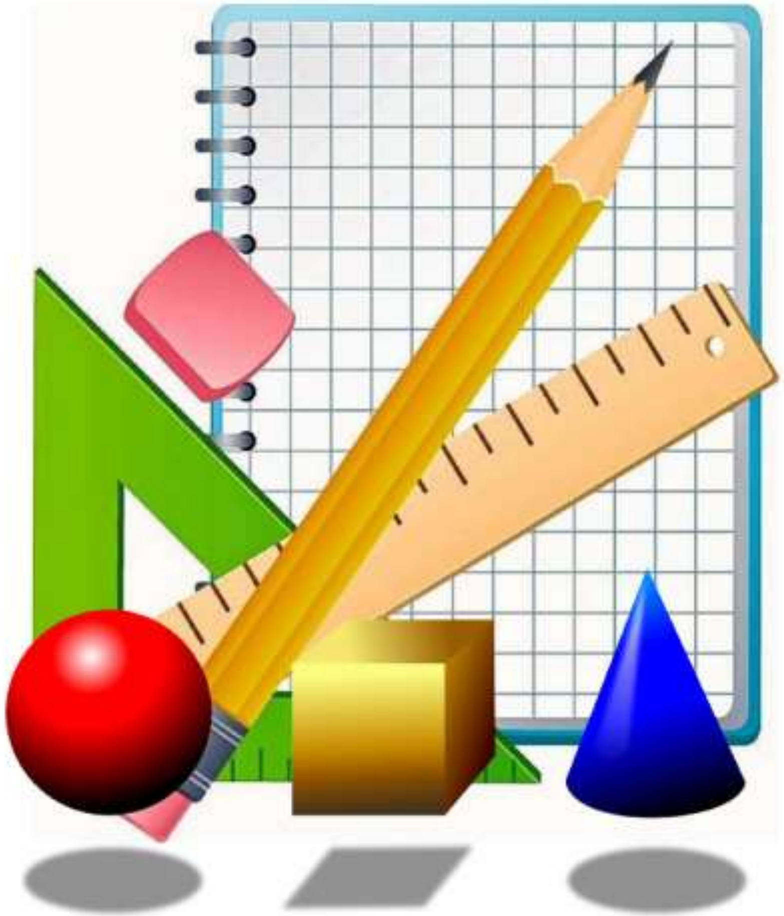
Интенсив «Решение заданий
повышенного и высокого уровня сложности»



Решение геометрических задач с развёрнутым ответом

Панина Н. А.,
учитель математики
МБОУ СШ № 33,
г. Смоленск

2025-2026 учебный год

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ С РАЗВЁРНУТЫМ ОТВЕТОМ

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта a, при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Задания считаются выполненными верно, если экзаменуемый выбрал **правильный путь решения**, ***<u>из письменной записи решения понятен ход его рассуждений</u>***, **обоснованно получен верный ответ**. В этом случае ему выставляется полный балл, соответствующий данному заданию.

Из сказанного выше следует, что, ссылаясь на теорему, **ВСЕ причины умозаключений нужно указывать** (иначе – неполное обоснование, факт не считается доказанным).

Например, в ходе доказательства или решения расчётной задачи нужно высказать мысль «Прямая *AB* перпендикулярна плоскости *PKR*».

ШАГ 1. Вспоминаем признак перпендикулярности прямой и плоскости (Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости).

ШАГ 2. Перечисляем все 5 причин (словесно или символикой) (прямые *MN* и *OF* выбраны в качестве примера).

ШАГ 3. Формулируем заключение:

Словесно	Символикой
Прямая *AB* перпендикулярна прямой *MN*, прямая *AB* перпендикулярна прямой *OF*, прямые *MN* и *OF* пересекаются, прямая *MN* лежит в плоскости *PKR*, прямая *OF* лежит в плоскости *PKR*. Следовательно, прямая *AB* перпендикулярна плоскости *PKR*.	$\left.\begin{array}{l} AB \perp MN, \\ AB \perp OF, \\ MN \cap OF, \\ MN \subset (PKR), \\ OF \subset (PKR) \end{array}\right| \Rightarrow AB \perp (PKR)$

Только в этом случае факт считается доказанным.

Обратим внимание, как доказать **параллельность прямой и плоскости**.

ШАГ 1. Вспоминаем признак параллельности прямой и плоскости: Прямая, не лежащая в плоскости, параллельна плоскости, если она параллельна прямой, лежащей в плоскости,
ШАГИ 2-3. Указываем 3 причины и формулируем умозаключение:

- прямая *AB* не лежит в плоскости α,
- прямая *AB* параллельна прямой *OP*, $\Rightarrow$ прямая *AB* параллельна плоскости α.
- прямая *OP* лежит в плоскости α

PS названия прямых и плоскостей здесь и в дальнейшем выбраны произвольно. Они необходимы для чёткого понимания правильности объяснения причин умозаключений в развёрнутых ответах.

