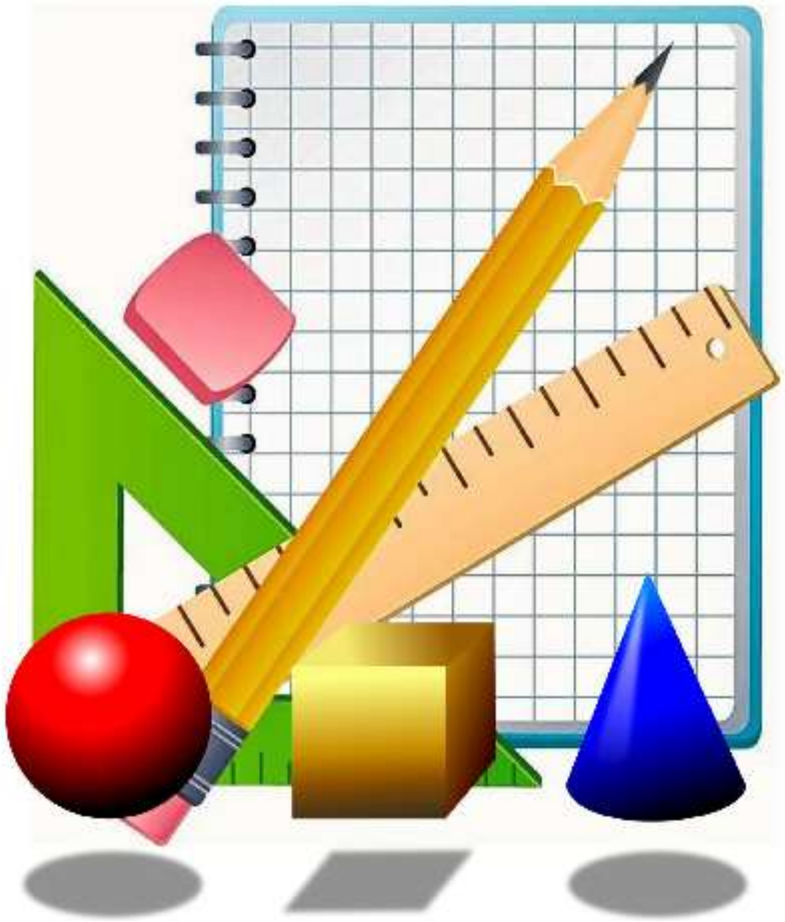
Интенсив «Решение заданий

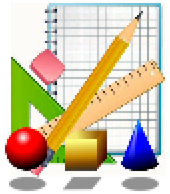
повышенного и высокого уровня сложности»



Задания с числами

Панина Н. А., учитель математики
МБОУ СШ № 33, г. Смоленск

2025-2026 учебный год



Уровень сложности задания: высокий

СТРУКТУРА ЗАДАНИЯ НА ЕГЭ

Задание объединяет 3 задачи (а, б и в).

Сообщается информация, единая для всех трёх задач, затем каждая из задач дополняется новой информацией. Задачи а) и б) являются открытыми, они формулируются в виде вопроса «Может ли …?» и не ориентируют участника экзамена на определённый результат.

Если правильный ответ **«Да, может»**, то лучше всего без подробностей получения результата **привести пример**, подтверждающий заключение «Да, может», и проанализировать полное соответствие приведённого примера условию задачи (**обязательно!!!!!**).

Если правильный ответ «Нет, не может», то решение задачи нужно провести в общем виде (помним основное логическое правило **«Никакими частными примерами нельзя опровергнуть общее положение»).** Исключение – **полный перебор** частных случаев.

Задача в) предполагает **исследование в общем виде**, установление главных закономерностей **и подтверждение конкретным примером**, что установленные закономерности являются реальными и соответствуют условию задачи.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в* и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	4

1. На доске записано 10 натуральных чисел, среди которых нет одинаковых. Оказалось, что среднее арифметическое любых трёх, любых четырёх, любых пяти, любых шести из записанных чисел является целым числом. Одно из записанных чисел равно 30 021.

