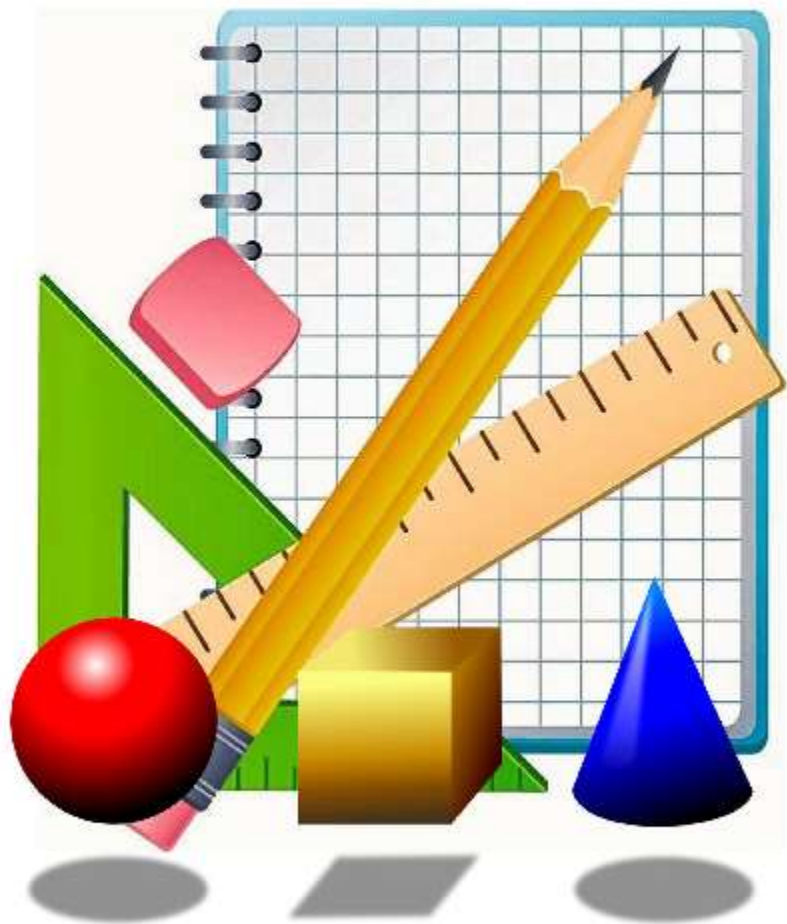


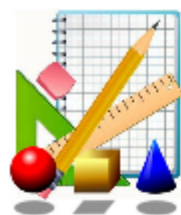
Интенсив «Решение заданий
повышенного и высокого уровня сложности»



**Решение
экономических задач
(вклады, кредиты)**

Панина Н. А.,
учитель математики
МБОУ СШ № 33,
г. Смоленск

2025-2026 учебный год



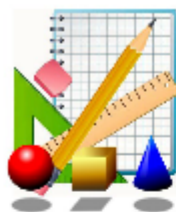
Интенсив «Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности»

Занятие 4 «Решение экономических задач (вклады, кредиты)»

О подготовке обучающихся к решению экономических задач

Для того, чтобы обучающийся свободно решал экономические задачи, мог проявить творчество и решить задачу, содержащую элемент новизны, нужно, чтобы он *понимал каждое слово в условии*. У него не должно быть никаких неясных моментов (даже если они не имеют прямого отношения к математике). А ещё и некоторые слова, имеющие привычное звучание, нужно объяснить, иначе обучающиеся истолкуют их по-своему, даже не догадываясь, что исказили суть. Например, «год» в задаче «Вклады» начинается, когда клиент открывает счёт (совершает первую банковскую операцию), например 11 декабря, заканчивается – через 365 дней после открытия счёта, в соответствии с приведённым примером – 10 декабря. А в теме «Кредиты» «год» – это календарный год, начинающийся 1 января и заканчивающийся 31 декабря, и он не зависит от даты взятия кредита.

Учтём, что жизненный опыт участия в банковских операциях у обучающихся отсутствует. Поэтому *ролевые сюжетные игры* – важный элемент подготовки обучающихся к качественному решению экономических задач. Обучающиеся, примерявшие роль человека, выплачивающего взятый кредит (дифференцированный, аннуитетный – это два разных поведения клиента), и роль сотрудника кредитного отдела, решают экономические задачи более осознанно.



Анонс занятия

Задание 1. Тема «Вклады». Найти: наименьший размер первоначального вклада. Особенность: наличие действий клиента.

Задание 2. Тема «Вклады». Найти: процентную ставку. Особенность: плавающий процент.

Задание 3. Тема «Ценная бумага». Найти: год, в который нужно продать ценную бумагу. Особенность: обеспечение максимальной выгоды без применения приёмов оптимизации с помощью производной функции.

Задание 4. Тема: «Вклады». Найти: сумму, выплаченную банку. Особенность: аннуитетный платёж по кредиту, срок кредита – 3 года, математическая модель – система двух уравнений.

Задание 5. Тема: «Вклады». Найти: общую сумму выплат. Особенность: дифференцированный платёж по кредиту, срок кредита – 5 лет, математическая модель – уравнение.

Задание 6. Тема: «Вклады». Найти: сумму, взятую в кредит. Особенность: дифференцированный платёж по кредиту, наличие ограничений, срок кредита – 5 лет, особенная хронология событий, математическая модель – система уравнения и неравенства.

Задание 7. Тема: «Вклады». Найти: процентную ставку банка. Особенность: дифференцированный платёж, неизвестна процентная ставка банка, срок кредита – 11 месяцев, особенная выплата в последний месяц, математическая модель – система двух уравнений.

Задание 8. Тема: «Вклады». Найти: процентную ставку банка. Особенность: дифференцированный платёж, неизвестна процентная ставка банка, срок кредита – 10 лет, меняются условия выплат банку, математическая модель – система трёх уравнений.

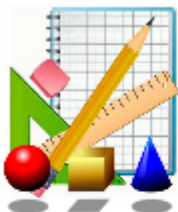
Задание 9. Тема: «Вклады». Найти: процентную ставку банка. Особенность: дифференцированный платёж, неизвестна процентная ставка банка, срок кредита – 36 месяцев, отбор расчётных данных для составления математической модели, математическая модель – система двух уравнений.

Задание 10. Тема: «Вклады». Найти: процентную ставку банка. Особенность: аннуитетный платёж, неизвестна процентная ставка банка, срок кредита – 2 предложения: 4 года, 2 года; математическая модель – система трёх уравнений.