Обращение к учащимся

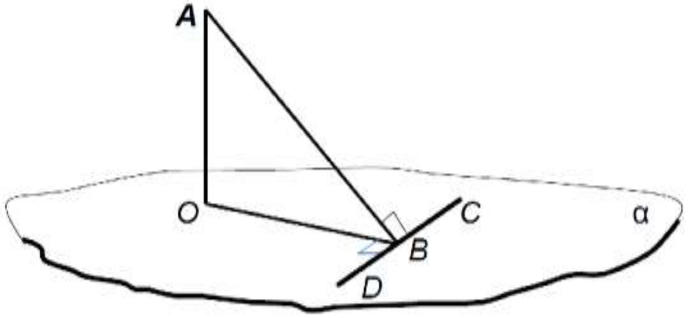
Уважаемые учащиеся, если Вы намерены выполнять геометрическое задание с развёрнутым ответом, то должны безупречно знать геометрические определения и теоремы, уметь их конкретизировать в выполняемом задании.

Формулировка теоремы о трёх перпендикулярах в учебнике «Геометрия 10» Мерзляка А.Г. и др. (учебник из перечня ФПУ)

Формулировка 1. Если прямая, принадлежащая плоскости, перпендикулярна проекции наклонной к этой плоскости, то она перпендикулярна и самой наклонной. И наоборот, если прямая принадлежащая плоскости, перпендикулярна наклонной к этой плоскости, то она перпендикулярна и проекции наклонной на эту плоскость.

Формулировка 2. Прямая, принадлежащая плоскости, перпендикулярна наклонной к этой плоскости тогда и только тогда, когда, эта прямая перпендикулярна проекции наклонной.

Следовательно, применяя теорему о трёх перпендикулярах, не нужно акцентировать внимание, какую именно теорему (прямую или обратную) применяем (даже в том случае, если обучение ведётся по учебнику Атанасяна А.Г.).



Правильное отражение причинно-следственных связей при применении теоремы о трёх перпендикулярах

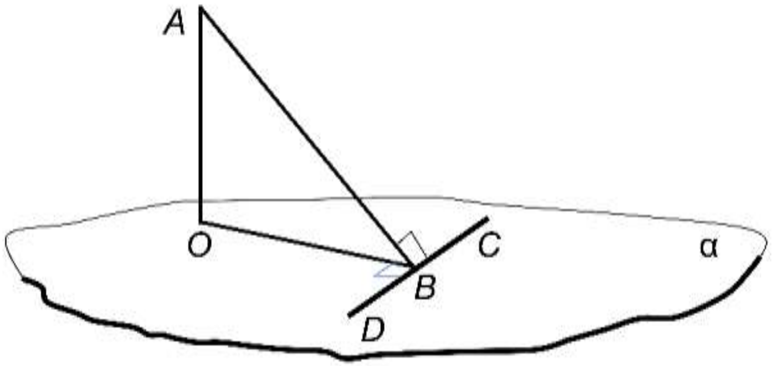
AO – перпендикуляр к плоскости α,
AB – наклонная к плоскости α,
BO – её проекция,
прямая *CD* лежит в плоскости α,
$CD \perp BO$

$\Rightarrow CD \perp AB$ (по теореме о трёх перпендикулярах)

или

AO – перпендикуляр к плоскости α,
AB – наклонная к плоскости α,
BO – её проекция,
прямая *CD* лежит в плоскости α,
$CD \perp AB$

$\Rightarrow CD \perp BO$ (по теореме о трёх перпендикулярах)



Особенности оформления развёрнутого ответа

В контрольно-измерительном материале, который получает участник ЕГЭ, переход к части 2 сопровождается инструкцией:

«Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.»

1. Инструкция не требует краткую запись условия и задания в геометрических задачах. Записи «Дано: …», «Доказать: …» «Найти: …» не являются обязательными.

2. Термин «ответ» следует рассматривать в широком смысле: всё решение задания участником экзамена является его письменным ответом. «Ответы записывайте чётко и разборчиво» означает «все записи, относящиеся к решению, должны быть читаемыми (чёткими, разборчивыми).

3. В процессе подготовки к экзамену следует обратить особое внимание на написание латинской буквы D. Если в решении присутствуют обе точки D и O, то в некоторых работах их трудно отличить (оценивание в пользу экзаменуемого отсутствует).

Совет: для записи прописной буквы D использовать не печатный, а рукописный латинский символ. Он совпадает с прописной рукописной буквой Д в русском алфавите ($\mathcal{D}$).

