



ОМО УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ СМОЛЕНСКОЙ ОБЛАСТИ: 28.11.2023

Основные подходы к оценке математической грамотности обучающихся основной школы

Карамулина Ирина Владимировна,

руководитель ОМО учителей математики, методист кафедры ГАУ ДПО СОИРО

Харитонова Людмила Георгиевна,

председатель ОМО учителей математики, учитель математики МБОУ Шимановской
СОШ Вяземского района, народный учитель РФ



ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

- Методологической основой мониторинга формирования и оценки функциональной грамотности было выбрана концепция международного исследования PISA (Programme for International Student Assessment), целью которого является оценка подготовки 15-летних учащихся по шести направления, одним из которых является математика.
- Оценка математической подготовки 15-летних учащихся в исследовании PISA основана на следующем определении математической грамотности: «Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира»



КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ РАМКИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В ИССЛЕДОВАНИИ PISA

- Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования:
- учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а *близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте* и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.



КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ РАМКИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В ИССЛЕДОВАНИИ PISA

- Основа организации исследования математической грамотности включает три структурных компонента:
 - ❖ *контекст*, в котором представлена проблема;
 - ❖ *содержание математического образования*, которое используется в заданиях;
 - ❖ *мыслительная деятельность*, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.



КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ РАМКИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В ИССЛЕДОВАНИИ PISA

- **Контекст задания** – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации.
- Выделены и используются 4 категории контекстов, близкие учащимся:
 - ❖ *общественная жизнь,*
 - ❖ *личная жизнь,*
 - ❖ *образование/профессиональная деятельность,*
 - ❖ *научная деятельность.*



КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ РАМКИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В ИССЛЕДОВАНИИ PISA

- **Математическое содержание** заданий в исследовании распределено по четырём категориям:
 - ❖ *пространство и форма,*
 - ❖ *изменение и зависимости,*
 - ❖ *количество, неопределённость*
 - ❖ *данные, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями.*



КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ РАМКИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В ИССЛЕДОВАНИИ PISA

- Для описания мыслительной деятельности при разрешении предложенных проблем используются следующие глаголы:
 - ❖ *формулировать, применять и интерпретировать*, которые указывают на мыслительные задачи, которые будут решаться учащимися:
 - формулировать ситуацию на языке математики;
 - применять математические понятия, факты, процедуры;
 - интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты.



СМОЛЕНСКИЙ ОБЛАСТНОЙ
ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ИНСТРУМЕНТАРИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

| | Математическая грамотность | Предметное знание |
|-------------------|---|------------------------------------|
| Инструмент | Близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики | Типичные задачи (текстовые задачи) |
| Цель | Понимание роли математики в повседневной жизни. Умение применять математический аппарат на практике. | Освоение математического аппарата |



СМОЛЕНСКИЙ ОБЛАСТНОЙ
ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

| |
|---------------------------------|
| Тип знания |
| Содержательная область оценки |
| Компетентностная область оценки |
| Контекст |
| Уровень сложности |
| Тип задания |
| Объект оценки |

Содержательный тип знания \approx предметное знание

Содержательная область оценки – умения из разных областей содержания:

- количество \approx арифметика
- изменение и зависимость \approx алгебра
- неопределенность и данные \approx ТВ и МС
- пространство и формы \approx геометрия



СМОЛЕНСКИЙ ОБЛАСТНОЙ
ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

Тип знания

Содержательная область оценки

Компетентностная область
оценки

Контекст

Уровень сложности

Тип задания

Объект оценки

Компетентностная область оценки – виды познавательной деятельности, умственных стратегий и подходов:

- формулировать \approx построение математической модели
- применять \approx внутримодельное решение
- интерпретировать \approx перевод математического решения на язык проблемной ситуации
- оценивать \approx оценка полученного результата в контексте решения проблемы



КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

| |
|---------------------------------|
| Тип знания |
| Содержательная область оценки |
| Компетентностная область оценки |
| Контекст |
| Уровень сложности |
| Тип задания |
| Объект оценки |

Цель заданий математической грамотности

Продемонстрировать учащимся как можно больший **спектр** разнообразных **ситуаций**:

- личностных;
- общественных;
- учебных;
- профессиональных

требующих применения математики и демонстрирующих **важность** её **изучения** для жизни.