Задание 11. Тема: «Вклады». Найти: срок, на который выдан кредит. Особенность: дифференцированный платёж, неизвестен срок, в течение которого нужно погасить кредит, особенная выплата в последний месяц, математическая модель – система двух уравнений.

Задание 12. Тема: «Вклады». Найти: процентную ставку банка. Особенность: дифференцированный платёж, неизвестна процентная ставка банка, неизвестен срок выплаты кредита, особенная выплата в последний месяц, единицы измерения величин не совпадают, математическая модель – система двух уравнений.

В некоторых случаях решения будут прерываться комментариями автора. Они выделены фиолетовым цветом. В развёрнутом ответе, конечно же, эти фрагменты прописывать не нужно.



Источник задания: банк ФИПИ

<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B&qid=4221BE>

1. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 20 млн рублей.

Наиболее логичный, прозрачный и экономичный по продолжительности решения способ решения задач на тему «Вклады, кредиты» – по таблице. **Таблица должна отразить логику и хронологию событий**, описываемых в условии задачи, поэтому нет единого шаблона таблицы.

Обратим внимание на то, что в предложенной задаче вклад пополняется в начале года, а проценты начисляются в конце каждого года хранения денег.

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 20 млн рублей.

Решение.

Год	Действия клиента, млн рублей	Сумма на счёте в начале года, млн рублей	Банк увеличит сумму на счёте на ... млн рублей	Сумма на счёте в конце года, млн рублей
1-й	-	x	$0,1x$	$1,1x$
2-й	-	$1,1x$	$0,1 \cdot 1,1x = 0,11x$	$1,21x$
3-й	+3	$1,21x + 3$	$0,121x + 0,3$	$1,331x + 3,3$
4-й	+3	$1,331x + 6,3$	$0,1331x + 0,63$	$1,4641x + 6,93$

По условию задачи через 4 года вклад будет больше 20 млн. рублей.

$$1,4641x + 6,93 > 20 \Leftrightarrow 1,4641x > 20 - 6,93 \Leftrightarrow 1,4641x > 13,07 \Leftrightarrow$$

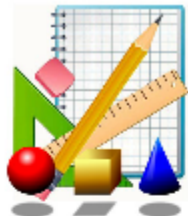
$$\Leftrightarrow 14\,641x > 130\,700 \Leftrightarrow x > \frac{130\,700}{14\,641} \Leftrightarrow x > 8\frac{13572}{14641}.$$

Наименьшее целое значение x , являющееся решением неравенства, – это 9.

9 млн. рублей – наименьший размер первоначального вклада.

Ответ: 9 млн. рублей.

PS При выделении целой части ни в коем случае **НЕЛЬЗЯ** точное значение заменить приближённым.



Источник задания:

https://3.shkolково.online/old-catalog/math/slozhnye_zadachi_prikladnogo_haraktera/pro_bankovskij_vklad/

2. Клиент хочет сделать вклад на 3 года и выбирает между двумя банками:

- первый банк в конце каждого года планирует увеличивать сумму, имеющуюся на счёте в начале года, на 10%;
- второй банк – планирует увеличивать эту сумму в первый год на 4%, во второй год – на $y\%$, а в третий – на $2y\%$.

Найдите наименьшее целое кратное 5 число y , чтобы предложение второго банка по истечении хранения вклада оказалось выгоднее предложения первого банка.

По смыслу задачи сумма первоначального вклада в обоих банках одинаковая («Клиент хочет сделать вклад и выбирает между двумя банками»).

Клиент хочет сделать вклад на 3 года и выбирает между двумя банками:

- первый банк в конце каждого года планирует увеличивать сумму, имеющуюся на счёте в начале года, на 10%;
- второй банк – планирует увеличивать эту сумму в первый год на 4%, во второй год – на $y\%$, а в третий – на $2y\%$.

Найдите наименьшее целое кратное 5 число y , чтобы предложение второго банка по истечении трёх лет хранения вклада оказалось выгоднее предложения первого банка.

Решение. Пусть x рублей – сумма первоначального вклада в каждом банке.

Год	Первый банк		Второй банк	
	Сумма на счёте в начале года, рублей	Сумма на счёте в конце года, рублей	Сумма на счёте в начале года, рублей	Сумма на счёте в конце года, рублей
1-й	x	$1,1x$	x	$1,04x$
2-й	$1,1x$	$1,21x$	$1,04x$	$\frac{100+y}{100} \cdot 1,04x = \left(1 + \frac{y}{100}\right) \cdot 1,04x$
3-й	$1,21x$	$1,331x$	$\left(1 + \frac{y}{100}\right) \cdot 1,04x$	$\frac{100+2y}{100} \cdot \left(1 + \frac{y}{100}\right) \cdot 1,04x = \left(1 + \frac{2y}{100}\right) \left(1 + \frac{y}{100}\right) \cdot 1,04x$

По условию задачи по истечении трёх лет хранения вклада оказалось выгоднее предложение второго банка. Тогда $\left(1 + \frac{2y}{100}\right)\left(1 + \frac{y}{100}\right) \cdot 1,04x > 1,331x$.

Пусть $\frac{y}{100} = a$, тогда неравенство примет вид $(1 + 2a)(1 + a) \cdot 1,04x > 1,331x$.

По смыслу задачи $x > 0$, тогда

$$\begin{aligned}(1 + 2a)(1 + a) \cdot 1,04 &> 1,331 \Leftrightarrow (1 + 2a)(1 + a) \cdot 1040 > 1331 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (1 + a + 2a + 2a^2) \cdot 1040 &> 1331 \Leftrightarrow (1 + 3a + 2a^2) \cdot 1040 - 1331 > 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1040 + 3120a + 2080a^2 - 1331 &> 0 \Leftrightarrow 2080a^2 + 3120a - 291 > 0.\end{aligned}$$

Рассмотрим функцию $f(a) = 2080a^2 + 3120a - 291$.