а) Может ли среди записанных на доске чисел быть число 351?

б) Может ли отношение двух записанных на доске чисел равняться 11?

в) Отношение двух записанных на доске чисел является целым числом n. Найдите наименьшее возможное значение n.

Источник задания: открытый вариант ЕГЭ 2025, профильная математика

Рано приступать к решению задачи а или б, или в. Нужно понять, что с точки зрения математики означают фразы «среднее арифметическое любых трёх из записанных чисел является целым числом», «среднее арифметическое любых четырёх из записанных чисел является целым числом» и так далее. И сделать это нужно в общем виде. Результат распространится на все три задачи.

Решение. 1) Выясним, каким свойством обладают числа, если среднее арифметическое любых трёх из записанных чисел является целым числом.

Пусть $a; b; c$ – три любых числа из заданных десяти чисел. Тогда $\frac{a+b+c}{3}=k$, где k – целое число. Следовательно, $a+b+c=3k$.

Пусть $b; c; d$ – три других числа из заданных десяти чисел. Тогда $\dfrac{b+c+d}{3}=n$, где n – целое число. Следовательно, $b+c+d=3n$.

$$\begin{cases} a+b+c=3k, \\ b+c+d=3n. \end{cases}$$

Поэтому

$$a-d=3k-3n=3(\underbrace{k-n}_{\text{целое число}}).$$

Следовательно, если среднее арифметическое любых трёх из записанных чисел является целым числом, то разность любых двух чисел из записанных десяти делится на 3. Другими словами, при делении на 3 все десять чисел дают один и тот же остаток (они сравнимы по модулю 3).

2) Выясним, каким свойством обладают числа, если среднее арифметическое любых четырёх из записанных чисел является целым числом.

Пусть $a; b; c; x$ – четыре любых числа из заданных десяти чисел. Тогда $\dfrac{a+b+c+x}{4}=k$, где k – целое число. Следовательно, $a+b+c+x=4k$.

Пусть $b; c; d; x$ – четыре других числа из заданных десяти чисел. Тогда $\frac{b+c+d+x}{4}=n$, где n – целое число. Следовательно, $b+c+d+x=4n$.

$$\begin{cases} a+b+c+x=4k, \\ b+c+d+x=4n. \end{cases}$$

Поэтому

$$a-d=4k-4n=4(\underbrace{k-n}_{\text{целое число}}).$$

Следовательно, если среднее арифметическое любых четырёх из записанных чисел является целым числом, то разность любых двух чисел из записанных десяти делится на 4. Другими словами, при делении на 4 все десять чисел дают один и тот же остаток (они сравнимы по модулю 4).

3) Аналогично можно доказать, что если среднее арифметическое любых пяти (шести) из записанных чисел является целым числом, то разность любых двух чисел из записанных десяти делится на 5 (на 6). Другими словами, при делении на 5 (при делении на 6) все десять чисел дают один и тот же остаток (они сравнимы по модулю 5, сравнимы по модулю 6).

а) Сравним остатки от деления чисел 30 021 и 351 на 3, 4, 5, 6.

$$30021 \equiv 0 \pmod 3, \quad 351 \equiv 0 \pmod 3;$$

$$30021 \equiv 1 \pmod 4, \quad 351 \equiv 3 \pmod 4.$$

При делении на 4 числа дают неодинаковые остатки – противоречие доказанному ранее. Следовательно, нет, не может число 351 быть среди записанных на доске чисел.

б) Предположим, что среди записанных чисел есть такие числа *A* и *B*, что их отношение равно 11, то есть такие, что $\frac{B}{A} = 11, \quad B = 11A$.

По доказанному ранее все 10 записанных чисел сравнимы по модулю 4. По условию задачи среди записанных чисел есть число 30 021.

$30021 \equiv 1 \pmod 4$.