СМОЛЕНСКИЙ ОБЛАСТНОЙ
ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

| |
|---------------------------------|
| Тип знания |
| Содержательная область оценки |
| Компетентностная область оценки |
| Контекст |
| Уровень сложности |
| Тип задания |
| Объект оценки |

НИЗКИЙ УРОВЕНЬ:

- формулировка ситуации близка к изученным в рамках школьного курса математики;
- представлена вся необходимая информация;
- вопрос задания ясно сформулирован;
- требуется распознать нужную информацию (из одного источника) и выполнить стандартные процедуры в соответствии с прямыми указаниями;
- необходимые действия очевидны или явно следуют из описания ситуации.



СМОЛЕНСКИЙ ОБЛАСТНОЙ
ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

| |
|---------------------------------|
| Тип знания |
| Содержательная область оценки |
| Компетентностная область оценки |
| Контекст |
| Уровень сложности |
| Тип задания |
| Объект оценки |

НИЗКИЙ УРОВЕНЬ:

- формулировка ситуации близка к изученным в рамках школьного курса математики;
- представлена вся необходимая информация;
- вопрос задания ясно сформулирован;
- требуется распознать нужную информацию (из одного источника) и выполнить стандартные процедуры в соответствии с прямыми указаниями;
- необходимые действия очевидны или явно следуют из описания ситуации.



НИЗКИЙ (БАЗОВЫЙ) УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ ЗАДАНИЯ

| Компетентностная область оценки | Деятельность учащегося |
|---------------------------------|--|
| Формулировать | Математическая модель простая и известна из ШКМ или напрямую задана в условии. |
| Применять | Найти необходимую информацию в одном источнике. Выполнить освоенные в ШКМ вычисления. |
| Интерпретировать | Записать ответ в заданных единицах измерения и с заданной точностью или выбрать из предложенных. |
| Оценивать | Оценить адекватность полученного ответа в контексте проблемной ситуации. |

ПРИМЕР ЗАДАНИЙ НИЗКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ ЗАДАНИЯ 5 КЛАСС

Аккумулятор радиотелефона

Задание 1 / 3

Прочитайте текст «Аккумулятор радиотелефона», расположенный справа. Запишите свой ответ на вопрос в виде числа.

Сергей увидел, что батарея домашнего радиотелефона частично разрядилась и осталось две трети заряда (см. Рис. 1). На сколько часов хватит оставшегося заряда при обычном режиме использования?



Рис. 1.

На сколько часов хватит оставшегося заряда при обычном режиме использования?

Запишите свой ответ в виде числа.

ч

АККУМУЛЯТОР РАДИОТЕЛЕФОНА

Сергей пользуется домашним радиотелефоном и сотовым. Заряда аккумулятора домашнего радиотелефона обычно хватает на 120 часов работы, а сотового – на 48 часов. У сотовых телефонов Сергея и его подруги Марины есть общее свойство – они держат заряд примерно одно и то же время.





КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

| |
|---------------------------------|
| Тип знания |
| Содержательная область оценки |
| Компетентностная область оценки |
| Контекст |
| Уровень сложности |
| Тип задания |
| Объект оценки |

СРЕДНИЙ УРОВЕНЬ:

- задана четко определенная (детальная) модель сложной конкретной ситуации;
- модель может иметь ограничения и требовать введения допущений;
- требуется выбор и интеграция информации, представленной в различной форме;
- требуется выполнение четко описанных процедур, включая те, которые могут требовать принятия решения на каждом последующем шаге;
- могут требовать сформулировать и изложить свои объяснения и аргументы, опираясь на свою интерпретацию, доводы и действия.



СРЕДНИЙ (ВЫСОКИЙ) УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ ЗАДАНИЯ

| Компетентностная область оценки | Особенности |
|---------------------------------|---|
| Формулировать | Математическая модель напрямую задана в условии, но может быть незнакома из ШКМ |
| Применять | Найти необходимую информацию в нескольких (чаще всего двух) источниках. Выполнить освоенные в ШКМ вычисления. |
| Интерпретировать | Записать ответ в заданных единицах измерения или выбрать из предложенных. Описать ход своих мыслей. |
| Оценивать | Оценить адекватность полученного ответа в контексте проблемной ситуации. Может понадобиться самостоятельно оценить точность ответа исходя из контекста. |

ПРИМЕР ЗАДАНИЙ СРЕДНЕГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ ЗАДАНИЯ 5 КЛАСС

Маляры

Задание 2 / 3

Воспользуйтесь текстом «Маляры», расположенным справа. Запишите свой ответ на вопрос в виде числа, а затем объясните свой ответ.