$f(a) = 0$, если $2080a^2 + 3120a - 291 = 0$;

$$\begin{aligned}D &= 3120 \cdot 3120 + 4 \cdot 2080 \cdot 291 = 4 \cdot 4 \cdot 195 \cdot 4 \cdot 130 \cdot 6 + 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 130 \cdot 291 = 4^3 \cdot 130 \cdot (195 \cdot 6 + 291) = \\ &= 4^3 \cdot 130 \cdot 1461 = 4^3 \cdot 189\,930 = \left(8\sqrt{189\,930}\right)^2;\end{aligned}$$

$$a_{1,2} = \frac{-3120 \pm 8\sqrt{189\,930}}{2 \cdot 2080} = \frac{8 \cdot (-390 \pm \sqrt{189\,930})}{2 \cdot 4 \cdot 520} = \frac{-390 \pm \sqrt{189\,930}}{520}.$$

$f(a) = 2080a^2 + 3120a - 291$ – квадратичная функция. График – парабола, ветви которой направлены вверх. Тогда $f(a) > 0$, если

$$a < \frac{-390 - \sqrt{189\,930}}{520} \text{ или } a > \frac{-390 + \sqrt{189\,930}}{520}.$$

Так как $a = \frac{y}{100} > 0$, то $a > \frac{-390 + \sqrt{189\,930}}{520}$;

$$\begin{aligned} \frac{y}{100} > \frac{-390 + \sqrt{189\,930}}{520} &\Leftrightarrow y > \frac{-39000 + 100\sqrt{189\,930}}{520} \Leftrightarrow y > \frac{-3900 + 10\sqrt{189\,930}}{52} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow y > \frac{-1950 + 5\sqrt{189\,930}}{26} \Leftrightarrow y > \frac{-1950 + \sqrt{4\,748\,250}}{26}. \end{aligned}$$

$$2179 < \sqrt{4\,748\,250} < 2180;$$

$$2179 - 1950 < -1950 + \sqrt{4\,748\,250} < 2180 - 1950;$$

$$229 < -1950 + \sqrt{4\,748\,250} < 230;$$

$$\frac{229}{26} < \frac{-1950 + \sqrt{4\,748\,250}}{26} < \frac{230}{26};$$

$$8\frac{21}{26} < \frac{-1950 + \sqrt{4\,748\,250}}{26} < 8\frac{22}{26}.$$

Так как y – целое число (по условию), то $y \geq 9$.

Наименьшее целое, кратное 5 значение y – это 10.

Ответ: наименьшее целое, кратное 5 значение y – это 10.

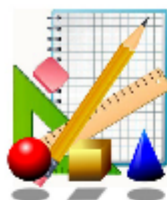
Обратим внимание на особенности выполнения задания по теме «Вклады».

1. Сумму вклада в начале года принимаем за 100%. В конце года банк увеличивает сумму на $r\%$, следовательно, в конце года сумма на счёте составляет $(100 + r)\%$ от суммы в начале года.

$(100 + r)\%$ от S рублей – это $\frac{100+r}{100} \cdot S$ рублей.

Особенность в том, что в полученном выражении нужно выполнить почленное деление: $\frac{100+r}{100} \cdot S = \left(1 + \frac{r}{100}\right) \cdot S$. Это значительно упрощает работу с математической моделью.

2. При работе с математической моделью в большинстве случаев применяем метод введения новой переменной (метод замены): «Пусть $\frac{r}{100} = t$ ». Благодаря этому значительно уменьшаются числовые значения в математической модели.



Источник задания: банк ФИПИ

<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B&qid=552BFD>

3. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t ($t = 1; 2; \dots$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 10%. В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей?

Решение. Предположим, что ценные бумаги пенсионный фонд продаст в конце n -го года, так как в течение первых n лет хранение бумаг в фонде приносило бóльшую прибыль, чем хранение на банковском счёте, а начиная с $(n+1)$ -го года более выгодным становится хранение денег на банковском счёте. Таким образом, ежегодная прибыль будет наибольшей, следовательно, сумма на счёте в конце 25-го года будет наибольшей. Тогда

Год	Пенсионный фонд	Банк	
	Стоимость ценных бумаг на конец года, рублей	Сумма на начало года, рублей	Сумма на конец года, рублей
n - й	n^2	-	-
$(n+1)$ -й	$(n+1)^2$	n^2	$1,1n^2$

Так как сумма на банковском счёте больше, то $1,1n^2 > (n+1)^2$.

$$1,1n^2 > (n+1)^2 \Leftrightarrow 1,1n^2 > n^2 + 2n + 1 \Leftrightarrow 0,1n^2 - 2n - 1 > 0 \Leftrightarrow n^2 - 20n - 10 > 0.$$

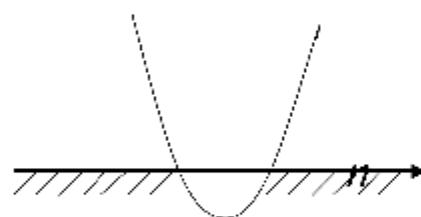
$$y = n^2 - 20n - 10$$

$$n^2 - 20n - 10 = 0;$$

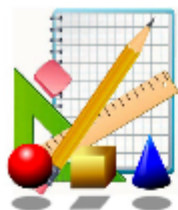
$$D = 400 + 40 = 440 = 4 \cdot 110;$$

$$n_{1,2} = \frac{20 \pm 2\sqrt{110}}{2} = 10 \pm \sqrt{110}$$

$$n < 10 - \sqrt{110} \quad \text{или} \quad n > 10 + \sqrt{110}.$$



По смыслу задачи $n > 0$, тогда $n > 10 + \sqrt{110}$. Наименьшее целое значение n , являющееся решением неравенства, – это 21. В конце 21-го года нужно продать ценные бумаги.
 Ответ: в конце 21-го года.



Источник задания: банк ФИПИ

<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B&qid=F6F358>

4. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 104 800 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Анализируем условие. «Кредит будет погашен *тремя равными платежами*» – по условию. Понимаем: это аннуитетный платёж. Тогда наиболее простая математическая модель задачи получается, если следовать логике: долг до платежа (имеем ввиду, долг за несколько минут до платежа) → платёж → долг после платежа.

Чтобы рассчитать долг до платежа, можно рассчитать сумму увеличения долга (25% долга на конец предыдущего года) и прибавить её к долгу на конец года, упростить получившееся выражение. Это правильно, но затратно по времени (хотя некоторые обучающиеся считают этот способ самым понятным). Более быстрый способ расчёта – принять за 100% долг на конец года, присоединить к ним 25% (имеем право, так как банк увеличивает долг на 25% именно от долга на конец предыдущего года – то есть, от той же суммы) и рассчитать 125% от долга на конец предыдущего года. Это и есть долг до платежа.

Ещё один приём, позволяющий сократить затраты времени, – ввести буквенную символику для всех заданных числовых значений. Благодаря этому, выражения окажутся не громоздкими, понятными по смыслу.

Что следует иметь ввиду, решая экономическую задачу:

- каждое математическое выражение должно сопровождаться пояснением его смысла (более удобно это сделать в таблице),
- работу с математической моделью следует выполнять более подробно, не пропуская шаги решения,
- результат работы с математической моделью нужно интерпретировать (отразить его смысл).

Решение. Пусть S рублей планируется взять в кредит.

Пусть $125\% = 1,25 = k$.