4. По мере продвижения в решении задачи, получения новой информации о геометрическом объекте полезно наносить информацию на чертёж (и исходную, и получаемую в процессе решения). Наглядные представления подскажут ход решения, ускорят темп выполнения задания, если участник ЕГЭ владеет теоретическими знаниями по геометрии, условиями их применения.

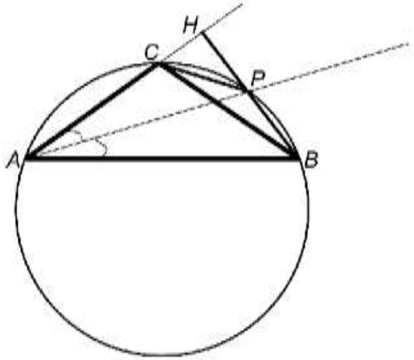
Задание 1. В треугольнике *ABC* с тупым углом *ACB* проведена высота *BH*. Около треугольника *ABC* описана окружность. Высота *BH* пересекается с этой окружностью в точке *P*, причём луч *AP* – биссектриса угла *BAC*.

а) Докажите, что треугольник *BCP* равнобедренный.

б) Найдите длину стороны *AC*, если длина стороны *BC* равна радиусу описанной окружности, равному $2\sqrt{2}$.

Источник задания: Вариант №951-957 ЕГКР[1] г. Москва 16 декабря 2025 года , задание 17.

а) Доказательство. 1) ω – окружность, описанная около треугольника *ABC*.
Высота *BH* пересекает окружность ω в точке *P* (по условию), следовательно, точка *P* лежит на окружности ω.



2) *AP* – биссектриса угла *CAB* (по условию). Тогда $\angle CAP = \angle BAP$.

3) $\angle CAP$ – вписанный, тогда $\angle CAP = \frac{1}{2} \cup CP$,

$\angle BAP$ – вписанный, тогда $\angle BAP = \frac{1}{2} \cup BP$.

$\angle CAP = \angle BAP$

$\Rightarrow \cup CP = \cup BP$.

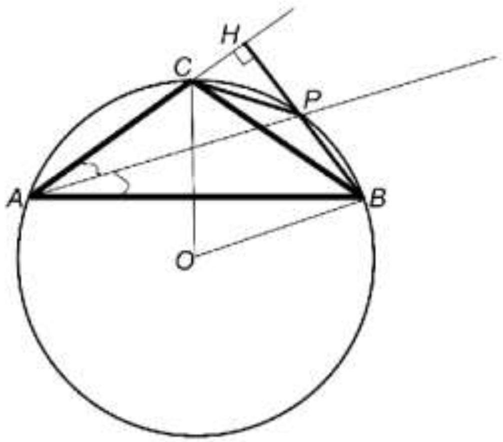
4) Так как равные дуги окружности стягиваются равными хордами и $\cup CP = \cup BP$, то хорды *CP* и *BP* равны.

5) В треугольнике *BCP* две стороны (*BP* и *CP*) равны, следовательно, треугольник *BCP* является равнобедренным с основанием *BC*.

Утверждение доказано.

[1] ЕГКР расшифровывается как **Единые городские контрольные работы**. Это общегородские тренировочные мероприятия (преимущественно в Москве) для учеников 11-х классов, которые проводятся в формате ЕГЭ, чтобы проверить уровень знаний, привыкнуть к экзаменационной атмосфере и выявить пробелы перед реальными экзаменами

б) Решение. 6) O – центр окружности ω, описанной около треугольника ABC, радиус окружности равен $2\sqrt{2}$ (по условию). Тогда $OB = OC = R = 2\sqrt{2}$.



7) $BC = R = 2\sqrt{2}$ (по условию),

$OB = OC = 2\sqrt{2}$.

Следовательно, треугольник COB равносторонний, $\angle COB = 60°$,

$\cup CPB = 60°$, $\cup CAB = 360° - 60° = 300°$.

8) $\angle CPB$ – вписанный, тогда $\angle CPB = \frac{1}{2}\cup CAB = \frac{1}{2}\cdot 300° = 150°$.

9) Треугольник BPC равнобедренный (из действия 5) с основанием BC и углом при вершине $150°$, тогда $\angle PBC = \angle PCB = \frac{180° - 150°}{2} = 15°$.

10) $\angle CAB$ – вписанный, тогда $\angle CAB = \frac{1}{2}\cup CPB = \frac{1}{2}\cdot 60° = 30°$.

11) Рассмотрим треугольник ABH.

В нём: $\angle BHA = 90°$, так как BH – высота треугольника ABC (по условию),

$\angle HAB = \angle CAB = 30°$ (из действия 10).