Дедушка сказал, что высота забора 210 см. Красить забор нужно с двух сторон. Какую площадь нужно покрасить Антону и Маше в зелёный цвет?

Запишите свой ответ в квадратных метрах.

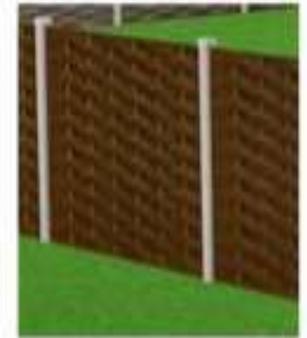
м²

Объясните свой ответ.

МАЛЯРЫ

Летом на каникулах Маша и Антон решили помочь дедушке покрасить беседку и забор на дачном участке. Забор будет покрашен в зелёный цвет, беседка – в белый.

Сначала ребята решили подготовиться к покраске забора. Длина части забора, которую нужно покрасить, известна – 30 м.



Справочный материал. 1 м = 100 см, 1 м² = 10000 см²



СМОЛЕНСКИЙ ОБЛАСТНОЙ
ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

| |
|---------------------------------|
| Тип знания |
| Содержательная область оценки |
| Компетентностная область оценки |
| Контекст |
| Уровень сложности |
| Тип задания |
| Объект оценки |

ВЫСОКИЙ УРОВЕНЬ:

- требуется исследование и **моделирование** сложных проблемных ситуаций;
- содержат необходимость распознавать ограничения и вводить допущения;
- требует использовать и связывать информацию из разных источников, представленную в различной форме;
- требуют продвинутого математического мышления, умения проводить рассуждения, применять интуицию;
- требуют описания и объяснения своих действий, размышлений, выбора аргументов.



ВЫСОКИЙ (ПОВЫШЕННЫЙ) УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ ЗАДАНИЯ

| Компетентностная область оценки | Особенности |
|--|---|
| Формулировать | Математическая модель не задана напрямую. |
| Применять | Найти необходимую информацию в нескольких источниках (более двух, разных видов). Выполнить освоенные в ШКМ вычисления. |
| Интерпретировать | Записать ответ в заданных единицах измерения или выбрать из предложенных. Описать ход своих мыслей. Обосновать решение. Обосновать допущения и их последствия для решения проблемы. |
| Оценивать | Оценить адекватность полученного ответа в контексте проблемной ситуации. Может понадобиться самостоятельно оценить точность ответа исходя из контекста. |



СМОЛЕНСКИЙ ОБЛАСТНОЙ
ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

ПРИМЕР ЗАДАНИЙ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ ЗАДАНИЯ 5 КЛАСС

Велопрокат Задание 4 / 8

Прочитайте текст «Велопрокат», расположенный справа. Запишите свой ответ на вопрос в виде числа.

В какую сумму обойдётся семье прокат велосипедов по данному маршруту?

Запишите свой ответ в виде числа.

ВЕЛОПРОКАТ

- Всё понятно, кроме одного: сколько нам придётся заплатить за нашу поездку? – заметил папа.
- Я не люблю велосипед, – сказала мама. – Поэтому считайте на троих: Никита, Катя и папа.
- Какой маршрут мы выберем? – спросил Никита. – Лучше кататься там, где есть велодорожки: это и удобно, и безопасно.
- На сайте города предлагают разные веломаршруты, можно начать с какого-то непродолжительного, например, вот этого, – предложила Катя.

Цветущие сады. 15 км.

Короткий маршрут, исследовать который мы рекомендуем именно в мае. Предлагаем посетить Ботанический сад нашего университета, в котором сейчас цветут потрясающие сорта сирени. А весь маршрут проходит по цветущим яблоневым аллеям, которые посажены несколькими поколениями студентов и преподавателей главного вуза города.

- А какая скорость у велосипедиста в городе? – решил уточнить Никита.
- Примерно 15 км/час, – ответил папа.