Следовательно, $A \equiv 1 \pmod 4, \quad A = 4k + 1.$ Тогда

$$B = 11A = 11(4k+1) = 44k + 11 = \underbrace{44k+8}_{\text{делится на } 4} + 3$$

$$B \equiv 3 \pmod 4.$$

Получили, что при делении на 4 числа *A* и *B* дают разные остатки. Тогда разность чисел *A* и *B* не делится на 4 – противоречие доказанному ранее. Следовательно, предположение о существовании таких чисел неверно. Среди записанных 10 чисел нет таких, отношение которых равно 11. Нет, отношение не может равняться 11.

Второй способ решения задачи б)

Предположим, что среди записанных чисел есть такие числа A и B, что их отношение равно 11, то есть такие, что $\frac{B}{A}=11$. Тогда $B=11A$, $B-A=11A-A=10A$.

По условию задачи среди записанных чисел есть число 30 021.

$30\,021\equiv 1(\mathrm{mod}\,4)$.

Следовательно, $A\equiv 1(\mathrm{mod}\,4)$, $A=4k+1$.

$$\left.\begin{array}{l} 10A=10(4k+1)=40k+10. \\ 40k\,\vdots\,4 \\ 10\,\not\vdots\,4 \end{array}\right| \Rightarrow 10A\,\not\vdots\,4 - \text{ противоречие доказанному ранее.}$$

Нет, отношение двух написанных чисел не может равняться 11.

в) По условию отношение двух записанных на доске чисел является целым числом n.

Пусть A и B – эти числа. Тогда $\frac{B}{A}=n$, $B=An$, где n – целое число.

По доказанному ранее разность любых двух из написанных десяти чисел делится на 3, на 4, на 5 и на 6. Числа 3, 4 и 5 являются взаимно простыми. Следовательно, разность любых двух из написанных десяти чисел делится на произведение чисел 3, 4 и 5, то есть делится на 60. Это означает, что все десять чисел сравнимы по модулю 60.

По условию задачи одним из десяти чисел является число 30 021. $30\,021 \equiv 21 \pmod{60}$.

$$A \equiv 21 \pmod{60}, \qquad B \equiv 21 \pmod{60},$$

Тогда

$$A = 60k + 21, \qquad B = An = n\cdot(60k+21) = 60kn + 21n.$$

Выясним, при каком наименьшем целом значении n остаток от деления числа *B* на 60 будет равен 21.

Так как *A* и *B* – натуральные различные числа (следует из условия), то n – натуральное число, $n \geq 2$.

Значение n	**B**	**Остаток от деления числа *B* на 60**	**Соответствие умозаключениям решения**
2	$B = 60nk + 21n = 120k + 42$	42	Не соответствует
3	$B = 60nk + 21n = 180k + 63$	3	Не соответствует
4	$B = 60nk + 21n = 240k + 84$	24	Не соответствует
5	$B = 60nk + 21n = 300k + 105$	45	Не соответствует
6	$B = 60nk + 21n = 360k + 126$	6	Не соответствует
7	$B = 60nk + 21n = 420k + 147$	27	Не соответствует
8	$B = 60nk + 21n = 480k + 168$	48	Не соответствует
9	$B = 60nk + 21n = 540k + 189$	9	Не соответствует
10	$B = 60nk + 21n = 600k + 210$	30	Не соответствует
11	$B = 60nk + 21n = 660k + 231$	51	Не соответствует

Значение n	B	Остаток от деления числа B на 60	Соответствие умозаключениям решения
12	$B = 60nk + 21n = 720k + 252$	12	Не соответствует
13	$B = 60nk + 21n = 780k + 273$	33	Не соответствует
14	$B = 60nk + 21n = 840k + 294$	54	Не соответствует
15	$B = 60nk + 21n = 900k + 315$	15	Не соответствует
16	$B = 60nk + 21n = 960k + 336$	36	Не соответствует
17	$B = 60nk + 21n = 1020k + 357$	57	Не соответствует
18	$B = 60nk + 21n = 1080k + 378$	18	Не соответствует
19	$B = 60nk + 21n = 1140k + 399$	39	Не соответствует
20	$B = 60nk + 21n = 1200k + 420$	0	Не соответствует
21	$B = 60nk + 21n = 1260k + 441$	21	Соответствует

Наименьшее значение n, при котором оба числа A и B имеют остаток 21 при делении на 60 – это 21.

