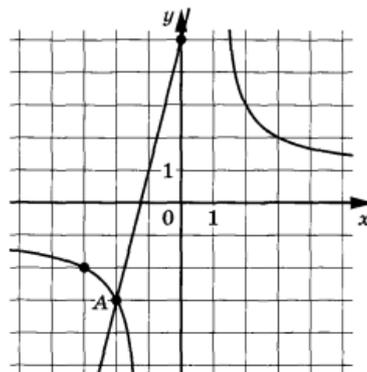


6. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x+b} + a$. При каком значении x значение функции равно 8?



7. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{kx+a}{x+b}$. Найдите k .

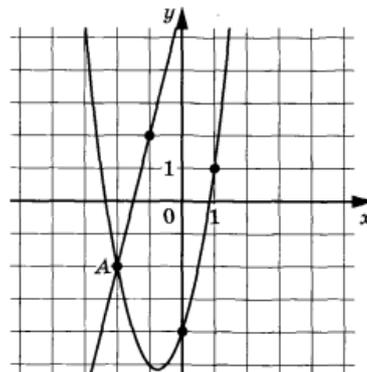
8. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{kx+a}{x+b}$. Найдите a .



9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках $A(-2; 3)$ и $B(x_0; y_0)$. Найдите x_0 .

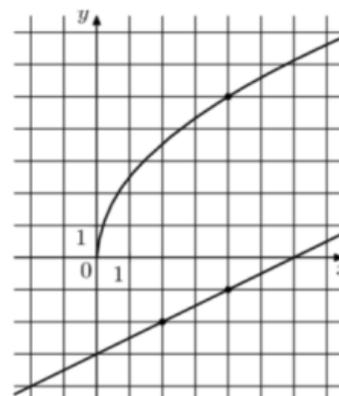
10. На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx + d$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx + d$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .

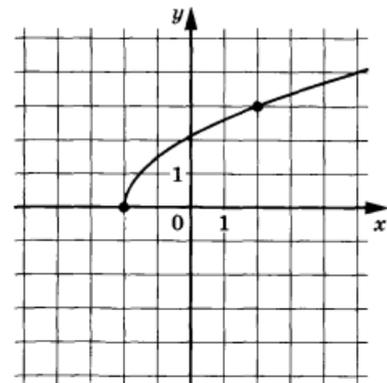


12. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите абсциссу точки A .

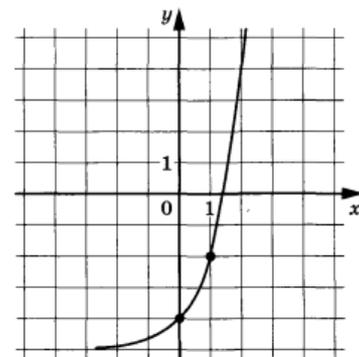
13. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите ординату точки A .



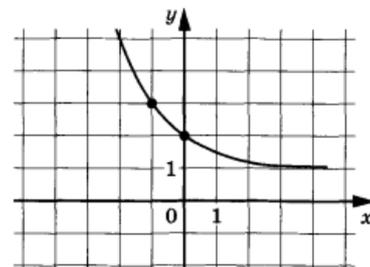
14. На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x+p}$. Найдите $f(0,25)$.



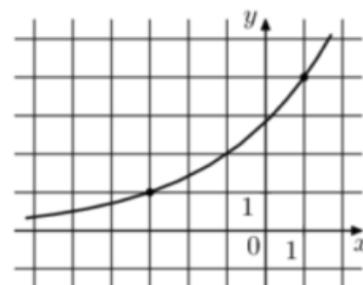
15. На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите $f(4)$.



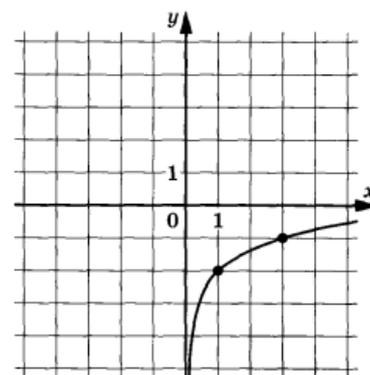
16. На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите, при каком значении x значение функции равно 33.



17. На рисунке изображён график функции $f(x) = a^{x+b}$. Найдите $f(-7)$.

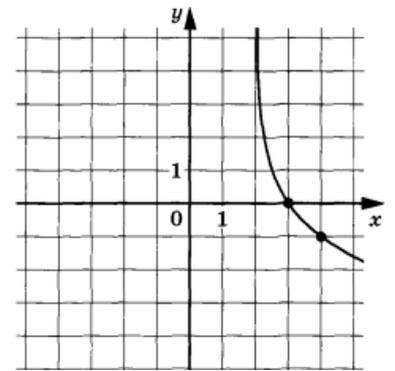


18. На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(81)$.

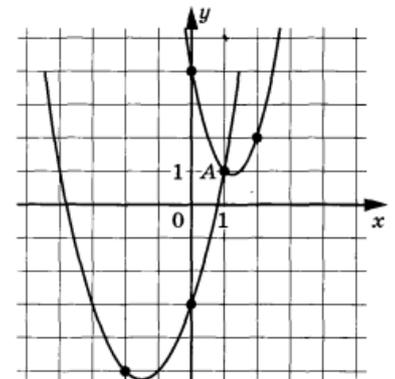


19. На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 2$.