Инструкция

1. Вам необходимо скачать наше бесплатное приложение «Велопрокат» на любое мобильное устройство, зарегистрироваться и привязать к аккаунту банковскую карту. После регистрации вам придёт сообщение с персональным кодом.
2. Выберите велосипед на любой станции. Введите ваш персональный код на руле велосипеда. Дождитесь надписи «НАЧАЛО» и возьмите велосипед. С карты будут списаны 100 рублей за пользование велопрокатом.
3. Катайтесь!
4. Верните велосипед на любую станцию, дождитесь надписи «ВОЗВРАТ», и вам придёт уведомление на мобильное устройство об окончании поездки и списании денежных средств с банковской карты за поездку согласно тарифу:
первые 30 минут поездки – бесплатно.
далее – 4 рубля/минута

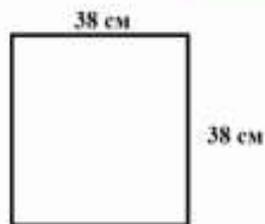
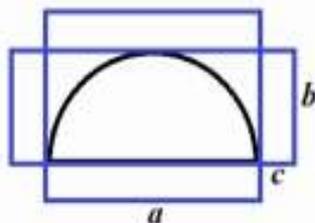
ПРИМЕР ЗАДАНИЙ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ ЗАДАНИЯ 8 КЛАСС

Деревянный конструктор «Радуга»

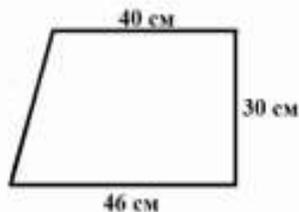
Задание 3 / 3

Воспользуйтесь текстом «Деревянный конструктор «Радуга», расположенным справа. Отметьте нужный вариант ответа, а затем объясните свой ответ.

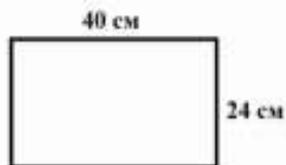
Сергей нашёл несколько подходящих по размеру листов картона, из которых можно вырезать выбранную им развёртку.



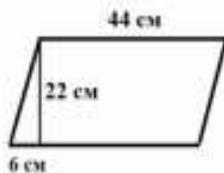
Лист 1



Лист 2



Лист 3



Лист 4

Выберите такой лист, чтобы площадь обрезков была наименьшей.

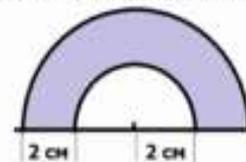
ДЕРЕВЯННЫЙ КОНСТРУКТОР «РАДУГА»

Любимая игрушка младшего брата Сергея – это деревянный конструктор «Радуга». Конструктор представляет собой разноцветные дуги разного размера, выполненные из дерева. Это оригинальная игрушка для детей младшего возраста, которая знакомит малыша с цветом и последовательностью цветов в радуге, обучает соотношению размеров – больше/меньше, ниже/выше, шире/уже, развивает фантазию.



В собранном виде игрушка имеет форму полукруга, высота каждой дуги от пола равна 3 см, ширина – 2 см (см. фото сверху).

Вид сверху и результаты измерений самой маленькой дуги, сделанные Сергеем, представлены на рисунке.



Отметьте **один** верный вариант ответа.

- Лист 1
- Лист 2
- Лист 3
- Лист 4

Объясните свой ответ.



СМОЛЕНСКИЙ ОБЛАСТНОЙ
ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

| |
|---------------------------------|
| Тип знания |
| Содержательная область оценки |
| Компетентностная область оценки |
| Контекст |
| Уровень сложности |
| Тип задания |
| Объект оценки |

| Объект оценивания | Особенности |
|--|---|
| Понимание изученных понятий, применение способов действий для решения поставленных задач | Отсутствие громоздких вычислений, возможность использования калькулятора |
| Осознанность применения полученных знаний | Отсутствие прямых указаний на способ, правило или алгоритм выполнения задания |



ПРОБЛЕМНЫЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ УМЕНИЯ

Привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи (бытовые сведения, личный жизненный опыт)

Отбирать информацию, необходимую для решения (при наличии избыточной)

Владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации

Определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи

Представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