Пример: на доске написаны десять чисел: 21; 81; 141; 201; 261; 321; 381; 441; 501; 30 021, соответствующих условию задачи. Отношение числа 441 к числу 21 равно 21.

Второй способ решения задачи в)

По условию отношение двух записанных на доске чисел является целым числом n.

Пусть A и B – эти числа. Тогда $\frac{B}{A} = n$, $B = An$, где n – целое число.

По доказанному ранее разность любых двух из написанных десяти чисел делится на 3, на 4, на 5 и на 6. Числа 3, 4 и 5 являются взаимно простыми. Следовательно, разность любых двух из написанных десяти чисел делится на произведение чисел 3, 4 и 5, то есть делится на 60. Это означает, что все десять чисел сравнимы по модулю 60.

По условию задачи одним из десяти чисел является число 30 021. $30\,021 \equiv 21 \pmod{60}$. Тогда

$$A \equiv 21 \pmod{60}, \qquad B \equiv 21 \pmod{60},$$

$$A = 60k + 21, \qquad B = An = n \cdot (60k + 21) = \underbrace{60nk}_{\text{делится на } 60} + 21n.$$

Выясним, при каком наименьшем натуральном n, слагаемое $21n$ при делении на 60 даёт остаток 21.

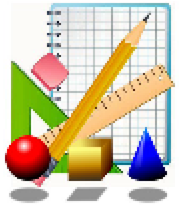
$$21n = 60m + 21 \quad \Leftrightarrow \quad 21n - 21 = 60m \quad \Leftrightarrow \quad 21(n-1) = 60m \quad \Leftrightarrow \quad 7(n-1) = 20m.$$

7 и 20 не имеют общих делителей кроме 1, следовательно, $(n - 1)$ делится на 20.

Наименьшее значение n, обладающее указанным свойством, является корнем уравнения $n - 1 = 20$, откуда $n = 21$.

Пример: на доске написаны десять чисел: 21; 81; 141; 201; 261; 321; 381; 441; 501; 30 021, соответствующих условию задачи. Отношение числа 441 к числу 21 равно 21.

Ответ: а) нет; б) нет; в) 21.



2. Первый член конечной геометрической прогрессии, состоящей из трёхзначных натуральных чисел, равен 304. Известно, что в этой прогрессии не меньше трёх членов.

а) Может ли число 380 являться членом такой геометрической прогрессии?

б) Может ли число 760 являться членом такой геометрической прогрессии?

в) Какое наибольшее число может являться членом такой геометрической прогрессии?

Источник задания: Вариант №951-957 ЕГКР г. Москва 16 декабря 2025 года , задание 19

Работаем на черновике, рассуждаем устно, письменно фиксируем только расчёты.

1) 304 – первый член геометрической прогрессии, 380 – n-й член прогрессии.

Тогда $304\cdot q^{n-1}=380 \iff q^{n-1}=\dfrac{380}{304} \iff q^{n-1}=\dfrac{95}{76} \iff q^{n-1}=\dfrac{5}{4}.$

2) Все члены прогрессии должны быть натуральными числами (по условию). Тогда $n-1=1 \iff n=2.$

380 – второй член прогрессии, знаменатель прогрессии равен $\dfrac{5}{4}$,

$380\cdot\dfrac{5}{4}=95\cdot 5=475$ – третий член прогрессии,

$475\cdot\dfrac{5}{4}=\dfrac{2375}{4}=593,75$ – не является натуральным числом, не может быть членом прогрессии.

3) Проверим полученную геометрическую прогрессию 304; 380; 475 на соответствие условию задачи:
прогрессия конечная – да,
состоит из трёхзначных натуральных чисел – да,
первый член 304 – да,
в прогрессии не менее трёх членов – да.
Следовательно, ответ в задаче а) «Да, может»

Работаем в чистовике

Решение

а) Да, может. Например: 304; 380; 475.

Это конечная геометрическая прогрессия, состоящая из трёхзначных натуральных чисел, первый член прогрессии равен 304, в прогрессии не менее трёх членов (ровно три члена), что соответствует условию задачи.