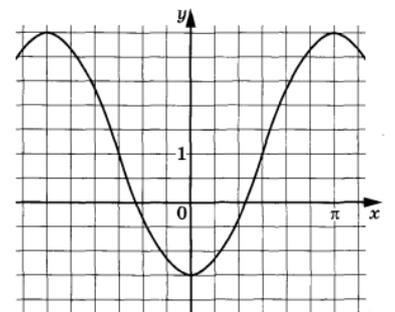
20. На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x+b)$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -5$.



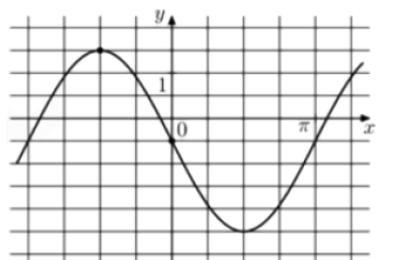
21. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 2x^2 - 5x + 4$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



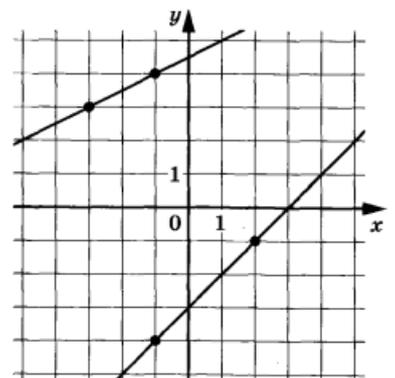
22. На рисунке изображён график функции $f(x) = a \cos x + b$. Найдите a .



23. На рисунке изображён график функции $f(x) = a \sin x + b$. Найдите a .



24. На рисунке изображены графики двух функций вида $y = kx + b$, которые пересекаются в точке $A(x_0; y_0)$. Найдите x_0 .



Задание 11. Цель: у каждого обучающегося выявить уровень сформированности компетенции «уметь выполнять действия с функциями» в процессе исследования (с помощью производной) функции на монотонность, экстремумы, наибольшее (наименьшее) значение, а также, выявить группу учащихся, которым требуется коррекция умения.

Это задание повышенного уровня сложности. В ЕГЭ предыдущих лет оно присутствовало под № 12. Тренировочная база ЕГЭ 2022 содержит все соответствующие задания прошлых лет.

Рекомендации по коррекции умения: используя тренировочную базу, создать условия для осмысленного приобретения опыта исследования функции с помощью производной, что может пригодиться не только на ЕГЭ, а и в дальнейшем (при нахождении множества значений функции, решении задач на отыскание оптимального варианта). Актуальны тренировочные базы ФИПИ, Решу ЕГЭ, Я сдам ЕГЭ и другие. Приобретение опыта решения этих задач положительно скажется на результатах ЕГЭ.

Заключение: важно, чтобы учащиеся понимали, достойно сдать экзамен по профильной математике может только тот обучающийся, который понимает математику, осознанно применяет знания, умения и выбирает способы действий, а не учит её формально. Преодолеть минимальный порог невозможно без безупречного навыка решения задач 1–6, так как задачи 7–16 намного сложнее, а задачи 17, 18 требуют особого, исследовательского мышления. Непреодоление минимального порога, также, как и незначительное приращение над ним, не позволит продолжать образование в соответствии с жизненными планами. Выбирая ЕГЭ по профильной математике, к экзамену нужно серьёзно готовиться. И долг учителя математики – донести эту мысль до сознания ученика, а если нужно, то и его родителей (законных представителей).

Карамулина Ирина Владимировна, методист кафедры
ГАУ ДПО СОИРО;
Панина Нина Александровна,
председатель предметной комиссии ЕГЭ по математике,
учитель МБОУ СШ №33 г. Смоленска

Лист успешности уч-ся 11 А класса Иванова Ивана

Вариант	Зачёты	Диагностика 1	Диагностика 2	410 541 72	410 541 82	415 769 68	415 769 70											
1	+	+	+	+	+	+	+											
2	+	+		+	+	+	+											
3		-	+	+	+	+	-											
4	+	+	+	+	+	+	+											
5				-	+	+	+											
6				-	+	+	+											
7		+		+	+	+	+											
8	+	+	+	+	-	+	+											
9				-	-	+	+											
10	+		+	-	+	+	+											
11				-	-	-	+											
12 а)			-	0	0	0	1											
12 б)							0											
13 а)																		
13 б)																		
14																		
15																		
16 а)																		
16 б)																		
17																		
18 а)					1	1												
18 б)																		
18 в)																		
Итого (по 100-балльной шкале)				27	45	50	62											

Комментарий: это лист успешности обучающегося, выбравшего профильный уровень ЕГЭ по математике. Результаты в заданиях 1, 2, 4, 7 стабильны. Обучающегося можно назначать консультантом одноклассников по этим заданиям. Задания 9, 11, 12 требуют серьёзной коррекции. Выполнение задания 3 носит случайный характер, зависит от типа задания; требуется коррекция (ближайшая точка роста). В заданиях 8 и 10 коррекция завершена, сдан итоговый зачёт. Но консультантом в заданиях 8 и 10 становится ещё рано, нужно подтвердить стабильность результата. Техника выполнения заданий 5 и 6 под контролем учителя.

Лист успешности уч-ся 11 Б класса Петрова Петра

Вариант	Зачёты	Диагностика 1	Диагностика 2	xxxxxxx	xxxxxxx	xxxxxxx	xxxxxxx								
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
2															
21															
Итого (первичных баллов)															

Комментарий: это лист успешности обучающегося, выбравшего базовый уровень ЕГЭ по математике. Заполняется и анализируется аналогично предыдущему