Тогда $\angle ABH = 60°$.

12) $\angle ABC = \angle ABH - \angle HBC = \angle ABH - \angle PBC = 60° - 15° = 45°$ (из действия 9).

13) Рассмотрим треугольник ABC. Так как $\frac{AC}{\sin ABC} = 2R$, то $AC = 2R \cdot \sin ABC$,

$AC = 2\cdot 2\sqrt{2}\cdot \sin 45° = 4\sqrt{2}\cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4.$

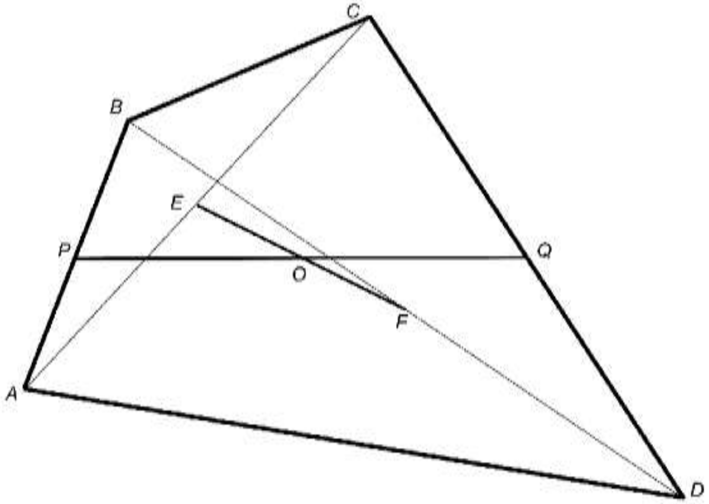
Ответ: а) доказано; б) $AC = 4$.

Задание 2. В выпуклом четырёхугольнике *ABCD* точки *P* и *Q* – середины сторон *AB* и *CD* соответственно, точки *E* и *F* – середины *AC* и *BD* соответственно.

а) Докажите, что отрезок *PQ* делит точкой пересечения отрезок *EF* пополам.

б) Найдите *EF*, если *BC* = 12, *AD* = 14, *PQ* = 8.

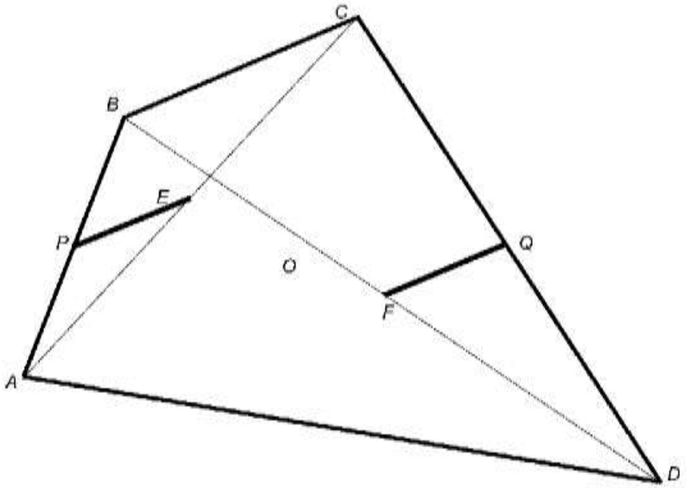
Источник задания: [Тренировочный вариант №525 ЕГЭ - 2026](), задание 17.



а) Доказательство.

$$1)\left.\begin{array}{l} P - \text{ середина } AB, \\ E - \text{ середина } AC \end{array}\right| \Rightarrow PE - \text{ средняя линия } \Delta ABC.$$

Тогда $PE \parallel BC, \quad PE = \dfrac{1}{2}BC.$

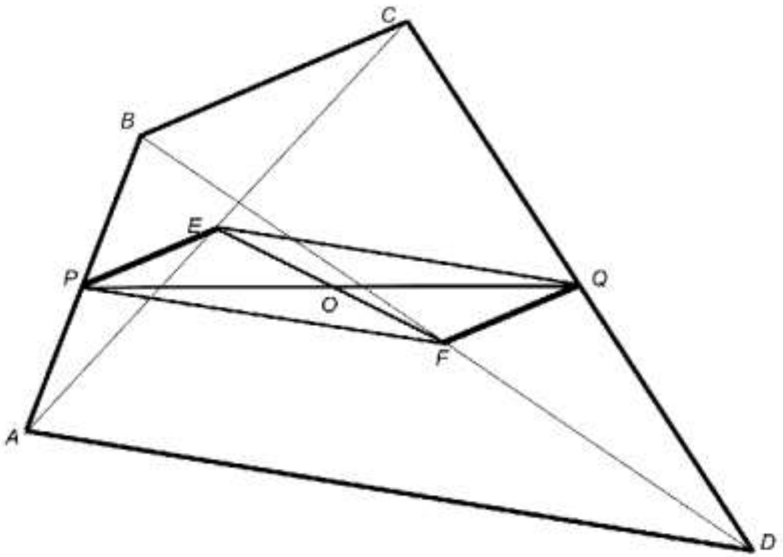


$$2)\left.\begin{array}{l} F - \text{ середина } BD, \\ Q - \text{ середина } CD \end{array}\right| \Rightarrow FQ - \text{ средняя линия } \Delta DBC.$$