Пусть x рублей – ежегодный платёж.

Тогда в соответствии с условием задачи имеем:

Год	Долг до платежа, рублей	Платёж, рублей	Долг после платежа, рублей
2020	-	-	S
2021	kS	x	$kS - x$
2022	$k(kS - x) = k^2S - kx$	x	$k^2S - kx - x$
2023	$k(k^2S - kx - x) = k^3S - k^2x - kx$	x	$k^3S - k^2x - kx - x = 0$

Через 3 года кредит будет погашен, тогда $k^3S - k^2x - kx - x = 0$.

Понимаем, что знаем значение k , но не знаем значения S и x , следовательно, из полученного уравнения нужно выразить S или x . И в одном, и в другом случае задача дальше хорошо решается. Более простое решение – если выразим S .

$$k^3S - k^2x - kx - x = 0 \Leftrightarrow k^3S = k^2x + kx + x \Leftrightarrow S = \frac{k^2x + kx + x}{k^3}, \text{ так как } k = 1,25 \neq 0.$$

Упростим, зная, что $k = 1,25$ и $1,25 \cdot 4 = 5$.

$$S = \frac{k^2x + kx + x}{k^3} = \frac{64k^2x + 64kx + 64x}{64k^3} = \frac{100x + 80x + 64x}{125} = \frac{244x}{125}.$$

$\frac{244x}{125}$ рублей взяли в кредит.

По условию задачи общая сумма выплат после полного погашения кредита на 104 800 рублей больше суммы, взятой в кредит, тогда

$$3x - \frac{244x}{125} = 104\,800 \Leftrightarrow 375x - 244x = 125 \cdot 104\,800 \Leftrightarrow 131x = 125 \cdot 104\,800 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 125 \cdot 800 \Leftrightarrow x = 100\,000.$$

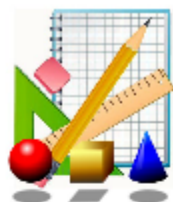
100 000 рублей – ежегодная выплата банку.

300 000 рублей будет выплачено банку.

Ответ: 300 000 рублей.

Требовалось найти общую сумму выплат, а она равна $3x$ рублей, поэтому важно было из второго уравнения найти x . Именно по этой причине из первого уравнения математической модели выражали S .

Математическая модель в этой задаче – это система двух уравнений, отражающих информацию «кредит погашен, то есть остаток долга равен 0» и «общая сумма выплат после полного погашения кредита на 104 800 рублей больше суммы, взятой в кредит». Можно модель оформить в виде системы, но проще составить первое уравнение и упростить его, выразить одну из переменных через другую, а затем составить второе уравнение, используя результат работы с первым уравнением (экономия времени составляет от 5 до 10 минут).



5. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным S тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны по 338 тыс. рублей;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

Анализируем условие. «В июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным S тыс. рублей» – по условию. Понимаем: важно знать, на сколько тысяч рублей банк увеличил долг, и именно эту сумму выплатить в 2027, 2028 и 2029 годах. Тогда наиболее простая математическая модель задачи получается, если следовать логике: на сколько тысяч рублей банк увеличил долг $\rightarrow$ платёж $\rightarrow$ долг после платежа.

Решение. S тысяч рублей планируется взять в кредит (по условию).

Пусть $30\% = 0,3 = k$.

Пусть 338 тыс. рублей = x тысяч рублей – выплаты в 2030 и 2031 годах.

Тогда в соответствии с условием задачи имеем:

Год	Банк увеличит долг на ... тысяч рублей	Платёж, тысяч рублей	Долг после платежа, тысяч рублей
2026	-	-	S
2027	kS	kS	S
2028	kS	kS	S
2029	kS	kS	S
2030	kS	x	$S + kS - x$
2031	$k(S + kS - x) = kS + k^2S - kx$	x	$S + kS - x + kS + k^2S - kx - x =$ $= S + 2kS + k^2S - kx - 2x = 0$

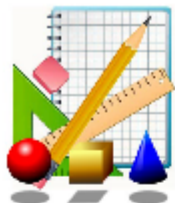
К июлю 2031 года долг будет выплачен полностью (по условию), тогда

$$S + 2kS + k^2S - kx - 2x = 0; \quad S = \frac{(k+2)x}{(1+k)^2} = \frac{(0,3+2) \cdot 338}{(1+0,3)^2} = \frac{2,3 \cdot 338}{1,69} = \frac{230 \cdot 338}{169} = 230 \cdot 2 = 460.$$

460 тысяч рублей планируется взять в кредит.

Общая сумма выплат составит $3kS + 2x = 3 \cdot 0,3 \cdot 460 + 2 \cdot 338 = 1090$ тысяч рублей.

Ответ: 1090 тысяч рублей – общая сумма выплат за 5 лет.



Интенсив «Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности»

Занятие 4 «Решение экономических задач (вклады, кредиты)»

Источник задания: банк ФИПИ

<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B&qid=1F03D1>

6. Планируется выдать льготный кредит на **целое** число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года.

В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

Обратим внимание на хронологию событий: банк начисляет проценты в середине года, в конце года заёмщик выплачивает банку определённые суммы, а банк рассчитывает проценты от суммы долга на начало года.

Решение. Пусть S миллионов рублей планируется взять в кредит.

Пусть $20\% = 0,2 = k$.

Пусть x миллионов рублей – выплаты в конце 4-го и в конце 5-го годов. Тогда в соответствии с условием задачи имеем:

Год	Долг на начало года, миллионов рублей	Проценты по кредиту, миллионов рублей	Платёж, миллионов рублей
1-й	S	kS	kS
2-й	S	kS	kS
3-й	S	kS	kS
4-й	S	kS	x
5-й	$S + kS - x$	$k(S + kS - x) = kS + k^2S - kx$	x
6-й	$S + kS - x + kS + k^2S - kx - x =$ $= S + 2kS + k^2S - kx - 2x = 0$	-	-

Кредит будет выдан на 5 лет (по условию), тогда $S + 2kS + k^2S - kx - 2x = 0$.