б) Предположим, что 760 является членом геометрической прогрессии, соответствующей условию задачи. Тогда

304 – первый член геометрической прогрессии, 760 – n-й член прогрессии.

$$304 \cdot q^{n-1} = 760 \quad \Leftrightarrow \quad q^{n-1} = \frac{760}{304} \quad \Leftrightarrow \quad q^{n-1} = \frac{760}{4 \cdot 76} \quad \Leftrightarrow \quad q^{n-1} = \frac{5}{2}.$$

Все члены прогрессии должны быть натуральными числами (по условию). Тогда

первый случай: $n - 1 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad n = 2$, 760 – второй член прогрессии, знаменатель прогрессии равен $\frac{5}{2}$,

$760\cdot\frac{5}{2}=380\cdot 5=1900$ – является натуральным числом, но это не трёхзначное число, не может быть членом прогрессии, описанной в условии задачи.
В прогрессии, составленной по тексту задачи, только два члена, что противоречит условию задачи. Следовательно, n – натуральное число, которое больше 2.

Второй случай: n – натуральное число, которое больше 2. Тогда

$q^{n-1}=\frac{5}{2} \quad\Leftrightarrow\quad q=\sqrt[n-1]{2,5}$ – иррациональное число при любом натуральном допустимом n.

304 и 760 – натуральные трёхзначные числа, но другие члены геометрической прогрессии с таким знаменателем не будут являться натуральными трёхзначными числами.

Следовательно, нет, не может быть 760 членом геометрической прогрессии, заданной условием задачи.

в) Случай «знаменатель прогрессии равен 1» противоречит условию «конечная геометрическая прогрессия», так как в этом случае прогрессия имеет вид 304; 304; 304; … и является бесконечной (все её члены – трёхзначные натуральные числа).

По условию задачи все члены последовательности – натуральные числа. Следовательно, знаменателем прогрессии не может быть иррациональное число. Необходимое условие: знаменатель прогрессии – рациональное число.

Знаменатель прогрессии больше 1, так как прогрессия является возрастающей по смыслу задачи.

Предположим, что знаменатель прогрессии равен 2. Тогда получим геометрическую прогрессию: 304; 608; 1216 – противоречие условию (все члены прогрессии должны быть трёхзначными числами и в прогрессии должно быть не менее трёх членов). Следовательно, знаменатель прогрессии не может быть равен 2 и тем более, он не может быть больше, чем 2.

Следовательно, для того, чтобы получить прогрессию, удовлетворяющую условию задачи, нужно выбрать в качестве знаменателя прогрессии несократимую рациональную дробь, которая больше 1, но меньше 2.

Знаменатель искомой дроби, являющейся знаменателем прогрессии, должен быть делителем первого члена прогрессии, то есть числа 304.

$$\begin{array}{r|l} 304 & 2 \\ 152 & 2 \\ 76 & 2 \\ 38 & 2 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array}$$

19 не может быть знаменателем дроби и не может быть делителем знаменателя, так как при таком знаменателе прогрессии натуральными числами окажутся только первый и второй члены прогрессии, а третий член прогрессии будет представлять собой несократимую дробь со знаменателем 19 или дробь, в которой 19 окажется делителем знаменателя дроби.

По той же причине знаменателем несократимой дроби не может быть 2^4, то есть 16 (в этом случае третий член прогрессии окажется несократимой дробью со знаменателем 16) и не может быть 2^3, то есть 8 (тогда третий член прогрессии окажется несократимой дробью со знаменателем 4).

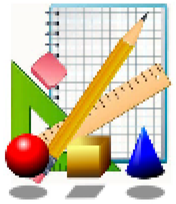
Следовательно, для того, чтобы хотя бы три первых члена прогрессии оказались трёхзначными натуральными числами, необходимо и достаточно, чтобы знаменателями прогрессии являлись дроби со знаменателями 2 или 4, причём эти дроби должны быть больше 1, но меньше 2.

Несократимые дроби со знаменателями 2 или 4, которые больше 1, но меньше, чем 2, – это $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{7}{4}$.