Тогда $FQ \parallel BC, \quad FQ = \dfrac{1}{2}BC.$

$$3)\left.\begin{array}{l} PE \parallel BC, \quad PE = \dfrac{1}{2}BC, \\ FQ \parallel BC, \quad FQ = \dfrac{1}{2}BC \end{array}\right| \Rightarrow PE \parallel FQ, \quad PE = FQ.$$

4) Рассмотрим четырёхугольник *PEQF*.

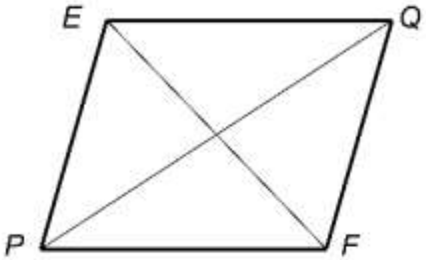


$$\left.\begin{array}{l} PEQF - \text{четырёхугольник}, \\ PE \parallel FQ, \\ PE = FQ \end{array}\right| \Rightarrow PEQF - \text{параллелограмм.}$$

Тогда его диагонали *PQ* и *EF* пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Следовательно, отрезок *PQ* делит точкой пересечения отрезок *EF* пополам.

Утверждение доказано.

б) Решение. 5) *PEQF* – параллелограмм. Тогда $PQ^2 + EF^2 = 2\left(PE^2 + PF^2\right)$.



$PE = \frac{1}{2}BC$ (из действия 1). *BC* = 12 (по условию), тогда *PE* = 6.

$$\left.\begin{array}{l} P - \text{середина } AB, \\ F - \text{середина } BD \end{array}\right| \Rightarrow PF - \text{средняя линия } \Delta ABD.$$

Тогда $PF = \frac{1}{2}AD$. $PF = \frac{1}{2}\cdot 14 = 7$, так как $AD = 14$ (по условию).

$$EF^2 = 2\left(PE^2 + PF^2\right) - PQ^2 = 2\left(6^2 + 7^2\right) - 8^2 = 2\cdot 85 - 64 = 116 = 4\cdot 29.$$

$$EF = 2\sqrt{29}.$$

Ответ: а) доказано; б) $EF = 2\sqrt{29}$.

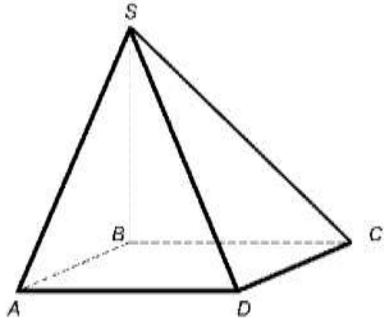
Задание 3. Основанием пирамиды $SABCD$ является ромб $ABCD$ со стороной 6. Боковые грани SAB и SCB перпендикулярны плоскости основания и образуют между собой угол 150°. Две другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60°.

а) Докажите, что грани SAD и SCD равновеликие.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Источник задания: Вариант №951-957 ЕГКР г. Москва 16 декабря 2025 года , задание 14.

а) Доказательство



$$1)\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABC)\ \text{(по условию)},\\ (SBC)\perp(ABC)\ \text{(по условию)},\\ (SAB)\cap(SBC)=SB\end{array}\right|\Rightarrow SB\perp(ABC).$$

$$2)\left.\begin{array}{l}SB\perp(ABC)\\ AB\subset(ABC)\end{array}\right|\Rightarrow SB\perp AB,\quad \angle SBA=90^\circ.$$

$$3)\left.\begin{array}{l}SB\perp(ABC)\\ BC\subset(ABC)\end{array}\right|\Rightarrow SB\perp BC,\quad \angle SBC=90^\circ.$$

4) Рассмотрим треугольники SBA и SBC:

$$\left.\begin{array}{l}\angle SBA=\angle SBC=90^\circ,\\ SB-\ \text{общий катет},\\ AB=BC\ \text{как стороны ромба}\ ABCD.\end{array}\right|\Rightarrow \Delta SBA=\Delta SBC.$$