В задаче требуется найти наибольший размер кредита, удовлетворяющий некоторому условию. Поэтому из уравнения нужно выразить x .

$$(k + 2)x = (1 + 2k + k^2)S;$$

$$x = \frac{(1 + k)^2 S}{k + 2};$$

$$x = \frac{(1 + 0,2)^2 S}{0,2 + 2} = \frac{1,44S}{2,2} = \frac{144S}{220} = \frac{36S}{55}.$$

Общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 миллионов рублей (по условию), тогда

$$3kS + 2x < 7;$$

$$3 \cdot 0,2 \cdot S + 2 \cdot \frac{36S}{55} < 7;$$

$$55 \cdot 3 \cdot 0,2 \cdot S + 2 \cdot 36S < 55 \cdot 7;$$

$$33S + 72S < 385;$$

$$105S < 385;$$

$$S < \frac{385}{105};$$

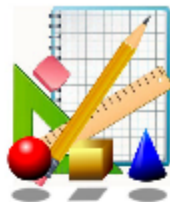
$$S < \frac{11}{3};$$

$$S < 3\frac{2}{3}.$$

По условию задачи «планируется выдать льготный кредит на **целое** число миллионов рублей», тогда наибольшее значение S равно 3.

Ответ: 3 миллиона рублей – наибольшая сумма кредита.

Обратим внимание на то, что вторая часть математической модели – неравенство, а первая часть – уравнение.



Интенсив «Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности»

Занятие 4 «Решение экономических задач (вклады, кредиты)»

Источник задания: банк ФИПИ

<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B&qid=FE4FB7>

7. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 900 тысяч рублей на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 10-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1021 тысячу рублей.

Три особенности задачи:

- долг возрастает на $r\%$ некоторой суммы; $r\%$ – это $\frac{r}{100}$ некоторой суммы,
- по условию задачи «15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца». Это можно обеспечить только одним способом: со 2-го по 14-е число выплатить рассчитанные

банком 1-го числа проценты по кредиту вместе с некоторой фиксированной суммой – тогда именно на эту фиксированную сумму и уменьшится сумма долга на 15-е число предыдущего месяца,

- долг на 15-е число уменьшается на одну и ту же сумму только с 1-го по 10-й месяцы, а в 11-м месяце нужно выплатить весь оставшийся долг.

Итак, это дифференцированный платёж (ежемесячно нужно выплачивать проценты по кредиту, рассчитанные банком 1-го числа, и некоторую сумму, позволяющую гасить первоначальный долг (кредит)).

Решение. Пусть 900 тысяч рублей = S тысяч рублей.

Пусть $r\% = \frac{r}{100} = k$.

Пусть на a тысяч рублей уменьшается долг с 1-го по 10-й месяцы.

Тогда в соответствии с условием задачи имеем:

Месяц	Банк увеличит долг на ... тысяч рублей	Платёж, тысяч рублей	Долг после платежа, тысяч рублей
0-й	-	-	S
1-й	kS	$kS + a$	$S - a$
2-й	$k(S - a) = kS - ka$	$kS - ka + a$	$S - 2a$
3-й	$k(S - 2a) = kS - 2ka$	$kS - 2ka + a$	$S - 3a$
...	...	...	...

10-й	$k(S - 9a) = kS - 9ka$	$kS - 9ka + a$	$S - 10a = 200$
11-й	$200k$	$200 + 200k$	0

15-го числа, то есть после выплаты, 10-го месяца долг составит 200 тысяч рублей, тогда $S - 10a = 200$, следовательно, $900 - 10a = 200 \Leftrightarrow 10a = 700 \Leftrightarrow a = 70$.

Общая сумма выплат составит (тысяч рублей):

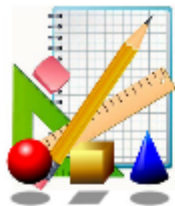
$$\begin{aligned}
 10kS + 10a - ka(1 + 2 + \dots + 9) + 200 + 200k &= 10kS + 10a - ka \cdot \frac{(1+9) \cdot 9}{2} + 200 + 200k = \\
 &= 10kS + 10a - 45ka + 200 + 200k = 10k \cdot 900 + 10 \cdot 70 - 45k \cdot 70 + 200 + 200k = \\
 &= 9000k + 700 - 3150k + 200 + 200k = 6050k + 900.
 \end{aligned}$$

По условию задачи общая сумма выплат составит 1021 тыс. рублей, тогда

$$6050k + 900 = 1021 \Leftrightarrow 6050k = 121 \Leftrightarrow 50k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{50}.$$

Так как $k = \frac{r}{100}$, то $\frac{r}{100} = \frac{1}{50} \Leftrightarrow r = 2$.

Ответ: $r = 2$.



Источник задания: база ФИПИ

<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B&qid=FB11A1>

8. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на r % по сравнению с концом предыдущего года (r – целое число);
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r .

Обратите внимание: меняются условия выплаты кредита.

Решение. Первый способ.

Пусть 800 тыс. рублей = S тыс. рублей. Пусть $r\% = \frac{r}{100} = k$.

Пусть к июлю 2026 – 2030 годов долг уменьшается на a тыс. рублей по сравнению с долгом на июль предыдущего года. Пусть к июлю 2031 – 2035 годов долг уменьшается на b тыс. рублей по сравнению с долгом на июль предыдущего года.

Тогда в соответствии с условием задачи имеем:

Год	В январе банк увеличит долг на ... тыс. рублей	Клиент выплатит ... тыс. рублей	Долг в конце года, тыс. рублей
2025	-	-	S
2026	kS	$kS + a$	$S - a$
2027	$k(S - a) = kS - ka$	$kS - ka + a$	$S - 2a$
2028	$k(S - 2a) = kS - 2ka$	$kS - 2ka + a$	$S - 3a$
2029	$k(S - 3a) = kS - 3ka$	$kS - 3ka + a$	$S - 4a$
2030	$k(S - 4a) = kS - 4ka$	$kS - 4ka + a$	$S - 5a = 200$
2031	$200k$	$200k + b$	$200 - b$
2032	$k(200 - b) = 200k - kb$	$200k - kb + b$	$200 - 2b$
2033	$k(200 - 2b) = 200k - 2kb$	$200k - 2kb + b$	$200 - 3b$
2034	$k(200 - 3b) = 200k - 3kb$	$200k - 3kb + b$	$200 - 4b$
2035	$k(200 - 4b) = 200k - 4kb$	$200k - 4kb + b$	$200 - 5b = 0$

По условию задачи в июле 2030 года долг должен составить 200 тыс. рублей, а к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью. Тогда в 2035 году остаток долга равен 0.

$$\begin{cases} S - 5a = 200, \\ 200 - 5b = 0; \end{cases} \begin{cases} 800 - 5a = 200, \\ b = 40 \end{cases} \begin{cases} a = 120, \\ b = 40. \end{cases}$$

На 120 тыс. рублей ежегодно уменьшался долг в 2026-2030 годах, на 40 тыс. рублей – в 2031-2035 годах.

Сумма всех платежей после полного погашения кредита составит $(5kS + 1000k - 10ka - 10kb + 5a + 5b)$ тыс. рублей. Это (по условию) 1480 тыс. рублей.