Знаменатель прогрессии	Прогрессия	Наибольший член прогрессии
$\frac{3}{2}$	304; 456; 684.	684
$\frac{5}{4}$	304; 380; 475	475
$\frac{7}{4}$	304; 532; 931	931

Доказали, что наибольшее число, являющееся членом прогрессии, соответствующей условию задачи, – это 931.

Ответ: а) да, может; б) нет, не может; в) 931.



3. а) Можно ли число 2014 представить в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр?

б) Можно ли число 199 представить в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр?

Источник задания: https://math-ege.sdamgia.ru/test?id=88332451

Решение. а) Да, можно. Например, 2006 + 8, при этом

1) 2006 + 8 =2014,

2) сумма цифр числа 2006 равна 8,
сумма цифр числа 8 равна 8

– одинаковые суммы цифр,

что соответствует условию задачи.

б) Предположим, что 199 можно получить, складывая два натуральных числа с одинаковой суммой цифр. Тогда

- либо 199 – результат сложения трёхзначного числа с однозначным,
- либо это результат сложения трёхзначного числа с двузначным,
- либо складывали два двузначных числа.

Но складывать два двузначных числа в данном случае не могли, так как наибольшее значение суммы двух двузначных чисел равно 198 (это 99 + 99 – сумма двух наибольших двузначных чисел), 199 > 198.

Следовательно, необходимо провести исследование только в первых двух случаях.

Первый случай: 199 – сумма трёхзначного числа и однозначного. Тогда

$x=100+10a+b=\overline{1ab}$ – трёхзначное число,

$y=\overline{y}$ – однозначное число,

$$\begin{cases}\overline{1ab}+\overline{y}=199,\\ 1+a+b=y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}100+10a+b+y=199,\\ y=1+a+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}10a+b+y=99,\\ y=1+a+b\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}10a+b+1+a+b=99,\\ y=1+a+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11a+2b=98,\\ y=1+a+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11a=2(49-b),\\ y=1+a+b.\end{cases}$$

11 и 2 – взаимно простые числа, следовательно,

$$\left.\begin{array}{l}a\,\vdots\,2,\quad (49-b)\,\vdots\,11\\ b\in\{0;1;2;...;9\}\end{array}\right|\Rightarrow 49-b=44,\text{ то есть } b=5.$$

$$\begin{cases}b=5,\\ 11a=2(49-b),\\ y=1+a+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=5,\\ 11a=2(49-5),\\ y=1+a+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=5,\\ a=8,\\ y=1+8+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=8,\\ b=5,\\ y=14.\end{cases}$$

Противоречие. 14 не является однозначным числом. Следовательно, нельзя представить 199 в виде суммы трёхзначного и однозначного чисел с одинаковой суммой цифр.

Второй случай: 199 – сумма трёхзначного и двузначного числа.

$x = 100 + 10a + b = \overline{1ab}$ – трёхзначное число,

$y = 10c + d = \overline{cd}$ – двузначное число,

$$\begin{cases} \overline{1ab} + \overline{cd} = 199, \\ 1 + a + b = c + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100 + 10a + b + 10c + d = 199, \\ 1 + a + b = c + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10(a + c) + (b + d) = 99, \\ 1 + a + b = c + d. \end{cases}$$

$(b + d)$ – сумма цифр, записанных в разряде единиц. Наибольшее значение такой суммы равно 18 (это 9 + 9), 19 >18. Следовательно,

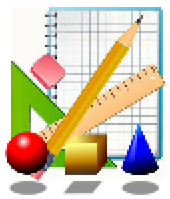
$$\begin{cases} b + d = 9, \\ 10(a + c) + (b + d) = 99, \\ 1 + a + b = c + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + d = 9, \\ a + c = 9, \\ 1 + a + b = c + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 9 - b, \\ c = 9 - a, \\ 1 + a + b = 9 - a + 9 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 9 - b, \\ c = 9 - a, \\ 2a + 2b = 17. \end{cases}$$

Противоречие (сумма чётных чисел не может оказаться нечётным числом. Следовательно, нельзя представить 199 в виде суммы трёхзначного и двузначного чисел с одинаковой суммой цифр.