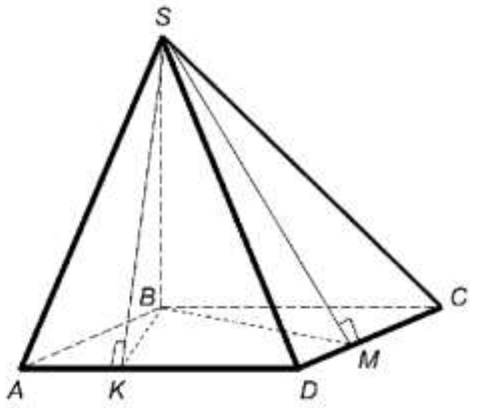
$$\Delta SBA=\Delta SBC\,\Big|\Rightarrow SA=SC.$$

5) Рассмотрим треугольники SDA и SDC:

$$\left.\begin{array}{l}SA=SC,\\ SD-\ \text{общая сторона},\\ AD=DC\ \text{как стороны ромба}\ ABCD.\end{array}\right|\Rightarrow \Delta SAD=\Delta SCD.$$

6) Треугольники SAD и ΔSCD равны, следовательно, и их площади равны, треугольники SAD и ΔSCD равновеликие. Утверждение доказано.

б) Решение



7) $(SAB)\cap(SBC)=SB$,

$AB\subset(SAB)$,

$AB\perp SB$ (из действия 1), $\Rightarrow \angle ABC$ – линейный угол двугранного угла,

$BC\subset(SBC)$,

$BC\perp SB$ (из действия 2)

образованного боковыми гранями SAB и SBC пирамиды.

8) Боковые грани SAB и SBC образуют между собой угол $150°$ (по условию),

$\angle ABC$ – линейный угол двугранного угла, образованного боковыми гранями SAB и SBC, тогда $\angle ABC=150°$.

9) Дополнительное построение: $SK\perp AD,\ K\in AD,\quad SM\perp CD,\ M\in CD.$

10) $SB\perp(ABC)$,

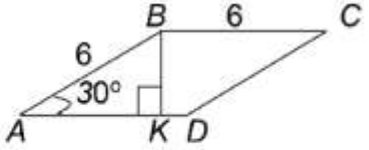
SK – наклонная,

BK – её проекция, $\Rightarrow AD\perp BK$ (по теореме о трёх перпендикулярах).

$AD\in(ABC)$,

$AD\perp SK$

Следовательно, BK – высота ромба $ABCD$.



11) $ABCD$ – ромб (по условию),

$\angle ABC=150°$ (из действия 8) $\Rightarrow \angle A=30°$, $\Rightarrow BK=3.$

BK – высота ромба $ABCD$,

$AB=6$ (по условию)

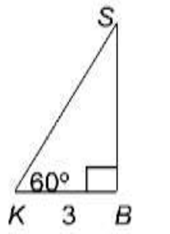
$$\left.\begin{array}{l} 12)\,(SAD)\cap(ABC)=AD, \\ SK\subset(SAD), \\ SK\perp AD \text{ (из действия 9)}, \\ BK\subset(ABC), \\ BK\perp AD \text{ (из действия 10)} \end{array}\right| \Rightarrow \angle SKB \text{ – линейный угол двугранного угла, образованного боковыми}$$

гранями SAD и ABC пирамиды $SABCD$.

13) Боковые грани SAD и ABC образуют между собой угол 60° (по условию),

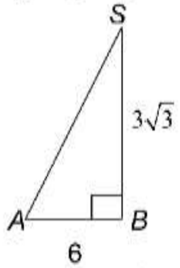
$\angle SKB$ – линейный угол двугранного угла, образованного боковыми гранями SAD и ABC, тогда $\angle SKB = 60^\circ$.

$$\left.\begin{array}{l} 14)\ \operatorname{tg} SKB = \dfrac{SB}{BK}, \\ \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} = \dfrac{SB}{3}, \\ SB = 3\sqrt{3}. \end{array}\right| \quad \begin{array}{l} \cos SKB = \dfrac{BK}{SK}, \\ \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{SK}, \\ SK = 6. \end{array}$$



15) Треугольники SBA и SBC равны (из действия 4), следовательно,

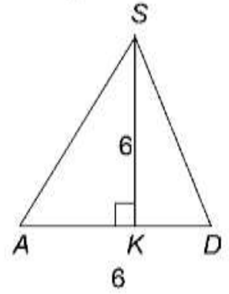
грани SBA и SBC равновеликие.



Грани SAD и SCD равновеликие (доказано в задаче а).