Учтём, что $S = 800$, $a = 120$, $b = 40$, тогда получим:

$$5k \cdot 800 + 1000k - 10k \cdot 120 - 10k \cdot 40 + 5 \cdot 120 + 5 \cdot 40 = 1480;$$

$$4000k + 1000k - 1200k - 400k + 600 + 200 = 1480;$$

$$3400k = 680;$$

$$k = 0,2.$$

Так как $k = \frac{r}{100}$, то $\frac{r}{100} = 0,2$; $r = 20$.

20 – целое число, что соответствует условию задачи. Каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года.

Ответ: $r = 20$.

Второй способ.

За первые 5 лет на $(800 - 200)$, то есть на 600 тыс. рублей должна равномерно уменьшиться сумма основного долга. Следовательно, в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на 120 тыс. рублей меньше долга на июль предыдущего года.

За следующие 5 лет сумма основного долга должна равномерно уменьшиться с 200 тыс. рублей до 0. Следовательно, в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на 40 тыс. рублей меньше долга на июль предыдущего года

Пусть 800 тыс. рублей = S тыс. рублей, 120 тыс. рублей = a тыс. рублей – сумма, на которую к июлю 2026 – 2030 годов уменьшается долг по сравнению с долгом на июль предыдущего года, 40 тыс. рублей = b тыс. рублей – сумма, на которую к июлю 2031 – 2035 годов уменьшается долг на по сравнению с долгом на июль предыдущего года.

Пусть $r\% = \frac{r}{100} = k$. Тогда в соответствии с условием задачи имеем:

Год	В январе банк увеличит долг на ... тыс. рублей	Клиент выплатит ... тыс. рублей	Долг в конце года, тыс. рублей
2025	-	-	S
2026	kS	$kS + a$	$S - a$
2027	$k(S - a) = kS - ka$	$kS - ka + a$	$S - 2a$
2028	$k(S - 2a) = kS - 2ka$	$kS - 2ka + a$	$S - 3a$

2029	$k(S - 3a) = kS - 3ka$	$kS - 3ka + a$	$S - 4a$
2030	$k(S - 4a) = kS - 4ka$	$kS - 4ka + a$	$S - 5a = 200$
2031	$200k$	$200k + b$	$200 - b$
2032	$k(200 - b) = 200k - kb$	$200k - kb + b$	$200 - 2b$
2033	$k(200 - 2b) = 200k - 2kb$	$200k - 2kb + b$	$200 - 3b$
2034	$k(200 - 3b) = 200k - 3kb$	$200k - 3kb + b$	$200 - 4b$
2035	$k(200 - 4b) = 200k - 4kb$	$200k - 4kb + b$	$200 - 5b = 0$

Сумма всех платежей после полного погашения кредита составит $(5kS + 1000k - 10ka - 10kb + 5a + 5b)$ тыс. рублей. Это (по условию) 1480 тыс. рублей.

Учтём, что $S = 800$, $a = 120$, $b = 40$, тогда получим:

$$5k \cdot 800 + 1000k - 10k \cdot 120 - 10k \cdot 40 + 5 \cdot 120 + 5 \cdot 40 = 1480;$$

$$4000k + 1000k - 1200k - 400k + 600 + 200 = 1480;$$

$$3400k = 680;$$

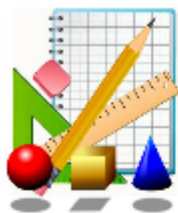
$$k = 0,2.$$

Так как $k = \frac{r}{100}$, то $\frac{r}{100} = 0,2$; $r = 20$.

20 – целое число, что соответствует условию задачи.

Каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года.

Ответ: $r = 20$.



Источник задания: вариант 301 ЕГЭ-2025

9. 15-го декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равно r , если общая сумма платежей в 2027 году составит 4830 тысяч рублей?

Обратите внимание на информацию для составления модели:

- после 36 выплат остаток долга равен 0 и
- общая сумма платежей в 2027 году составит 4830 тысяч рублей,

- 2027 год – это 1 – 12 месяцы выплаты кредита.

Решение. Пусть 9 миллионов рублей = S миллионов рублей.

Пусть $r\% = \frac{r}{100} = k$.

Пусть на a тысяч рублей уменьшается долг на 15-е число предыдущего месяца.
Тогда в соответствии с условием задачи имеем:

Месяц	Банк увеличит долг на ... тысяч рублей	Платёж, тысяч рублей	Долг после платежа, тысяч рублей
0-й	-	-	S
1-й	kS	$kS + a$	$S - a$
2-й	$k(S - a) = kS - ka$	$kS - ka + a$	$S - 2a$
3-й	$k(S - 2a) = kS - 2ka$	$kS - 2ka + a$	$S - 3a$
...	...	...	...
12-й	$k(S - 11a) = kS - 11ka$	$kS - 11ka + a$	$S - 12a$
...	...	...	...
36-й	$k(S - 35a) = kS - 35ka$	$kS - 35ka + a$	$S - 36a = 0$

Кредит будет выплачен за 36 месяцев, тогда $S - 36a = 0$; $a = \frac{S}{36} = \frac{9}{36} = 0,25$.

Ежемесячно к 15-му числу долг будет уменьшаться на 0,25 млн рублей.

4830 тысяч рублей, то есть 4,83 млн рублей составит общая сумма платежей в 2027 году, тогда

$$12kS + 12a - ka(1 + 2 + \dots + 11) = 4,83;$$

$$12kS + 12a - ka \cdot \frac{(1+11) \cdot 11}{2} = 4,83;$$

$$12kS + 12a - 66ka = 4,83;$$

$$12k \cdot 9 + 12 \cdot 0,25 - 66k \cdot 0,25 = 4,83;$$

$$108k + 3 - 16,5k = 4,83;$$

$$1080k + 30 - 165k = 48,3;$$

$$915k = 18,3;$$

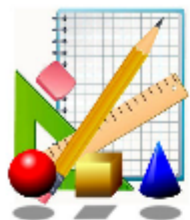
$$9150k = 183;$$

$$50k = 1;$$

$$k = \frac{1}{50}.$$

$$\text{Так как } k = \frac{r}{100}, \text{ то } \frac{r}{100} = \frac{1}{50}; \quad r = 2$$

Ответ: $r = 2$.



Источник задания: alexlarin.net [Тренировочный вариант №507 ЕГЭ - 2026](#)

10. В августе 2026 года Адам Иванович планирует взять кредит на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый февраль долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года; важно знать
- с марта по июль каждого года необходимо выплатить часть долга одним платежом.