Исследовали все три случая сложения двух чисел для получения суммы 199 и доказали, что нельзя представить 199 в виде суммы чисел с одинаковой суммой цифр.

Нет, нельзя.

Ответ: а) да, можно; б) нет, нельзя.



4. В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 20 тонн или 40 тонн. В некоторых из тих контейнеров находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 60% от общего количества контейнеров.

а) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 50% от общей массы всех контейнеров?

б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 40% от общей массы контейнеров?

в) Какую наибольшую долю (в процентах) может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров?

Источник условия задачи: https://alexlarin.net/ege/2025/trvar469.html

Решение. а) Пусть было a контейнеров по 20 тонн и b контейнеров по 40 тонн. Тогда $(a + b)$ контейнеров всего,

$(20a + 40b)$ тонн – общая масса груза в контейнерах.

Контейнеры с песком: $0{,}6(a + b)$ контейнеров с песком всего, из них

m контейнеров по 20 тонн,

$(0{,}6a + 0{,}6b - m)$ контейнеров по 40 тонн,

$(20m + 40(0{,}6a + 0{,}6b \quad m))$ тонн – масса контейнеров с песком. Она составляет 50% от общей массы груза.

$$20m + 40(0{,}6a + 0{,}6b - m) = 0{,}5(20a + 40b).$$

$20m + 40(0{,}6a + 0{,}6b - m) = 0{,}5(20a + 40b);$

$20m + 24a + 24b - 40m = 10a + 20b;$

$14a + 4b = 20m;$

$7a + 2b = 10m.$

Равенство верно, если $a = 4$, $b = 1$, $m = 3$.

Действительно,

- всего 5 контейнеров, из них 3 с песком (это 60% от общего числа контейнеров),
- общая масса груза $4\cdot 20 + 1\cdot 40 = 120$ тонн,
- масса груза с песком $3\cdot 20 = 60$ тонн (50% от общей массы груза).

Да, может масса контейнеров с сахарным песком составить 50% от общей массы всех контейнеров.

Второй способ решения задачи а).

1)Пусть всего было 5 контейнеров, из них 3 с песком. Тогда контейнеры с песком составляют $\frac{3}{5}\cdot 100\% = 60\%$ от общего количества контейнеров.

2)Пусть 3 контейнера с песком были по 20 тонн, а из двух контейнеров без песка один был 40-тонный и один 20-тонный. Тогда общая масса груза составила 120 тонн: $20\cdot 3 + (40\cdot 1 + 20\cdot 1)$

Масса контейнеров с песком 20·3 = 60 тонн. $\frac{60}{120}\cdot 100\% = \frac{1}{2}\cdot 100\% = 50\%$

Ответ: да, масса контейнеров с песком может составлять 50%.

б) Найдём, какую наименьшую долю (в процентах) может составлять масса контейнеров с песком от общей массы груза.

Доля окажется наименьшей, если все контейнеры с песком окажутся наименьшей наполняемостью (по 20 тонн), а все контейнеры без песка окажутся наибольшей наполняемостью (по 40 тонн).

Пусть всего было n контейнеров. Тогда

0,6n контейнеров с песком и 0,4n контейнеров без песка,

$20\cdot 0{,}6n = 12n$ тонн – масса контейнеров с песком,

$40\cdot 0{,}4n = 16n$ тонн – масса контейнеров без песка,

$12n + 16n = 28n$ тонн – общая масса груза.

$\frac{12n}{28n}\cdot 100\% = \frac{3}{7}\cdot 100\% = \frac{300}{7}\% = 42\frac{6}{7}\%$ – наименьшая доля, которую может составлять масса контейнеров с песком от общей массы контейнеров, если их было 60% от всех контейнеров.

$40\% < 42\frac{6}{7}\%$. Следовательно, нет, не может масса контейнеров с сахарным песком составить 40% от общей массы контейнеров.

Логика решения:

- ✓ ввели буквенную символику и составили буквенную модель объекта,
- ✓ проанализировали модель и обнаружили противоречие условию.