Тогда $S_{\text{бок.}} = 2\left(S_{\Delta SBA} + S_{\Delta SAD}\right) = 2\cdot\left(\dfrac{1}{2}SB\cdot AB + \dfrac{1}{2}AD\cdot SK\right) = SB\cdot AB + AD\cdot SK =$

$= 3\sqrt{3}\cdot 6 + 6\cdot 6 = 36 + 18\sqrt{3}.$



Ответ: а) доказано;

б) площадь боковой поверхности пирамиды равна $36+18\sqrt{3}$.

Задание 4. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки K, P и M – центры граней AA_1B_1B, BB_1C_1C, $ABCD$ соответственно.

а) Докажите, что D_1KPM – правильная пирамида.

б) Найдите объём этой пирамиды, если ребро куба равно 24.

Источник задания: https://t.me/alexlarin_net/305

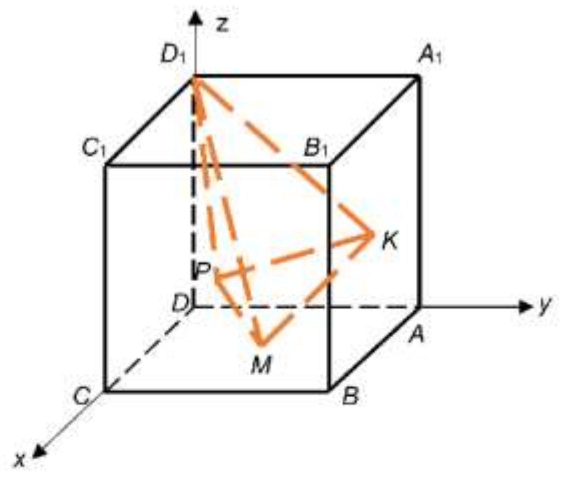
Вспоминаем: Пирамида называется правильной, если её основание – правильный многоугольник и основание высоты пирамиды является центром этого многоугольника.

Понимаем, что нужно доказать: 1) KPM – правильный треугольник, 2) основанием высоты пирамиды, опущенной из вершины D_1 на плоскость KPM, является центр треугольника KPM, то есть является точка пересечения медиан треугольника KPM.

а) Доказательство. Пусть ребро куба равно a.

1) Введём систему координат следующим образом: $D(0;0;0)$, $C(a;0;0)$, $A(0;a;0)$, $D_1(0;0;a)$. Тогда $K\left(\frac{a}{2};a;\frac{a}{2}\right)$, $P\left(a;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$, $M\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$.

$$\left.\begin{aligned}
2)\ KP &= \sqrt{\left(a-\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}-a\right)^2+\left(\frac{a}{2}-\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{2}}{2},\\
PM &= \sqrt{\left(\frac{a}{2}-a\right)^2+\left(\frac{a}{2}-\frac{a}{2}\right)^2+\left(0-\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{2}}{2},\\
MK &= \sqrt{\left(\frac{a}{2}-\frac{a}{2}\right)^2+\left(a-\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}-0\right)^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}
\end{aligned}\right| \Rightarrow KP = PM = MK,$$



основание пирамиды D_1KPM – правильный треугольник KPM.

$$\left.\begin{aligned}
&3)\ D_1P=\sqrt{(a-0)^2+\left(\frac{a}{2}-0\right)^2+\left(\frac{a}{2}-a\right)^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{6}}{2},\\
&D_1M=\sqrt{\left(\frac{a}{2}-0\right)^2+\left(\frac{a}{2}-0\right)^2+(0-a)^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}+a^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2},\\
&D_1K=\sqrt{\left(\frac{a}{2}-0\right)^2+(a-0)^2+\left(\frac{a}{2}-a\right)^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{6}}{2}
\end{aligned}\right|\Rightarrow D_1P=D_1M=D_1K.$$

Так как боковые рёбра пирамиды D_1KPM равны, то высота этой пирамиды опускается в центр окружности, описанной около основания (треугольника KPM) (по свойству пирамиды с равными боковыми рёбрами).

4) Треугольник KPM является правильным (из действия 2), тогда центром окружности, описанной около этого треугольника, является точка пересечения медиан треугольника, то есть центр треугольника KPM.

$$\left.\begin{aligned}
&5)\bullet D_1KPM-\text{ пирамида},\\
&\bullet\text{основание } KPM-\text{ правильный треугольник},\\
&\bullet\text{основанием высоты пирамиды, опущенной из вершины } D_1\\
&\ \text{на плоскость } KPM\text{, является центр треугольника } KPM
\end{aligned}\right|\Rightarrow\text{пирамида } D_1KPM \text{ является правильной.}$$

Утверждение доказано.