Известно, что, если Адам Иванович каждый раз будет выплачивать по 200 000 рублей, то он рассчитается по кредиту за 4 года, а, если по 328 000 рублей, то за 2 года. Найдите r .

Это аннуитетный платёж (выплаты производятся равными суммами). Тогда важно знать сумму долга до платежа. Она будет составлять $(100 + r)\%$ от суммы долга на конец года.

Решение. Пусть S тысяч рублей – сумма кредита.

Пусть $(100 + r)\% = \frac{100 + r}{100} = k$.

Пусть 200 тысяч рублей = a тысяч рублей.

Пусть 328 тысяч рублей = b тысяч рублей.

Тогда в соответствии с условием задачи имеем:

Кредит на 4 года			
Год	Долг до платежа, рублей	Платёж, рублей	Долг после платежа, рублей
0-й	-	-	S
1-й	kS	a	$kS - a$
2-й	$k(kS - a) = k^2S - ka$	a	$k^2S - ka - a$
3-й	$k(k^2S - ka - a) = k^3S - k^2a - ka$	a	$k^3S - k^2a - ka - a$
4-й	$k(k^3S - k^2a - ka - a) = k^4S - k^3a - k^2a - ka$	a	$k^4S - k^3a - k^2a - ka - a = 0$
Кредит на 2 года			
0-й	-	-	S
1-й	kS	b	$kS - b$
2-й	$k(kS - b) = k^2S - kb$	b	$k^2S - kb - b = 0$

Во-первых, остаток долга после 4 лет выплаты кредита равен 0, тогда

$$k^4 S - k^3 a - k^2 a - ka - a = 0;$$

$$k^4 S - k^3 \cdot 200 - k^2 \cdot 200 - k \cdot 200 - 200 = 0;$$

$$k^4 S = 200k^3 + 200k^2 + 200k + 200;$$

$$S = \frac{200k^3 + 200k^2 + 200k + 200}{k^4}.$$

Во-вторых, остаток долга после 2 лет выплаты кредита равен 0, тогда

$$k^2 S - kb - b = 0;$$

$$k^2 S - k \cdot 328 - 328 = 0;$$

$$k^2 S = 328k + 328;$$

$$S = \frac{328k + 328}{k^2}.$$

Следовательно,
$$S = \frac{200k^3 + 200k^2 + 200k + 200}{k^4} = \frac{328k + 328}{k^2}.$$

$$\frac{200k^3 + 200k^2 + 200k + 200}{k^4} = \frac{328k + 328}{k^2}.$$

Так как по смыслу задачи $k > 0$, то

$$200k^3 + 200k^2 + 200k + 200 = 328k^3 + 328k^2;$$

$$200k^3 + 200k^2 + 200k + 200 = 328k^3 + 328k^2;$$

$$128k^3 + 128k^2 - 200k - 200 = 0;$$

$$128k^2(k+1) - 200(k+1) = 0;$$

$$(k+1)(128k^2 - 200) = 0;$$

$$\left[\begin{array}{l} k = -1 \\ k^2 = \frac{100}{64}; \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} k = -1 \\ k = -\frac{5}{4} \\ k = \frac{5}{4}. \end{array} \right.$$

$$k > 0, \text{ тогда } k = \frac{5}{4}.$$

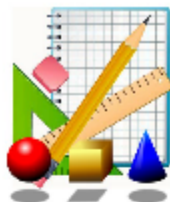
$$\text{Так как } k = \frac{100+r}{100}, \text{ то } \frac{100+r}{100} = \frac{5}{4};$$

$$400 + 4r = 500;$$

$$4r = 100;$$

$$r = 25.$$

Ответ: $r = 25$.



Источник задания: Банк ФИПИ

<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B&qid=8C8AD4>

11. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 600 тысяч рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите n , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 852 тысячи рублей.

Обратите внимание:

- не знаем срок выплаты кредита,

- к 15-му числу основной долг равномерно уменьшается, но только в первые n месяцев,

- в $(n+1)$ -й месяц нужно выплатить весь оставшийся долг.

Это дифференцированный платёж. Ежемесячно (кроме последнего месяца) выплачиваем проценты банка, назначенные 1-го числа, и фиксированную сумму для уменьшения основного долга. В последний месяц выплачиваем проценты и весь долг на конец n -го месяца.

Решение. Пусть 600 тысяч рублей = S тысяч рублей.

Пусть $3\% = 0,03 = k$.

Пусть на a тысяч рублей уменьшается долг с 1-го по n -й месяцы.

Тогда в соответствии с условием задачи имеем:

Месяц	Банк увеличит долг на ... тысяч рублей	Платёж, тысяч рублей	Долг после платежа, тысяч рублей
0-й	-	-	S
1-й	kS	$kS + a$	$S - a$
2-й	$k(S - a) = kS - ka$	$kS - ka + a$	$S - 2a$
3-й	$k(S - 2a) = kS - 2ka$	$kS - 2ka + a$	$S - 3a$
...	...	...	...

n -й	$k(S - (n-1)a) = kS - nka + ka$	$kS - nka + ka + a$	$S - na = 200$
$(n+1)$ -й	$200k$	$200 + 200k$	0

15-го числа, то есть после выплаты, n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей, тогда $S - na = 200$, следовательно,

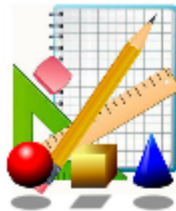
$$600 - na = 200 \Leftrightarrow na = 400 \Leftrightarrow a = \frac{400}{n}.$$

Общая сумма выплат составит (тысяч рублей):

$$\begin{aligned} nkS + na - ka(1 + 2 + \dots + (n-1)) + 200 + 200k &= nkS + na - ka \cdot \frac{(1+n-1) \cdot (n-1)}{2} + 200 + 200k = \\ &= nkS + na - ka \cdot \frac{n(n-1)}{2} + 200 + 200k = \\ &= n \cdot 0,03 \cdot 600 + n \cdot \frac{400}{n} - 0,03 \cdot \frac{400}{n} \cdot \frac{n(n-1)}{2} + 200 + 200 \cdot 0,03 = \\ &= 18n + 400 - 6(n-1) + 200 + 6 = 18n + 400 - 6n + 6 + 200 + 6 = 12n + 612. \end{aligned}$$

По условию задачи общая сумма выплат составит 852 тыс. рублей, тогда $12n + 612 = 852 \Leftrightarrow 12n = 240 \Leftrightarrow n = 20$.

Ответ: $n = 20$.