Заключение: нет, не могло

в) Какую наибольшую долю (в процентах) может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров?

Для того, чтобы доля массы контейнеров с песком оказалась наибольшей, нужно, чтобы масса контейнеров с песком оказалась наибольшей, а масса контейнеров без песка – наименьшей. Следовательно, все контейнеры с песком должны быть по 40 тонн, а все контейнеры без песка – по 20 тонн.

По условию задачи количество контейнеров с песком составляет 60% от общего количества контейнеров.

Пусть x контейнеров всего, тогда $0{,}6x$ контейнеров с песком и $0{,}4x$ контейнеров без песка,

$40\cdot 0{,}6x = 24x$ тонн – масса контейнеров с песком,

$20\cdot 0{,}4x = 8x$ тонн – масса контейнеров без песка,

$24x + 8x = 32x$ тонн – общая масса груза

$\frac{24x}{32x}\cdot 100\% = \frac{3}{4}\cdot 100\% = 75\%$ – наибольшая доля, которую может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров.

Ответ: 75%

- **Если предстоит ответить: «Да, могло», то можно без обоснований привести пример (шаг 1)**

и доказать его полное соответствие условию задачи (шаг 2).

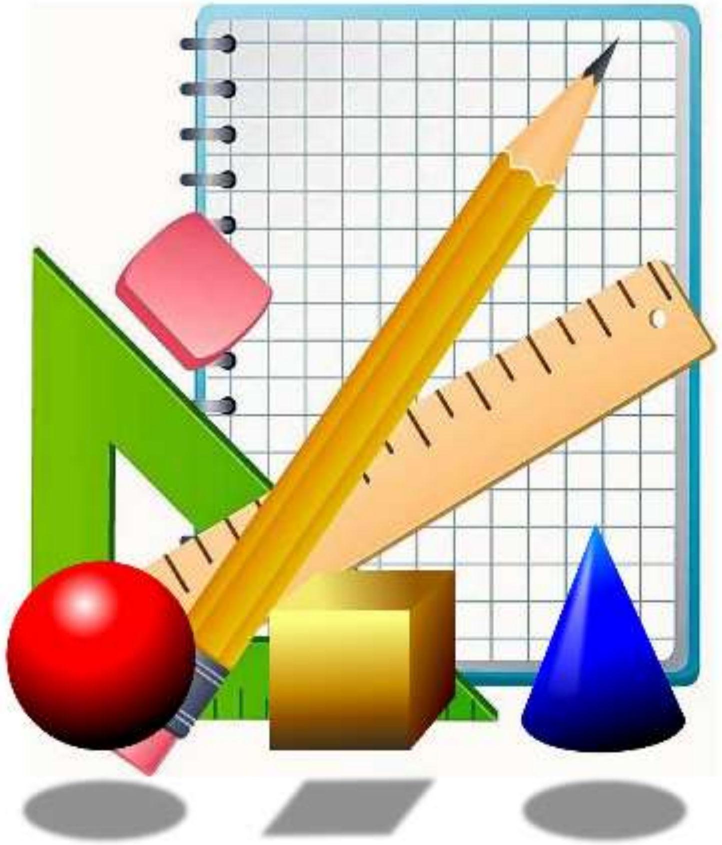
- **Если предстоит ответить: «Нет, не могло», то решение можно выполнить двумя способами.**

Первый: можно

- ✓ ввести буквенную символику и составить буквенную модель объекта,
- ✓ в общем виде выполнить с объектом все манипуляции, указанные в условии задачи,
- ✓ обнаружить противоречие условию.

Второй: можно

- выяснить, каким свойством обладают изучаемые объекты,
- смоделировать множество ВСЕХ объектов, обладающих этим свойством,
- методом перебора показать, что КАЖДЫЙ ИЗ НИХ противоречит условию.



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

ПАНИНА Н. А.

14.05.2026 состоится заключительное, обобщающее занятие

Презентации интенсива размещены на сайте:
http://www.dpo-smolensk.ru/rumo_new/l-pred-emc/2-matematika/intensiv.php