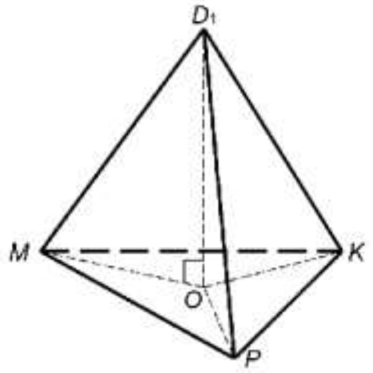
б) $V_{\text{пирамиды}}=\frac{1}{3}\cdot S_{\text{основания}}\cdot h=\frac{1}{3}\cdot S_{\Delta KPM}\cdot h.$

6) ΔKPM правильный,

$$KP = PM = MK = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ (из действия 2)}, \quad a = 24 \text{ (по условию)} \Rightarrow S_{\Delta KPM} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{24\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2}\cdot 144\cdot 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 72\sqrt{3}.$$

7) O – центр треугольника KPM, основание высоты, опущенной из вершины D_1 на плоскость основания KPM. Тогда $OK = OP = OM = R$ – радиус описанной окружности.

$$\frac{KP}{\sin KMP} = 2R; \qquad \frac{12\sqrt{2}}{\sin 60^\circ} = 2R; \qquad \frac{6\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = R; \qquad OK = OP = OM = R = 4\sqrt{6}.$$



8) D_1O – высота пирамиды, тогда $D_1O \perp (KPM)$.

$$D_1O \perp (KPM),\ OM \subset (KPM) \Rightarrow D_1O \perp OM, \quad \angle D_1OM = 90^\circ,$$

$$D_1M = \frac{a\sqrt{6}}{2} \text{ (из действия 3)}, \quad a = 24 \text{ (по условию)} \Rightarrow D_1M = 12\sqrt{6},$$

$$OM = 4\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow D_1O = h = \sqrt{\left(12\sqrt{6}\right)^2 - \left(4\sqrt{6}\right)^2} = \sqrt{8\sqrt{6}\cdot 16\sqrt{6}} = 16\sqrt{3}.$$

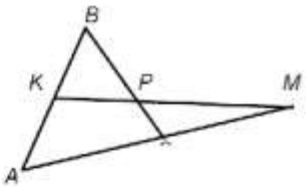
9) $V_{\text{пирамиды}}\ \frac{1}{3}\cdot S_{\Delta KPM}\cdot h = \frac{1}{3}\cdot 72\sqrt{3}\cdot 16\sqrt{3} = 72\cdot 16 = 1152.$

Ответ: а) доказано; б) 1152.

На ЕГЭ разрешено без доказательства применять теоремы, определения, содержащиеся в школьных учебниках.

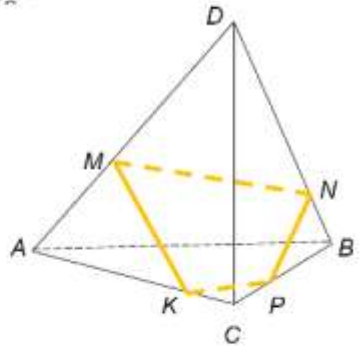
Помимо этого, без дополнительных пояснений (но со ссылкой на название теоремы) разрешено применять теоремы Менелая, Чевы, обратной теоремы Фалеса. Если применяется теорема не из школьного курса геометрии, то теорема должна быть сформулирована. Также допустимо применение элементов линейной алгебры (определители, матрицы).

Пример оформления фрагмента решения (плоский выносной чертёж, графически иллюстрирующий причинно-следственные связи, и формулировка теоремы в символьной форме с указанием названия теоремы:



по теореме Менелая $\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CM}{MA}\cdot\frac{AK}{KB}=1$.

Пространственная теорема Менелая (**теорема Менелая для тетраэдра**)



Точки *M*, *K*, *P* и *N*, расположенные соответственно на рёбрах *DA*, *AC*, *CB* и *BD* тетраэдра *DABC*, принадлежат одной плоскости тогда и только тогда, когда выполняется равенство $\frac{DM}{MA}\cdot\frac{AK}{KC}\cdot\frac{CP}{PB}\cdot\frac{BN}{ND}=1$.

На трёхмерных чертежах причинно-следственные связи, указывающие на возможность применения теоремы, чертежом не иллюстрируем (отсутствует однозначность трактовки чертежа). Перечисляем причины и с указанием названия теоремы формулируем заключение (можно в символьном виде) или переходим к плоскому выносному чертежу.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

ПАНИНА Н. А.

12.03.2026 состоится занятие «Решение заданий с параметром»

Презентации интенсива размещены на сайте:
http://www.dpo-smolensk.ru/rumo_new/l-pred-emc/2-matematika/intensiv.php