Источник задания: банк ФИПИ

<https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B&qid=60FD4D>

12. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1 000 000 рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

В задаче 4 особенности:

- не знаем сколько месяцев выделили для погашения кредита,
- не знаем процентную ставку кредитования;

- на 40 тыс. рублей ежемесячно уменьшается долг только в первые n месяцев, а потом, в следующем месяце, нужно погасить весь остаток долга,
- единицы измерения величин не совпадают (1 000 000 рублей, но 40 тысяч рублей, 200 тысяч рублей, 1378 тысяч рублей).

Платёж дифференцированный, логика: на сколько тысяч рублей банк увеличит долг 1 января → платёж клиента (он складывается из двух частей: оплата процентов от 1 января плюс сколько-то тысяч рублей для погашения суммы, взятой в кредит) → оставшийся долг после платежа (его нужно знать потому, что от этой суммы банк начислит проценты 1 января следующего месяца).

Решение. Пусть 1 000 000 рублей = 1000 тысяч рублей = S тысяч рублей.

Пусть $r\% = \frac{r}{100} = k$.

Пусть 40 тысяч рублей = a тысяч рублей. На столько уменьшается долг с 1-го по n -й месяцы.

Тогда в соответствии с условием задачи имеем:

Месяц	Банк увеличит долг на ... тысяч рублей	Платёж, тысяч рублей	Долг после платежа, тысяч рублей
0-й	-	-	S
1-й	kS	$kS + a$	$S - a$
2-й	$k(S - a) = kS - ka$	$kS - ka + a$	$S - 2a$

3-й	$k(S - 2a) = kS - 2ka$	$kS - 2ka + a$	$S - 3a$
...	...	...	...
n -й	$k(S - (n-1)a) = kS - nka + ka$	$kS - nka + ka + a$	$S - na = 200$
$(n+1)$ -й	$200k$	$200 + 200k$	0

15-го числа, то есть после выплаты, n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей, тогда $S - na = 200$, следовательно, $1000 - n \cdot 40 = 200 \Leftrightarrow 40n = 800 \Leftrightarrow n = 20$.

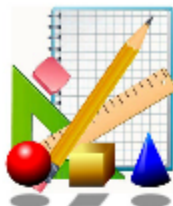
Общая сумма выплат составит (тысяч рублей):

$$\begin{aligned}
 nkS + na - ka(1 + 2 + \dots + (n-1)) + 200 + 200k &= nkS + na - ka \cdot \frac{(1+n-1) \cdot (n-1)}{2} + 200 + 200k = \\
 &= nkS + na - ka \cdot \frac{n(n-1)}{2} + 200 + 200k = 20k \cdot 1000 + 20 \cdot 40 - k \cdot 40 \cdot \frac{20(20-1)}{2} + 200 + 200k = \\
 &= 20\,000k + 800 - 7600k + 200 + 200k = 12\,600k + 1000.
 \end{aligned}$$

По условию задачи общая сумма выплат составит 1378 тыс. рублей, тогда $12\,600k + 1000 = 1378 \Leftrightarrow 12\,600k = 378 \Leftrightarrow 100k = 3 \Leftrightarrow k = \frac{3}{100}$.

Так как $k = \frac{r}{100}$, то $\frac{r}{100} = \frac{3}{100}$; $r = 3$.

Ответ: $r = 3$.



ИТОГ

Дифференцированный платёж

Клиент вносит сумму, на которую банк увеличил долг, и некоторую сумму для погашения основного долга (суммы, взятой в кредит).

Логика решения: на сколько банк увеличит долг $\rightarrow$ платёж клиента (он складывается из двух частей: оплата процентов плюс доля суммы, взятой в кредит) $\rightarrow$ оставшийся долг после платежа (если от этой суммы банк начисляет проценты).

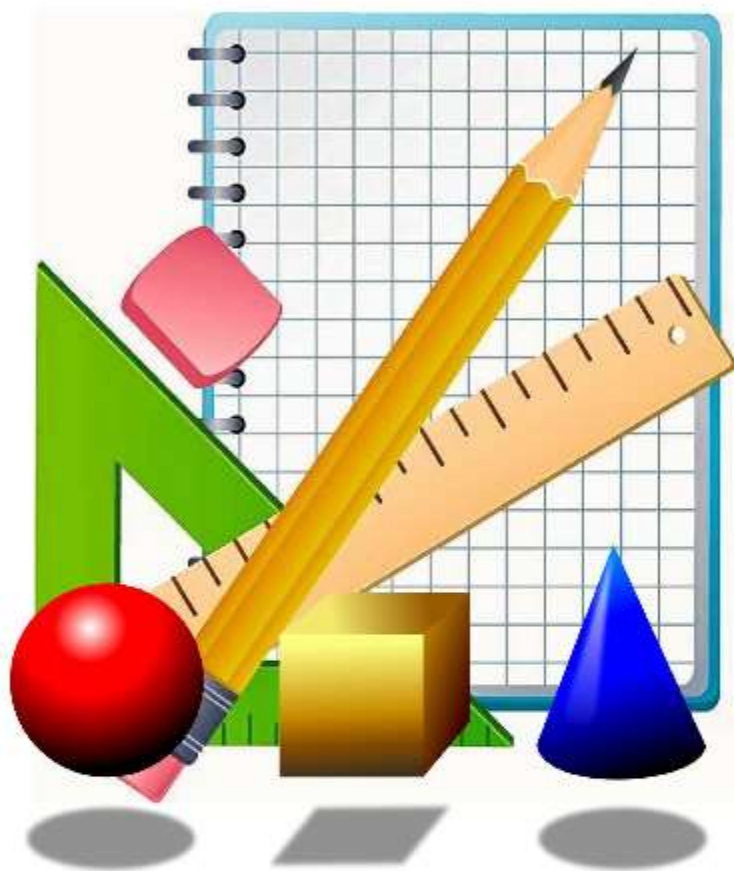
Аннуитетный платёж

Клиент вносит фиксированную сумму, не разбивая её на части.

Логика решения: долг до платежа $\rightarrow$ платёж клиента $\rightarrow$ оставшийся долг после платежа (если от этой суммы банк начисляет проценты).

Что следует иметь ввиду, решая экономическую задачу:

- каждое математическое выражение должно сопровождаться пояснением его смысла (более удобно это сделать в таблице),
- работу с математической моделью следует выполнять более подробно, не пропуская шаги решения,
- результат работы с математической моделью нужно интерпретировать (отразить его смысл).



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

ПАНИНА Н. А.

08.01.2026 состоится занятие «Экономические задачи на оптимизацию»

Презентации интенсива размещены на сайте:

http://www.dpo-smolensk.ru/rumo_new/l-pred-emc/2-matematika/intensiv.php